

# Tâche 2 – Couche physique ADS-B

## Densité spectrale de puissance

### Durée 2h

### Projet TS229 – Année 2021/2022

Guillaume Ferré, Romain Tajan et Malek Ellouze

## Pré-requis

La **tâche 1** est nécessaire pour réaliser cette tâche.

## Objectifs

L'objectif de cette tâche est de mettre en pratique vos connaissances en traitement du signal et communications numériques afin de calculer une densité spectrale de puissance. Cela est effectué du point de vue théorique et via une implémentation Matlab.

## Sous-tâches

**Sous-tâche 1 - Théorie** - Calculer le moment d'ordre 1 du signal  $s_l(t)$ ,  $m_{s_l}(t) = E[s_l(t)]$  et montrer qu'il ne dépend pas de  $t$  (i.e.  $m_{s_l}(t) = m_{s_l}$ ).

**Sous-tâche 2 - Théorie** - Calculer la fonction d'autocorrélation du signal  $s_l(t)$  :  $R_{s_l}(t, \tau) = E[s_l(t)s_l^*(t + \tau)]$ .

**Sous-tâche 3 - Théorie** -  $s_l(t)$  est cyclo-stationnaire de période de cyclo-stationnarité  $T_s$ . Sa Densité Spectrale de Puissance (DSP) s'obtient alors en calculant la transformée de Fourier de l'autocorrélation moyennée du signal  $s_l(t)$  :

$$\tilde{R}_{s_l}(\tau) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} R_{s_l}(t, \tau) dt$$

Calculer  $\tilde{R}_{s_l}(\tau)$  et représenter graphiquement son allure.

**Sous-tâche 4 - Théorie** - En déduire la DSP de  $s_l(t)$  :

$$\Gamma_{s_l}(f) = \mathcal{F}(\tilde{R}_{s_l}(\tau))$$

Exprimer cette DSP en fonction de  $T_s$

**Sous-tâche 5 - Matlab** - L'objectif de cette nouvelle implémentation Matlab est d'obtenir une estimation de la DSP de  $s_l(t)$  en utilisant l'algorithme du périodogramme de Welch sans chevauchement et sans fenêtre de pondération. Cette estimation devra être comparée à l'expression analytique obtenue à la question précédente. Vous devez implémenter l'algorithme de Welch par vous-même et ne pas chercher à utiliser une fonction Matlab toute faite (exemple : `pwelch.m`).

Repartir de votre code précédent afin d'implémenter le calcul de la DSP. Quelques modifications sont bien entendu nécessaires. Tout d'abord, les bits doivent désormais être générés aléatoirement suivant une loi discrète uniforme. Comme on ne s'intéresse qu'au calcul de la DSP de  $s_l(t)$ , ne conserver que les parties "ajout de bruit" et "récepteur".

Implémenter la fonction `Mon_Welch.m` dont le prototype doit être : `y=Mon_Welch(x,NFFT,Fe)` où :

- `x` est le vecteur contenant les échantillons du signal pour lequel il faut calculer la DSP,
- `NFFT` représente le nombre de points sur lequel les FFT doivent être calculées,
- `y` est l'estimation de la DSP de `x`,
- `Fe` est la fréquence d'échantillonnage.

Afin d'obtenir une estimation consistante de la DSP elle devra être obtenue en moyennant au minimum 100 FFT de  $NFFT = 256$  points.

## Vérification

Afficher sur une même figure les DSP de  $s_l(t)$  obtenues analytiquement et expérimentalement. Ces dernières doivent se superposer. Si ce n'est pas le cas il vous appartient d'identifier la ou les raison(s) et de les corriger.

## Validation

Faites valider votre travail par votre encadrant afin de passer à la tâche suivante.