Valoración de flujos de efectivo y medidas de riesgo de tasa de interés

Rafael Serrano

Universidad del Rosario

20 de enero de 2025

Valor del dinero en el tiempo

Considere un capital hoy de 2 millones COP que se deposita a una tasa anual compuesta del 10 %. ¿Cuál es el valor futuro en 3 años?

$$
\begin{aligned}
&\text{Interés año 1} = 2000000 * 10\,\% = 200000, \qquad && VF_1 = 2000000 + 200000 = 2200000 \\
&\text{Interés año 2} = 2200000 * 10\,\% = 220000, \qquad && VF_2 = 2200000 + 220000 = 2420000 \\
&\text{Interés año 3} = 2420000 * 10\,\% = 242000, \qquad && VF_3 = 2420000 + 242000 = 2662000
\end{aligned}
$$

El valor futuro al final de cada año es la suma del capital al inicio de cada año más los intereses acumulados de ese año.

Esto es igual a multiplicar el capital inicial por $1 + 10\,\%$ cada año. Al final de 3 años, esto equivale a multiplicar el capital inicial por $1 + 10\,\%$ elevado a la potencia 3

$$VF_3 = 2000000 * (1 + 10\,\%)^3 = 2662000$$

Valor del dinero en el tiempo

¿Cuánto se debe depositar hoy para obtener una valor acumulado de 38 millones en 6 años?

$$VP_1 = \frac{38000000}{1 + 10\,\%} = 34545454.5 \qquad VP_2 = \frac{34545454.5}{1 + 10\,\%} = 31404958.7$$

$$VP_3 = \frac{31404958.7}{1 + 10\,\%} = 28549962.4 \qquad VP_4 = \frac{28549962.4}{1 + 10\,\%} = 25954511.3$$

$$VP_5 = \frac{25954511.3}{1 + 10\,\%} = 23595010.3 \qquad VP_6 = \frac{23595010.3}{1 + 10\,\%} = 21450009.3$$

Esto equivale a dividir el valor final deseado por $1 + 10\,\%$ elevado a la potencia 6

$$VP_3 = \frac{38000000}{(1 + 10\,\%)^6} = 38000000 * \left(\frac{1}{1 + 10\,\%}\right)^6$$

3 Reglas básicas

Sea r la tasa de interés para un período (por ejemplo, un año, un mes, un trimestre, etc.)

Regla 1 Se pueden sumar y comparar únicamente los flujos de efectivo o valores que se encuentren en una misma fecha o punto del tiempo.

Regla 2 Para mover un flujo de efectivo C hacia adelante en el tiempo n periodos, se debe capitalizar n periodos.

Matemáticamente, esto equivale a multiplicar por el factor de acumulación $1+r$ elevado a la potencia n

$$\text{Valor futuro de un flujo de efectivo:} \quad VF = C \times (1+r)^n$$

3 Reglas básicas

Regla 3 Para mover un flujo de efectivo C hacia atrás en el tiempo n periodos, este se debe descontar n periodos.

Matemáticamente, esto equivale a dividir por el factor de acumulación $1 + r$ elevado a la potencia n

$$\text{Valor presente de un flujo de efectivo:} \quad VP = \frac{C}{(1+r)^n}$$

Esto es también equivalente a multiplicar por el factor de descuento $\frac{1}{1+r}$ n veces

$$VP = C * \left[\frac{1}{1+r}\right]^n$$

Frecuencias de capitalización

En ocasiones las tasas anuales capitalizan intereses con una frecuencia mayor a una vez al año. Por ejemplo, una tasa

$10\,\%$ nominal anual semestre vencido (NAMV) ó $10\,\%$ nominal anual con capitalización semestral

paga intereses dos veces al año, $\frac{10\,\%}{2} = 5\,\%$ al final de cada semestre. Esto es,

$$10\,\%\text{ NAMV equivale a una tasa del } \frac{10\,\%}{2} = 5\,\%\text{ semestral}$$

