

Communications numériques multi-porteuses

Les systèmes OFDM

module TS205 – année 2019/2020

Romain Tajan
romain.tajan@ims-bordeaux.fr

1 Objectifs

L'objectif de ce TP de communications numériques est de mettre en pratique avec Matlab les concepts théoriques vus en cours dans le cadre du module TS205. Le TP comporte 2 parties :

1. Simulation d'un système OFDM dans le cadre d'un canal AWGN complexe,
2. Simulation d'un système CP-OFDM dans le cadre d'un canal de Rayleigh,

2 Partie 1 : OFDM sur canal AWGN complexe (OFDM_AWGN.m)

2.1 Paramètres de simulation

Pour cette partie les paramètres de simulations sont les suivants :

- Modulation numérique : BPSK (symboles iid),
- Le temps symbole $T_s = 0.05\mu s$,
- Nombre de sous-porteuses totales : $N = 128$,
- Nombre de sous-porteuses utilisées : $N_u = 128$,
- Les symboles OFDM sont modulés et démodulés en utilisant respectivement les algorithmes IFFT et FFT de Matlab,
- Une trame OFDM contient : $N_T = 500$ symboles OFDM,
- Le canal de propagation $h_l[p] = \delta[p]$,
- Le bruit est supposé blanc et $n_l[p] \sim \mathcal{N}_C(0, \sigma_{n_l}^2)$,
- les échantillons du signal OFDM et ceux du bruit sont supposés décorrélés et indépendants.

2.2 Questions

1. Formaliser mathématiquement une architecture de communication numérique permettant d'émettre un symbole OFDM sans préfixe cyclique (Utiliser les mêmes notations que celles du cours).
2. A partir des paramètres de simulation, implémenter sous Matlab la chaîne de communication. Valider votre implémentation en vous assurant que sans bruit ($\sigma_{n_l}^2 = 0$) le taux d'erreur binaire (TEB) est nul sur la réception d'une trame OFDM.
3. Quelle est la durée T_{sp} d'un symbole OFDM ?

4. Quelle est la largeur de bande du signal OFDM lorsque $N_u = N$?
5. Quel est le débit binaire de cette communication numérique ?
6. Sur une même figure (subplot), tracer l'allure des parties réelles et imaginaires d'une trame OFDM lorsque $\sigma_{n_l}^2 = 0$. Interpréter le résultat, en comparant l'enveloppe d'un signal OFDM avec celle d'un signal mono-porteuse BPSK.
7. Tracer les histogrammes (sur 100 classes) des parties réelle et imaginaire d'une trame OFDM lorsque $\sigma_{n_l}^2 = 0$. Quelle hypothèse pouvez-vous en déduire sur la densité de probabilité (pdf) d'un signal OFDM. Justifier physiquement cette hypothèse.
8. Tracer les fonctions d'autocorrélations des parties réelles et imaginaires d'une trame OFDM, ainsi que la fonction d'intercorrélation de la partie réelle et imaginaire d'une trame OFDM. Quelles hypothèses pouvez-vous formuler ?
9. En déduire un modèle statistique (pdf, moments d'ordre 1 et 2, etc.) d'un signal OFDM.
10. Tracer la densité spectrale de puissance (DSP) de la trame OFDM en utilisant la méthode du périodogramme de Welch sans chevauchement. Tracer la DSP en utilisant un nombre de point $N_{FFT} = N$ dans un premier temps puis $N_{FFT} = 16N$ dans un second temps. Interpréter les résultats.
11. Evaluer les performances de votre chaîne de communications numériques (OFDM_AWGN_TEB.m). Pour cela tracer l'évolution du TEB en fonction du **rapport signal sur bruit par sous-porteuses** (SNR) défini comme le rapport entre la variance des symboles BPSK ($\sigma_S^2 = 1$) et la variance du bruit $\sigma_{n_l}^2$: $SNR = \frac{\sigma_S^2}{\sigma_{n_l}^2}$. Comparer les résultats expérimentaux à la probabilité d'erreur binaire d'une modulation BPSK sur canal AWGN lorsque le SNR évolue de 0 à 10dB par pas de 1dB.

