$$
\begin{tikzcd}
 & \lambda\omega \arrow[rr] & & \lambda P\omega \\
\lambda 2 \arrow[ur] \arrow[rr] & & \lambda P2 \arrow[ur] & \\
 & \lambda\underline{\omega} \arrow[uu] \arrow[rr] & & \lambda P\underline{\omega} \arrow[uu] \\
\lambda{\to} \arrow[uu] \arrow[ur] \arrow[rr] & & \lambda P \arrow[uu] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}
$$

Rysunek: Kostka λ H. Barendregta

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Typy:} & \mathbb{T} & := & \mathbb{V} \\
 & & | & \mathbb{T} \to \mathbb{T} \\
 & & & \\
\text{Pseudotermy:} & \Lambda_{\mathbb{T}} & := & V \\
 & & | & \Lambda_{\mathbb{T}} \Lambda_{\mathbb{T}} \\
 & & | & \lambda V : \mathbb{T}. \Lambda_{\mathbb{T}}
\end{array}
$$

Konteksty: $\Gamma = \{x_1 : A_1, \ldots, x_n : A_n\}$

Redukcja: $(\lambda x : A.\, M)N \longrightarrow_{\beta} M[x := N]$

Typizacja: $\Gamma \vdash M : A$

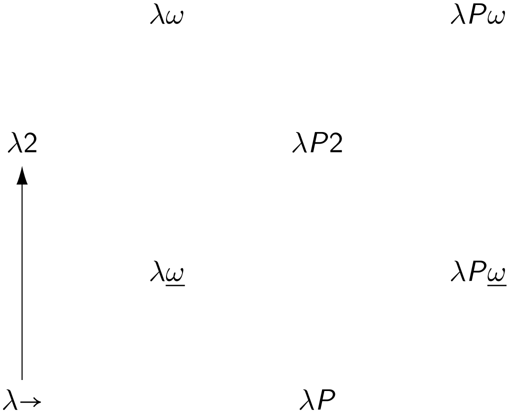
(Var) $$\frac{}{\Gamma, x : A \vdash x : A}$$

(App) $$\frac{\Gamma \vdash M : A \to B \qquad \Gamma \vdash N : A}{\Gamma \vdash (MN) : B}$$

(Abs) $$\frac{\Gamma, x : A \vdash M : B}{\Gamma \vdash (\lambda x : A.\, M) : A \to B}$$

$$0 : \mathbf{0}$$
$$S : \mathbf{0} \to \mathbf{0}$$
$$R_\sigma : \sigma \to (\sigma \to \mathbf{0} \to \sigma) \to \mathbf{0} \to \sigma$$

$\lambda 2$ - termy zależne od typów



$\lambda 2$ - termy zależne od typów

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Typy:} & \mathbb{T} & := & \mathbb{V} \\
 & & | & \mathbb{T} \to \mathbb{T} \\
 & & | & \forall \mathbb{V}.\, \mathbb{T} \\
 & & & \\
\text{Pseudotermy:} & \Lambda_{\mathbb{T}} & := & V \\
 & & | & \Lambda_{\mathbb{T}} \Lambda_{\mathbb{T}} \\
 & & | & \lambda V : \mathbb{T}.\, \Lambda_{\mathbb{T}} \\
 & & | & \Lambda_{\mathbb{T}} \mathbb{T} \\
 & & | & \Lambda \mathbb{V}.\, \Lambda_{\mathbb{T}}
\end{array}
$$

$\lambda 2$ – termy zależne od typów

Konteksty: $\Gamma = \{x_1 : A_1, \ldots, x_n : A_n\}$

Redukcja:
$$
\begin{aligned}
(\lambda a : A.\, M)N &\longrightarrow_\beta M[a := N] \\
(\Lambda\alpha.\, M)A &\longrightarrow_\beta M[\alpha := A]
\end{aligned}
$$