La tasa efectiva anual equivalente es

$$\left(1 + \frac{10\,\%}{2}\right)^2 - 1 = (1 + 5\,\%)^2 - 1 = 10.25\,\%$$

Frecuencias de capitalización

Frecuencia	Semestral	Trimestral	Mensual	Semanal	Diaria
n	2	4	12	52	365
Tasa efectiva anual	10.2500 %	10.3813 %	10.4713 %	10.5065 %	10.5156 %

En general si r es una tasa nominal anual que capitaliza intereses n veces al año, el factor de acumulación anual está dado por

$$\left(1+\frac{r}{n}\right)^n$$

Si n tiende a infinito, entonces r es una tasa nominal anual con capitalización continua. La tasa efectiva anual está dada por

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{r}{n}\right)^n - 1 = e^r - 1$$

Para $r = 10\,\%$ se tiene $e^{10\,\%} - 1 = 10.51761\,\%$.

Rendimiento al vencimiento

El rendimiento al vencimiento (yield-to-maturity, YTM) o tasa interna de retorno (TIR) es la tasa de descuento para la cual el valor presente obtenido usando flujos descontados es igual a su valor de mercado V^M.

Matemáticamente, el rendimiento al vencimiento y es la solución de la ecuación

$$V^M = \sum \frac{C_t}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^{mt}}$$

donde $t =$ tiempo entre la fecha de valoración y la fecha de flujo de efectivo C_t
$m =$ frecuencia de capitalización

Bonos

Los bonos son títulos financieros de deuda que emiten entidades públicas y privadas para

- recaudar capital por parte de inversionistas del mercado de capitales
- a cambio de la promesa de uno varios pagos futuros

Dichos pagos se hacen hasta una fecha final, llamada fecha de vencimiento. El tiempo que resta para la fecha final de pago se conoce como plazo del bono.

Los bonos realizan dos tipos de pagos

- el principal o nominal que se paga al vencimiento,
- los cupones (intereses) que se pagan de forma periódica (por ejemplo, semestral) hasta al vencimiento

Cupones

El nominal que se paga al vencimiento es también una cantidad conceptual que se usa para calcular el pago de cupones o intereses.

Los pagos de cupón se calculan de la siguiente manera

$$\text{Cupón} = \frac{\text{Tasa cupón} * \text{Nominal}}{\text{Número de pagos por año}}$$

La tasa cupón se enuncia usualmente como una tasa nominal anual. Por esta razón se divide por la frecuencia o número de pagos por añó para calcular los intereses.

Es usual que el nominal se denomina en incrementos de 100 o 1000. Por ejemplo, un bono con nominal de 100 y tasa cupón 12 % semestral paga cupones por valor de

$$\frac{12\,\%}{2} * 100 = 6 \;\; \text{al final de cada semestre antes y al vencimiento del bono.}$$

Duración y Convexidad

La estimación del impacto de los cambios en las tasas de interés sobre una posición o una cartera ayuda a los analistas de ALM y a los gestores de riesgos a tomar las medidas necesarias para minimizar el posible efecto perjudicial de dichos cambios sobre las ganancias y el valor del capital de un banco.

Una forma de estimar el impacto de un escenario de cambio de las tasas de interés sobre el valor de un instrumento financiero es revaluar por completo la posición en el marco del nuevo régimen de tasas de interés.

Duración y Convexidad

La revaluación completa proporciona una evaluación precisa del posible cambio de valor.

Sin embargo, también es posible estimar el impacto del cambio de las tasas de interés sobre el valor de un instrumento de forma aproximada, pero sin necesidad de una revaluación completa.

Esto se puede hacer utilizando mediciones de duración y convexidad.

Duración de Macaulay

La vida restante (o simplemente vida) de un instrumento financiero es el tiempo transcurrido desde la fecha de valoración hasta la fecha de vencimiento del instrumento.

La duración de Macaulay (Macaulay 1938) es una medida alternativa de la vida del instrumento que incorpora el valor temporal del dinero.

