

Optimización del balance usando programación lineal

Rafael Serrano

Universidad del Rosario

8 de julio de 2024

Basilea III

Estándares internacionales de regulación financiera se ha convertido en una necesidad para los países debido a

- Interconexión del sistema financiero mundial
- Ciclos económicos que los expone a posibles desequilibrios

Como respuesta a la crisis financiera global, en diciembre de 2010, el Comité de Basilea propuso los estándares de capital conocidos como Basilea III.

Con este nuevo marco regulatorio se busca aumentar la calidad y cantidad de capital en las entidades bancarias, con el propósito de

- Evitar el exceso de apalancamiento
- Proporcionar mayor cobertura a los riesgos asumidos por estas entidades.

Modelo de optimización

Pregunta ¿Cómo puede un banco optimizar su composición de activos y pasivos en el balance, cumpliendo con los requerimientos regulatorios (Basilea III)?

Propuesta Modelo de optimización lineal

- **Función objetivo lineal**

Maximizar beneficios netos penalizando ajustes a la estructura actual del balance

- **Restricciones lineales**

Límites sobre indicadores del marco regulatorio

Referencias principales

Schmaltz, C., Pokutta, S., Heidorn, T., Andrae, S. (2014). How to make regulators and shareholders happy under Basel III. *Journal of Banking & Finance*, 46, 311-325.

Cornuejols, G., Peña, J., Tütüncü, R. (2018). *Optimization methods in finance*. Cambridge University Press.

Lubinska, B. (2020). *Asset Liability Management Optimisation: A Practitioner's Guide to Balance Sheet Management and Remodelling*. John Wiley & Sons.

Lubinska, B. (2021). *Interest Rate Risk in the Banking Book: A Best Practice Guide to Management and Hedging*. John Wiley & Sons.

Indicadores de solvencia

Entidades de crédito deben cumplir los siguientes niveles mínimos de solvencia:

$$\text{Solvencia básica} = \frac{\text{PBO}}{\text{APNR} + \text{VR}} \geq 4.5 \%$$

$$\text{Solvencia básica adicional} = \frac{\text{PBO} + \text{PBA}}{\text{APNR} + \text{VR}} \geq 6 \%$$

PBO = Patrimonio básico ordinario (Common equity Tier 1)

PBA = Patrimonio básico adicional (Add. Tier 1)

APNR = Activos ponderados por nivel de riesgo de crédito

$\text{VR} = \frac{100}{9} * (\text{Valor Exp. Riesgo Mercado} + \text{Valor Exp. Riesgo Operacional})$

Ponderaciones de activos por nivel de riesgo

Para determinar los valores de los activos en los indicadores de solvencia, estos se multiplican por ponderadores según el nivel de riesgo de crédito y de mercado

- Ponderación de 0 %. Ejemplo: caja y depósitos a la vista, exposiciones con la Nación o el Banco de la República y operaciones aceptadas por una cámara de riesgo central de contraparte.
- Ponderación de 20 %. Ejemplo: depósitos a término y exposiciones con Fogafín o Fogacoop.
- Ponderación de 100 %. Ejemplo: activos en incumplimiento, créditos para adquisición de tierra o construcción con fines de desarrollo inmobiliario, activos fijos, bienes de arte y cultura, bienes muebles o inmuebles realizables, remesas en tránsito, instrumentos participativos, etc.

Solvencia total y colchones de capital

PA = Patrimonio adicional (Tier 2) Patrimonio técnico: $PT = PBO + PBA + PA$

$$\text{Razón capital (Solvencia total)} = \frac{PT}{APNR + VR} \geq 9\%$$

Basilea III introduce también colchones de capital como medidas de mitigación de eventuales crisis, los cuales deben mantenerse siempre en el PBO:

Colchón de Conservación de Capital = 1.5 % de los APNR y VR. Estos recursos podrán ser usados ante acumulación de pérdidas en tiempos de crisis.

Colchón de Capital Entidades de Importancia Sistémica = 1 % de los APNR y VR. Permite reducir la probabilidad de que se materialice el riesgo sistémico.

