

TS345
-
Codage pour la 5G

Romain Tajan

21 octobre 2019

Plan

1 Codes Linéaires (binaires) en blocs

2 LDPC

MAP-bit (2)

MAP-bit

- Le **décodeur MAP-bit** encodage systématique :

$$\Psi_{MAP-bit}^{(j)}(\mathbf{y}) = \operatorname{argmax}_{x_j \in \{0,1\}} \mathbb{P}(X_j = x_j | \mathbf{Y} = \mathbf{y})$$

- Le **décodeur MAP-bit** encodage systématique (2) :

$$\begin{aligned} \Psi_{MAP-bit}^{(j)}(\mathbf{y}) &= \operatorname{argmax}_{x'_j \in \{0,1\}} \sum_{\substack{\mathbf{x} \in \mathbb{F}_2^n \\ \text{avec } x_j = x'_j}} \mathbb{P}(\mathbf{Y} = \mathbf{y} | \mathbf{X} = \mathbf{x}) \mathbb{1}(\mathbf{x}H^T = \mathbf{0}) \\ &= \operatorname{argmax}_{x'_j \in \{0,1\}} \sum_{\substack{\mathbf{x} \in \mathbb{F}_2^n \\ \text{avec } x_j = x'_j}} \prod_{i=0}^{n-1} \mathbb{P}(Y_i = y_i | X_i = x_i) \mathbb{1}(\mathbf{x}H^T = \mathbf{0}) \end{aligned}$$

Sans structure sur \mathcal{C} , ce décodeur est aussi trop complexe !

Plan

1 Codes Linéaires (binaires) en blocs

2 LDPC

▷ Définition

▷ Graphe de Tanner associé à un code LDPC

Définition des codes LDPC

Définitions

- 1 Soit une matrice H

$$H = \begin{pmatrix} h_{0,0} & h_{0,1} & \dots & h_{0,n-1} \\ h_{1,0} & h_{1,1} & \dots & h_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{m-1,0} & h_{m-1,1} & \dots & h_{m-1,n-1} \end{pmatrix}$$

Densité de H : $\frac{|\{i,j : h_{i,j} = 1\}|}{m n}$

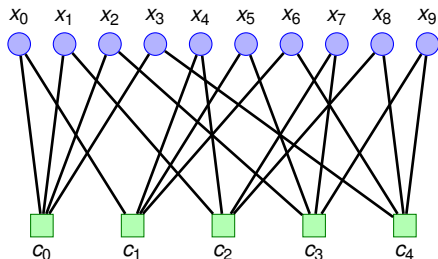
- 2 **Codes LDPC** : Codes possédant une matrice de parité H peu dense (creuse). Ordre de grandeur pour n grand ≤ 0.01 .
- 3 **Codes réguliers** : poids des lignes constant r , poids des colonnes constant g
- 4 Rendement d'un code LDPC régulier : $R \geq 1 - \frac{m}{n} = 1 - \frac{g}{r}$
- 5 $R_d = 1 - \frac{g}{r}$ est appelé **rendement de construction** d'un code LDPC

Graphe de Tanner

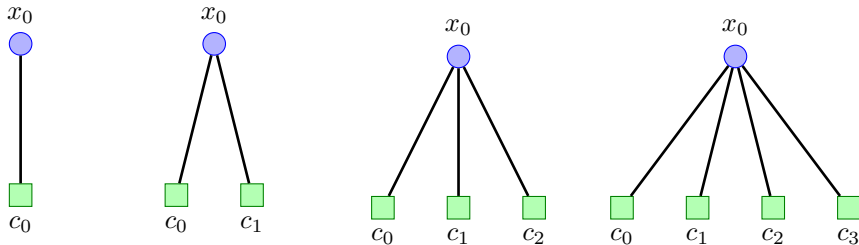
Le **graphe de Tanner** est un **graphe bipartite** avec :

- 1 n **nœuds de variables** représentant les variables $x_j, j \in \{0, \dots, n-1\}$
- 2 m **nœuds de parité (contrôle)** $c_i, i \in \{0, \dots, m-1\}$
- 3 Une arête est dessinée entre nœud de variable x_j et le nœud de parité c_i ssi $h_{i,j} = 1$

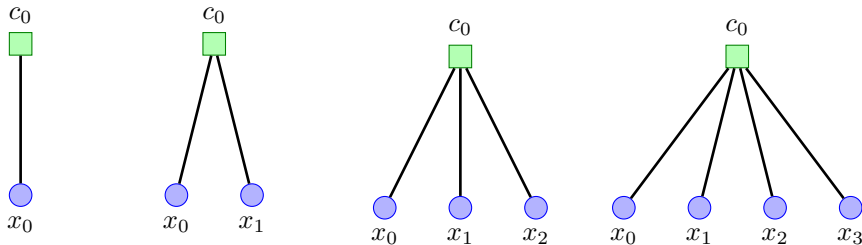
$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



Degrés des nœuds de variable

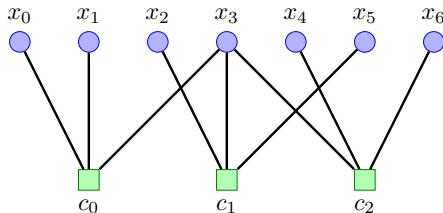


Degrés des nœuds de parité



Codes LDPC irréguliers

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



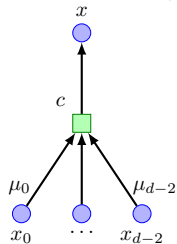
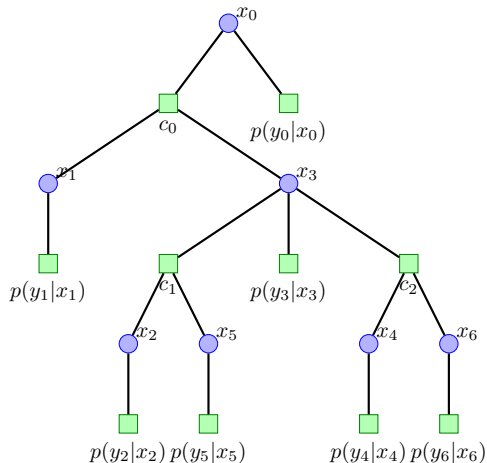
$$\lambda(x) = \sum_{d=1}^{d_v} \lambda_d x^{d-1}$$

$$\rho(x) = \sum_{d=1}^{d_c} \rho_d x^{d-1}$$

$$R \geq 1 - \frac{\int_0^1 \rho(x) dx}{\int_0^1 \lambda(x) dx}$$

Algorithme somme-produit

$$\sum_{\sim x} \mathbb{1}(x + x_0 + \dots + x_{d-2} = 0) \prod_0^{d-2} \mu_k(x)$$



$$\mu(x) = p(y|x) \prod_{f=0}^{d-2} \mu_f(x)$$