Se define como el promedio ponderado de los tiempos de los flujos de efectivo, donde cada ponderación es la contribución del valor presente de cada flujo de efectivo en el valor total del instrumento:

$$D_{Mac} = \sum t \frac{C_t \left(1 + \frac{y}{m}\right)^{-mt}}{V} = \sum t \times w_t, \quad w_t = \frac{C_t \left(1 + \frac{y}{m}\right)^{-mt}}{V} \tag{1}$$

Duración modificada

Si bien la duración de Macaulay presenta una relación entre la tasa de interés y el valor de un instrumento, una mejor medida de la sensibilidad a la tasa de interés es la duración modificada.

Esta es básicamente una medida de la sensibilidad del valor de un instrumento a los cambios en el rendimiento y se define de la siguiente manera

$$D_{Mod} = -\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta y}$$

donde y es el yield anualizado y V es el valor del instrumento.

Cuando el cambio en el rendimiento Δy es pequeño, la fracción $\frac{\Delta V}{\Delta y}$ puede ser aproximada usando la primera derivada del valor en función del rendimiento.

Duración modificada

Recordemos el valor presente de un instrumento en función de su rendimiento

$$V(y) = \sum \frac{C_t}{\left(1+\frac{y}{m}\right)^{mt}}$$

Calculando la primera derivada con respecto a y se tiene lo siguiente

$$\frac{dV}{dy} = -\sum_t tC_t \left(1+\frac{y}{m}\right)^{-mt-1} = -\frac{1}{1+\frac{y}{m}} \sum_t t \frac{C_t}{\left(1+\frac{y}{m}\right)^{mt}}$$

Usando $\frac{dV}{dy}$ en la definición de duración modificada, se obtiene

$$D_{Mod} = \frac{1}{1+\frac{y}{m}} \sum_t tw_t = \frac{1}{1+\frac{y}{m}} D_{Mac} \tag{2}$$

Duración modificada

El cambio en el valor del instrumento ante pequeños cambios en el rendimiento se puede estimar usado la duración modificada

$$\Delta V = -D_{Mod} V \Delta y = -\frac{\Delta y}{1 + \frac{y}{m}} D_{Mac} V$$

Esto permite también aproximar el cambio porcentual del valor del instrumento

$$\% \Delta V = \frac{\Delta V}{V} = -D_{Mac} \frac{\Delta y}{1 + \frac{y}{m}} D_{Mac}$$

Esta aproximación funciona bien si la magnitud de Δy es pequeña. Sin embargo, para valores Δy más grandes, la precisión de la aproximación.

Duración modificada

El error en la aproximación usando la duración modificada se debe a que esto usa principalmente la primera derivada de la función de valor (serie de Taylor 1er orden).

Esto es ΔV se aproxima con base en el supuesto de que la relación entre el valor de un instrumento y su rendimiento es lineal !!

Si y es una tasa de capitalización continua, entonces $V(y) = \sum C_t e^{-yt}$. Derivando con respecto a y se tiene

$$\frac{dV}{dy} = -\sum tC_t e^{-yt}. \quad \text{En este caso, } D_{Mod} = D_{Mac}$$

Convexidad

Del anterior análisis se deriva que, para aproximar mejor al cambio en el valor sin necesidad de una revaluación completa, también debemos considerar la curvatura del valor del instrumento como función del yield.

Esto se hace mediante la convexidad. Esta es una medida de la sensibilidad de la duración de un instrumento a los cambios en el rendimiento.

