

## DL #2: Racine d'une fonction mathématique

Romain Tavenard

Le but de ce deuxième devoir libre (DL) est d'implémenter un algorithme de calcul approché de la racine d'une fonction mathématique  $f$  continue sur un intervalle  $[a, b]$ .

La fonction dichotomie que vous implémenterez aura la signature suivante<sup>1</sup> :

```
def dichotomie(f, a, b, epsilon) :  
    # [...]
```

Pour cela, proposez une condition suffisante à l'existence d'une telle racine<sup>2</sup> : votre ne retournera de racine que dans le cas où cette condition est remplie. Dans le cas contraire, votre fonction retournera la valeur `None`.

Une fois que l'on est sûr qu'une solution existe, nous allons utiliser la dichotomie pour s'en approcher au plus près. Le principe est le suivant : s'il existe une solution à l'équation  $f(x) = 0$  sur l'intervalle  $[a, b]$ , c'est que, avec  $m = \frac{a+b}{2}$ , l'une (au moins) des deux assertions suivantes est vraie :

- $f$  possède une racine sur  $[a, m]$  ;
- $f$  possède une racine sur  $]m, b]$ .

Il suffit alors de continuer la recherche dans le sous-intervalle dont on est sûr qu'il contient une solution et, par raffinements successifs, on aura une valeur approchée d'une racine de  $f$ , l'idée étant de s'arrêter lorsque l'on trouve un intervalle dont l'une des deux bornes  $x_0$  vérifie  $|f(x_0)| < \varepsilon$ , avec  $\varepsilon$  choisi suffisamment petit.

---

1. On pourra rendre le paramètre `epsilon` facultatif et lui donner une valeur par défaut raisonnable. Remarquez qu'il est possible de passer une fonction (`f` ici) en paramètre.

2. On pourra s'inspirer du théorème des valeurs intermédiaires.