3 Partie 2 : OFDM sur canal de Rayleigh (OFDM_Rayleigh.m)

3.1 Paramètres de simulation

Pour cette partie les paramètres de simulations sont les suivants :

- Modulation numérique : BPSK (symboles iid),
- Le temps symbole $T_s = 0.05\mu s$,
- Nombre de sous-porteuses totales : $N = 128$,
- Nombre de sous-porteuses utilisées : $N_u = 128$,
- Les symboles OFDM sont modulés et démodulés en utilisant respectivement les algorithmes IFFT et FFT de Matlab,
- Une trame OFDM contient : $N_T = 500$ symboles OFDM,
- Le canal de propagation est tel que $h_l[p] = \sum_{l_p=0}^{L-1} h_l[l_p]\delta[p - l_p]$, où les $h_l[l_p]$ sont iid et $h_l[l_p] \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \frac{1}{L})$. On supposera que la réponse impulsionnelle (RI) du canal est invariante sur la durée d'une trame OFDM et que $L \ll N$.
- La durée du préfixe cyclique $T_{CP} \geq LT_s$,
- Le bruit $n_l[p] \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \sigma_{n_l}^2)$,
- les échantillons du signal OFDM, du canal et du bruit sont supposés décorrélés et indépendants.

3.2 Questions

1. Calculer la fonction d'autocorrélation de $h_l[p]$,

2. Pour $L = 4, 8, 16$ et 32 tracer le module du spectre de la RI de $h_l[p]$, quelles conclusions en tirez-vous sur la sélectivité du canal vis à vis de l'étalement temporel de ce dernier.
3. Formaliser mathématiquement une architecture de communications numériques permettant d'émettre un symbole OFDM avec préfixe cyclique dit symbole CP-OFDM (Utiliser les mêmes notations que celles du cours).
4. A partir des paramètres de simulation, implémenter sous Matlab la chaîne de communication (choisissez un nombre d'échantillon $CP = L = 16$). Valider votre implémentation en vous assurant que sans canal et sans bruit ($h_l[p] = \delta[p]$ et $\sigma_{n_l}^2 = 0$) le taux d'erreur binaire (TEB) est nul sur la réception d'une trame OFDM.
5. Quel est le nouveau débit binaire utile de cette communication numérique ?
6. Mettre en place un égaliseur de canal après la démodulation OFDM (FFT). Faire un égalisation par forçage à zéro. Tester votre égaliseur avec $L = 16$ et $\sigma_{n_l}^2 = 0$.
7. Evaluer les performances de votre chaîne de communications numériques (OFDM_Rayleigh_TEB.m). Pour cela tracer l'évolution du TEB en fonction du **rapport signal sur bruit par sous-porteuses** (SNR) définit pour la n^{ieme} sous-porteuse comme le rapport entre le produit $\sigma_S^2 \mathbb{E}(|H[n]|^2)$ et la variance du bruit $\sigma_{n_l}^2$: $SNR = \frac{\sigma_S^2 \mathbb{E}(|H[n]|^2)}{\sigma_{n_l}^2}$ où $H[n] = \sum_{l_p=0}^{N-1} h_l[l_p] e^{j2\pi \frac{n l_p}{N}}$. Comparer les résultats expérimentaux à la probabilité d'erreur binaire d'une modulation BPSK sur canal de Rayleigh lorsque le SNR évolue de 0 à 15dB par pas de 1dB (la probabilité d'erreur d'une BPSK sur canal de Rayleigh s'obtiendra par l'outil bertool.m de Matlab).
8. Refaire la même simulation qu'à la question précédente en ne respectant plus la contrainte : $CP \geq L$. Prendre par exemple $L = 16$ et $CP = 8$. Interpréter l'évolution de la nouvelle courbe TEB=f(SNR) obtenue.
9. Modifier votre code Matlab (OFDM_Rayleigh_1.m) afin que le signal OFDM émis comporte deux bandes de gardes de 30 sous-porteuses à gauche et à droite de la DSP. Valider votre implémentation en traçant la DSP de ce nouveau signal (moyenner les DSP avec un nombre de points par DSP de $N_{FFT} = 4N$).
10. Combien valent désormais la largeur de bande du signal OFDM et le débit binaire ?