Se define de la siguiente manera

$$\text{Conv} = \frac{1}{V}\frac{\Delta^2 V}{\Delta y^2} \tag{3}$$

Convexidad

Para un Δy pequeño, la razón $\frac{\Delta^2 V}{\Delta y^2}$ aproxima la segunda derivada de la función de valor con respecto al rendimiento

$$\frac{d^2 V}{dy^2} = -\sum \left(\frac{1}{m}\right)(-mt-1)tC_t\left(1+\frac{y}{m}\right)^{-mt-2}$$
$$= \frac{1}{\left(1+\frac{y}{m}\right)^2}\sum t\left(t+\frac{1}{m}\right)C_t\left(1+\frac{y}{m}\right)^{-mt}$$

Usando $\frac{d^2 V}{dy^2}$ en la definición de convexidad y las ponderaciones en la definición de la duración modificada, se tiene

$$\text{Conv} = \frac{1}{\left(1+\frac{y}{m}\right)^2}\sum_t t\left(t+\frac{1}{m}\right)w_t$$

Convexidad

La convexidad se puede utilizar para mejorar la aproximación del cambio de valor debido a los cambios en el rendimiento obtenidos utilizando la duración modificada.

Usando una expansión de Taylor de 2do orden

$$\begin{aligned} \Delta V = V(y+\Delta y) - V(y) &\approx \frac{dV}{dy}\Delta y + \frac{1}{2}\frac{d^2 V}{dy^2}(\Delta y)^2 \\ &= -D_{Mod} V(y)\Delta y + \frac{1}{2}\,\text{Conv}\; V(y)(\Delta y)^2 \end{aligned}$$

DV01

Dollar duration se define como el negativo del cambio de valor por cambio de yield

$$D_{Dollar} = -\frac{\Delta V}{\Delta y} = D_{Mod} \times V \tag{4}$$

DV01 (dollar value of a basis point) es el cambio de valor para un cambio de 1 punto base en el rendimiento

$$DV01 = V(y + \Delta y) - V(y) = -D_{Mod} \times V(y) \times \Delta y, \quad \Delta y = 1\,\mathrm{pb} = \frac{1}{100^2}$$

Dollar duration es análoga a la delta para las opciones. De manera similar, podemos definir el dollar convexity

$$\text{Conv}_{Dollar} = \frac{\Delta^2 V}{\Delta y^2} = \text{Conv} \times V$$

Duración Efectiva

Hasta ahora, hemos asumido que la relación entre el valor del instrumento, sus flujos de efectivo y la tasa de interés sigue una forma funcional explícita.

Sin embargo, para algunos instrumentos, esta relación no es tan simple, especialmente cuando el instrumento tiene opciones incorporadas.

La duración efectiva es una aproximación de la duración modificada usando la diferencia central

$$D_{Eff} = \frac{V(y - \Delta y) - V(y + \Delta y)}{2V(y)\Delta y}$$

De manera similar se puede definir la convexidad efectiva.

Extensiones de la duración

El propósito ahora es extender el concepto de duración modificada para considerar

(i) la estructura temporal completa de la curva de rendimiento
(ii) el desplazamiento no paralelo de la curva de rendimiento.

Recordemos que un desplazamiento equivalente de la curva y del rendimiento no produce cambios iguales en el valor del instrumento.

Esto se debe a que un desplazamiento paralelo de la curva al contado no es equivalente al mismo cambio en el rendimiento del instrumento a menos que la curva sea plana, es decir, que la tasa sea la misma para todos los plazos.

Duración Fisher-Weil

La duración de Fisher-Weil (Fisher y Weil 1971) usa los factores de descuento de la curva. Por lo tanto, considera la estructura temporal completa de la curva de rendimiento.

Se define como

$$D_{FW} = \sum t \frac{C_t \left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^{-mt}}{V} \tag{5}$$

donde

$$\begin{aligned} V &= \text{ Valor hoy del instrumento} \\ r_t &= \text{ Tasa spot en la fecha } t \\ C_t &= \text{ Flujo de efectivo } t \\ m &= \text{ Frecuencia de capitalización al año} \end{aligned}$$

D_{Mod} choque paralelo

Denotemos ahora $\boldsymbol{r_t}$ el vector de tasas spot de la curva para diferentes plazos

$$\boldsymbol{r_t} = (r_1, r_2, \cdots, r_t, \cdots, r_n)\,.$$

Para ampliar la duración modificada y considerar la estructura temporal completa de la curva de rendimiento, primero supongamos un desplazamiento paralelo de Δr a todas las tasas de la curva spot.

