

**Twierdzenie 1.** (*Lemat Newman*) Niech  $\rightarrow$  będzie relacją binarną mającą własność *SN*. Jeśli  $\rightarrow$  ma własność *WCR*, to  $\rightarrow$  ma własność *CR*.

**Dowód.** Niech  $\rightarrow$  będzie relacją binarną na  $A$  o własności *SN* i *WCR*. Ponieważ  $\rightarrow$  jest *SN*, to każdy  $a$  jest normalizowalny. Powiemy, że  $a$  jest *wieloznaczny*, jeśli  $a$  redukuje się do dwóch różnych postaci normalnych.

Rozważmy następujące przypadki:

i) Niech  $a \in A$ . Jeśli  $a$  nie jest wieloznaczny, to teza zachodzi.

ii) Przypuśćmy, że  $a$  jest wieloznaczny. wówczas istnieje inny  $a' \in A$ , który też jest wieloznaczny oraz  $a \rightarrow a'$ . Istotnie, przypuśćmy, że  $a \rightarrow^* b_1$ ,  $a \rightarrow^* b_2$  i niech  $b_1$  i  $b_2$  będą różnymi postaciami normalnymi. Ponieważ  $b_1$  i  $b_2$  są różne, to obydwie te redukcje składają się przynajmniej z jednego kroku. Mają więc postać:

$$a \rightarrow a_1 \rightarrow^* b_1 \quad \text{oraz} \quad a \rightarrow a_2 \rightarrow^* b_2$$

Jeśli  $a_1 = a_2$ , to  $a' = a_1 = a_2$  i wystarczy wybrać  $a' = a_1$ . Jeśli jednak  $a_1 \neq a_2$ , to z własności *WCR* istnieje  $b_3 \in A$  taka, że  $a_1 \rightarrow^* b_3$  oraz  $a_2 \rightarrow^* b_3$ . Z własności *SN* możemy przyjąć, że  $b_3$  jest w postaci normalnej.

Ponieważ  $b_1 \neq b_2$ , to albo  $b_1 \neq b_3$ , albo  $b_2 \neq b_3$ . Możemy więc wybrać  $a' = a_1$  lub  $a' = a_2$ . Kontynuując tę konstrukcję widzimy, że otrzymujemy nieskończoną redukcję, wbrew założeniu, że  $\rightarrow$  ma własność *SN*.

Zatem nie istnieją elementy wieloznaczne.  $\square$

