# DL #2: Racine d'une fonction mathématique

Devoir libre pour un cours dispensé à l'université de Rennes 2

Romain Tavenard

Le but de ce deuxième devoir libre (DL) est d'implémenter un algorithme de calcul approché de la racine d'une fonction mathématique $f$ continue sur un intervalle $[a, b]$.

La fonction dichotomie que vous implémenterez aura la signature suivante [1] :

```
def dichotomie(f, a, b, epsilon) :
    # [...]
```

Pour cela, proposez une condition suffisante à l'existence d'une telle racine [2] : votre ne retournera de racine que dans le cas où cette condition est remplie. Dans le cas contraire, votre fonction retournera la valeur `None`.

Une fois que l'on est sûr qu'une solution existe, nous allons utiliser la dichotomie pour s'en approcher au plus près. Le principe est le suivant : s'il existe une solution à l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[a, b]$, c'est que, avec $m = \frac{a+b}{2}$, l'une (au moins) des deux assertions suivantes est vraie :

- f possède une racine sur $[a, m]$ ;
- f possède une racine sur $]m, b]$.

Il suffit alors de continuer la recherche dans le sous-intervalle dont on est sûr qu'il contient une solution et, par raffinements successifs, on aura une valeur approchée d'une racine de $f$, l'idée étant de s'arrêter lorsque l'on trouve un intervalle dont l'une des deux bornes $x_0$ vérifie $|f(x_0)| < \varepsilon$, avec $\varepsilon$ choisi suffisamment petit.

1. On pourra rendre le paramètre `epsilon` facultatif et lui donner une valeur par défaut raisonnable. Remarquez qu'il est possible de passer une fonction (`f` ici) en paramètre.
2. On pourra s'inspirer du théorème des valeurs intermédiaires.