La duración modificada puede redefinirse como

$$D_{Mod} = -\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta r}$$

El valor del instrumento se puede escribir de la siguiente manera

$$V\left(\boldsymbol{r_t}\right) = \sum \frac{C_t}{\left(1+\frac{r_t}{m}\right)^{mt}}$$

D_{Mod} choque paralelo

El valor del instrumento $V\left(\boldsymbol{r_t} + \Delta r\right)$ después de un desplazamiento paralelo Δr a la curva spot, donde $\boldsymbol{r_t} + \Delta r$ es el vector de tasas desplazadas por el mismo valor:

$$\boldsymbol{r_t} + \Delta r = \left(r_1 + \Delta r, r_2 + \Delta r, \cdots, r_t + \Delta r, \cdots, r_n + \Delta r\right)$$

está dado por

$$V\left(\boldsymbol{r_t} + \Delta r\right) = \sum_t \frac{C_t}{\left(1 + \frac{r_t}{m} + \frac{\Delta r}{m}\right)^{mt}}$$

Asumiendo Δr pequeño, usando expansión de Taylor de primer orden

$$\begin{aligned} V\left(\boldsymbol{r_t} + \Delta r\right) &= \sum_t C_t \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^{mt}} - \frac{mt\frac{\Delta r}{m}}{\left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^{mt+1}}\right) \\ &= \sum_t \frac{C_t}{\left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^{mt}} - \Delta r \sum_t \frac{tC_t}{\left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^{mt+1}} \end{aligned}$$

D_{Mod} choque paralelo

Se tiene entonces

$$\frac{V\left(\boldsymbol{r_t}+\Delta r\right)-V\left(\boldsymbol{r_t}\right)}{\Delta r}=-\sum_t \frac{tC_t}{\left(1+\frac{r_t}{m}\right)^{mt+1}}$$

Multiplicando ambos lados por $-\frac{1}{V}$

$$-\frac{1}{V}\times\frac{\Delta V}{\Delta r}=\sum_t \frac{\frac{tC_t}{\left(1+\frac{r_t}{m}\right)^{mt+1}}}{V}$$

Comparando esto con nuestra nueva definición de duración modificada

$$D_{Mod}=\sum_t \frac{t}{\left(1+\frac{r_t}{m}\right)}\frac{C_t\left(1+\frac{r_t}{m}\right)^{-mt}}{V}$$

D_{Mod} choque paralelo

Usando la notación de ponderaciones

$$D_{\text{Mod}} = \sum_t \frac{t}{1+\frac{r_t}{m}} \omega_t, \quad \omega_t = \frac{C_t\left(1+\frac{r_t}{m}\right)^{-mt}}{V}$$

D_{Mod} usando el rendimiento
(choque paralelo en una curva plana)

$$D_{Mod} = \frac{1}{1+\frac{y}{m}} \sum t w_t$$

$$w_t = \frac{C_t\left(1+\frac{y}{m}\right)^{-mt}}{V}$$

D_{Mod} usando la curva
(choque paralelo a toda la curva)

$$D_{Mod} = \sum \frac{t}{1+\frac{r_t}{m}} \omega_t$$

$$\omega_t = \frac{C_t\left(1+\frac{r_t}{m}\right)^{-mt}}{V}$$

Key-rate duration

Hasta ahora, seguimos asumiendo que se aplica un desplazamiento igual de Δr a todos las tasas spot (desplazamiento paralelo a la curva).

Key-rate duration (Ho 1992) es un método para medir la sensibilidad del valor del instrumento a desplazamientos no paralelos en la curva de rendimiento.

Key-rate duration

Un cambio de tasa de este tipo crea un desplazamiento triangular en la curva alrededor del plazo clave afectado.

El propósito de la duración key-rate es encontrar una medida de la sensibilidad del valor del instrumento a dicho cambio en la curva spot.