Typizacja: $\Gamma \vdash M : A$

$$\text{(Var)} \qquad \frac{}{\Gamma, x : A \vdash x : A}$$

$$\text{(App)} \qquad \frac{\Gamma \vdash M : A \to B \qquad \Gamma \vdash N : A}{\Gamma \vdash (MN) : B}$$

$$\text{(Abs)} \qquad \frac{\Gamma, a : A \vdash M : B}{\Gamma \vdash (\lambda a : A.\, M) : A \to B}$$

$$(\forall\text{E}) \qquad \frac{\Gamma \vdash M : (\forall \alpha.\, A)}{\Gamma \vdash MB : A[\alpha := B]} \qquad B \in \mathbb{T}$$

$$(\forall\text{I}) \qquad \frac{\Gamma \vdash M : A}{\Gamma \vdash (\Lambda \alpha.\, M) : (\forall \alpha.\, A)} \qquad \alpha \notin \mathrm{FV}(\Gamma)$$

$$
\begin{tikzcd}
& \lambda\omega & & \lambda P\omega \\
\lambda 2 & & \lambda P2 & \\
& \lambda\underline{\omega} & & \lambda P\underline{\omega} \\
\lambda\to \arrow[rr] & & \lambda P &
\end{tikzcd}
$$

$$
\text{Pseudowyrażenia:} \quad \mathcal{T} \quad := \quad V \quad | \quad C \quad | \quad \mathcal{T}\mathcal{T} \quad | \quad \lambda V : \mathcal{T} . \mathcal{T} \quad | \quad \mathcal{T} \to \mathcal{T}
$$

gdzie:
V - przeliczalnie nieskończony zbiór zmiennych,
C - zbiór stałych, w tym dwie szczególne nazywane *sortami*: $*$, $\Box$

$\lambda\underline{\omega}$ – typy zależne od typów

Sądami nazywamy wyrażenia $\lambda\underline{\omega}$ postaci $M : A$, gdzie $M, A \in \mathcal{T}$

Kontekstem nazywamy skończony, liniowo uporzadkowany zbiór sądów.

$<>$ oznacza kontekst pusty. Jeżeli $\Gamma =< x_1 : A_n, \ldots, x_n : A_n >$, to wówczas $\Gamma, y : B =< x_1 : A_1, \ldots, x_n : A_n, y : B >$.

Typizacja: $\Gamma \vdash M : A$

(Ax) $$\frac{}{<> \vdash * : \Box}$$

(Start) $$\frac{\Gamma \vdash A : s}{\Gamma, x : A \vdash x : A}$$

(Weak) $$\frac{\Gamma, A : B \vdash C : s}{\Gamma, x : C \vdash A : B} \qquad x \notin \Gamma$$

(Type/Kind) $$\frac{\Gamma \vdash A : s \qquad \Gamma \vdash B : s}{\Gamma \vdash (A \to B) : s}$$

(App) $$\frac{\Gamma \vdash F : A \to B \qquad \Gamma \vdash (A \to B) : s}{\Gamma \vdash Fa : B}$$

(Abs) $$\frac{\Gamma, x : A \vdash b : B \qquad \Gamma \vdash (A \to B) : s}{\Gamma \vdash (\lambda x : A.\, b) : (A \to B)}$$

(Conv) $$\frac{\Gamma \vdash A : B \qquad \Gamma \vdash B' : s \qquad B =_\beta B'}{\Gamma \vdash A : B}$$

λP – typy zależne od termów

$$\text{Pseudowyrażenia:} \quad \mathcal{T} \;:=\; V \;\mid\; C \;\mid\; \mathcal{T}\mathcal{T} \;\mid\; \lambda V:\mathcal{T}.\mathcal{T} \;\mid\; \Pi V:\mathcal{T}.\mathcal{T}$$

gdzie:
V - przeliczalnie nieskończony zbiór zmiennych,
C - zbiór stałych, w tym dwie szczególne nazywane *sortami*: $*$, $\square$