Para esto usamos la siguiente notación:

$\boldsymbol{r_t} = (r_1, r_2, \cdots, r_t, \cdots, r_n) =$ vector de tasas spot

$\Delta \boldsymbol{r_t} = (0, 0 \cdots, \Delta r_t, \cdots, 0) =$ vector de choques Δr_t para el plazo t y cero para los otros

$\boldsymbol{r_t} + \Delta \boldsymbol{r_t} = (r_1, r_2, \cdots, r_t + \Delta r_t, \cdots, r_n) =$ vector de tasas después de choque

Key-rate duration

Se tiene entonces

$$V\left(\boldsymbol{r_t} + \Delta \boldsymbol{r_t}\right) = \left(\sum_{i \neq t} \frac{C_i}{\left(1 + \frac{r_i}{m}\right)^{mi}}\right) + \frac{C_t}{\left(1 + \frac{r_t}{m} + \frac{\Delta r_t}{m}\right)^{mt}}$$

Asumiendo Δr_t pequeño, usando una expansion de Taylor de 1er orden

$$\begin{aligned} V\left(\boldsymbol{r_t} + \Delta \boldsymbol{r_t}\right) &= \left(\sum_{i \neq t} \frac{C_i}{\left(1 + \frac{r_i}{m}\right)^{mi}}\right) + C_t \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^{mt}} - \frac{mt \frac{\Delta r_t}{m}}{\left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^{mt+1}}\right) \\ &= \left(\sum_{i \neq t} \frac{C_i}{\left(1 + \frac{r_i}{m}\right)^{mi}}\right) + \frac{C_t}{\left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^{mt}} - \frac{C_t t \Delta r_t}{\left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^{mt+1}} \end{aligned}$$

Key-rate duration

La suma de los dos primeros términos del lado derecho es precisamente el valor hoy del instrumento $V\left(\boldsymbol{r_t}\right)$, luego se tiene

$$V\left(\boldsymbol{r_t}+\Delta\boldsymbol{r_t}\right)=V\left(\boldsymbol{r_t}\right)-\frac{C_t t\Delta r_t}{\left(1+\frac{r_t}{m}\right)^{mt+1}}$$

Multiplicando por $-\frac{1}{V}$ obtenemos la definición de key-rate duration

$$KRD_t:=-\frac{1}{V}\frac{V\left(\boldsymbol{r_t}+\Delta\boldsymbol{r_t}\right)-V\left(\boldsymbol{r_t}\right)}{\Delta r_t}=\frac{t}{1+\frac{r_t}{m}}\frac{\frac{C_t}{\left(1+\frac{r_t}{m}\right)^{mt}}}{V}$$

Key-rate effective duration

Se puede hacer también una definición similar de duración efectiva con choques no-paralelos para instrumentos con opcionalidad

$$KRD_{tEff} = \frac{V\left(\boldsymbol{r_t} - \Delta \boldsymbol{r_t}\right) - V\left(\boldsymbol{r_t} + \Delta \boldsymbol{r_t}\right)}{2V\left(\boldsymbol{r_t}\right)\Delta r_t}$$

donde

$\boldsymbol{r_t} = \left(r_1, r_2, \cdots, r_t, \cdots, r_n\right)$ vector de tasas spot

$\boldsymbol{r_t} \pm \boldsymbol{\Delta r_t} = \left(r_1, r_2, \cdots, r_t \pm \Delta r_t, \cdots, r_n\right)$ vector de tasas con desplazamiento en plazo t

Brecha de duración

En adelante asumimos tasas con capitalización anual. Es decir, $m = 1$.

Recordemos la definición de duración modificada D_{Mod} de una posición

$$D_{Mod} = -\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta y}$$

Podemos usar esto para calcular el cambio porcentual en el valor de la posición

$$\%\Delta V = \frac{\Delta V}{V} = -D_{Mod}\Delta y$$

Usando la relación $D_{Mod} = \frac{1}{1+y}D_{Mac}$ se tiene

$$\%\Delta V = \frac{\Delta V}{V} = -D_{Mac}\frac{\Delta y}{1+y}$$

Brecha de duración

Duración de Macaulay de un portafolio de varias posiciones, cada una con valor V^j y duración D^j_{Mac} es una suma ponderada de la forma

$$D_{Mac} = \sum_j \frac{V_j}{V} D^j_{Mac}, \quad V = \sum_j V_j$$

La ponderación $\frac{V_j}{V}$ es la proporción de cada posición en el portafolio.

Podemos usar para estimar el cambio en el valor económico del patrimonio VEP

$$\text{VEP} = \text{Valor económico ACTIVOS} - \text{Valor económico PASIVOS}$$

Recuerde: valor económico = valor presente de flujos de efectivo usando curva descuento.

Brecha de duración

Notación: $V_A =$ valor económico ACTIVOS, $V_L =$ valor económico PASIVOS

Usando $V_A = V_L + \text{VEP}$ se tiene

$$D^A_{Mac} = \frac{V_L}{V_A} D^L_{Mac} + \frac{\text{VEP}}{V_A} D^{VEP}_{Mac}$$

Despejando

$$D^{VEP}_{Mac} = \frac{V_A}{\text{VEP}} \left(D^A_{Mac} - \frac{V_L}{V_A} D^L_{Mac} \right)$$

Se define la brecha de duración

$$D_{GAP} = D^A_{Mac} - \frac{V_L}{V_A} D^L_{Mac}$$

Se tiene entonces la siguiente aproximación para la duración: $D^{VEP}_{Mac} = \frac{V_A}{\text{VEP}} D_{GAP}$.

Brecha de duración

También se sigue la siguiente aproximación

$$\Delta VEP = -V_A * D_{GAP} \frac{\Delta y}{1+y}.$$

Si D_{GAP} es cercano a cero, un cambio en la tasa de interés afecta a ambos lados del balance casi por igual, protegiendo el patrimonio del banco. En caso contrario, se tiene

Gap de duración	Tasas de interés SUBEN	Tasas de interés CAEN
POSITIVO	ΔVEP < 0	ΔVEP > 0
NEGATIVO	ΔVEP > 0	ΔVEP < 0

¿Cómo reducir la sensibilidad del VEP a cambios en las tasas de interés? Reducir el valor absoluto del D_{GAP}.

Brecha de duración

Por ejemplo, si $D_{GAP} < 0$, es decir, si $V_A D^A_{Mac} < V_L D^L_{Mac}$, el banco puede

1. Incrementar la duración de los activos:
    - Invirtiendo en títulos a más largo plazo
    - Aumentando la cartera de préstamos a largo plazo (e.g. créditos hipotecarios)
    - Reduciendo la cartera de créditos de corto plazo.

   Sin embargo, esto puede ser costoso o no estar alineado con el plan de negocio y estrategia general del banco.
2. Reducir la duración de sus pasivos, por ejemplo, emitiendo deuda de corto plazo.
3. Emplear swaps para convertir tasa de interés variable a tasa fija.

Brecha de duración

El análisis de brecha de duración mide el riesgo de brecha (gap risk) que es la fuente de primer orden del riesgo de tasa de interés.

Sin embargo, el método tiene algunas desventajas:

1. La aproximación del cambio en el valor de una posición usando duración pierde precisión para Δy más grandes o en posiciones posiciones con alta convexidad, por ejemplo, opciones incorporadas o pre-pagos.
2. El método se basa en el cambio en el rendimiento de la posición, lo cual supone una curva de rendimiento plana, donde las tasas con diferentes plazos son iguales.

Brecha de duración

Finalmente, el método solo considera un desplazamiento paralelo en la curva de rendimiento, como se refleja en un aumento o disminución en el rendimiento.

Los cambios en las tasas de interés rara vez son un desplazamiento paralelo puro a la curva de rendimiento actual.

Por estas razones, el análisis de brecha debe ser solo primer paso para analizar el VEP y su sensibilidad al riesgo de tasa de interés.

Este se debe complementar para abordar riesgos de base y riesgo de opcionalidad haciendo un análisis de re-precio total del libro bancario y choques en diferentes escenarios.