Indicador de apalancamiento

Relación de apalancamiento (RA) permite al supervisor y gestores monitorear el nivel de apalancamiento con una medida sencilla, transparente y comparable entre los distintos establecimientos de crédito.

$$RA = \frac{PBO + PBA}{\text{Total activos dentro y fuera balance}} \geq 3\%$$

Total de activos incluye

- Activos netos de provisiones
- Exposiciones netas en operaciones de repo, simultaneas y TTV
- Exposiciones crediticias en derivados
- Valores de exposición de todas las contingencias

Indicador de cobertura de liquidez

Este indicador mide el perfil de riesgo de liquidez de un banco, con el fin de hacer frente ante requerimientos de liquidez en un hipotético escenario de estrés financiero durante los próximos 30 días.

$$\text{Coeficiente de cobertura de liquidez (LCR)} = \frac{\text{HQLA}}{\text{NCO30}} \geq 100 \%$$

donde HQLA = activos líquidos de alta calidad

NCO30 = salidas netas de efectivo totales estimadas en una situación de estrés durante los siguientes 30 días. Esto es, la diferencia entre

- total de salidas de efectivo previstas (máximo 75 % del total estimado de salidas)
- total estimado de entrada de efectivo

Indicador de fondeo estable

Coeficiente de financiamiento estable neto (CFEN) busca incentivar la gestión eficiente del fondeo de mediano y largo plazo de sus operaciones activas, con el fin de mitigar fluctuaciones en fuentes de financiación.

Este se define como

$$\text{CFEN} = \frac{\text{FED}}{\text{FER}} \geq 100\%$$

FED = **Fondeo estable disponible**, esto es, recursos propios y ajenos estables en el horizonte de un año. Los montos se ponderan según el grado de estabilidad dado por el plazo y la propensión de retiro de los fondos por parte de los depositantes, etc.

FER = **Fondeo estable requerido**, esto es, activos que requieren financiación estable. Los montos se ponderan principalmente por el nivel de liquidez.

Ponderaciones Fondo Disponible

Rubro	Factor
Patrimonio Técnico	100%
Depósitos a la vista de Mayoristas Sector Real y Personas Naturales Grandes y otros depósitos*	90%
Depósitos a plazo (mayor o igual a 6 meses y menor a 1 año) de FICs Abiertos sin Pacto de Permanencia	50%
Depósitos a plazo (menor a 6 meses) de Sector Gobierno No Financiero	50%
Depósitos a la vista de Entidades Financieras Vigiladas de acuerdo con el subnumeral 2.1.1.1. del Anexo 4 del Capítulo VI de la CBCF*	25%

Fuente: SFC. (*) Para estos rubros se debe tener presente lo señalado en la Circular Externa 021 de 2022.

Ponderaciones Fondo Requerido

Rubro	Factor
Efectivo	0%
ALAC*	5%
Otros activos líquidos con calificación crediticia de largo plazo AA- o superior o de corto plazo grado de inversión	15%
Cartera con personas naturales y jurídicas (no vigiladas) con plazo menor a 1 año	50%
Cartera de Vivienda con plazo mayor o igual a 1 año	65%
Acciones no Líquidas	100%
Cartera Vencida	100%

Fuente: SFC. (*) Activos líquidos de alta calidad sin efectivo y encaje

Modelo versión simplificada

Banco tiene solo dos productos: un tipo de depósito y un tipo de préstamo.

D Depósitos, P Préstamos

C Reserva de capital ante incumplimiento de deudores

R Reserva de liquidez ante retiros anticipados de depósitos

Ecuación básica del balance general: $P + R = D + C$

Restricciones

Solvencia: $\frac{C}{P} \geq k$

Apalancamiento: $\frac{C}{P + R} \geq \mathcal{L}$

Cobertura de liquidez: $\frac{R}{c * D} \geq 1$

Fondeo estable neto: $\frac{\text{fed} * D + C}{\text{fer} * P} \geq 1$

c = % Estimado salidas netas efectivo durante sig. 30 días en situación de estrés

fed = **Fondeo Estable Disponible** % Depósitos considerados financiamiento estable

fer = **Fondeo Estable Requerido** % Préstamos que requieren financiación estable

Modelo versión simplificada

Renormalizamos total de activos a uno. Esto permite reducir el problema a dos variables $P, D \in [0, 1]$

$$R = 1 - P, \quad C = 1 - D$$

Restricciones son equivalentes a las siguientes desigualdades

Solvencia: $1 - D \geq k * P$

Apalancamiento: $1 - D \geq \mathcal{L}$

Cobertura de liquidez: $1 - P \geq c * D$

Fondeo estable neto: $1 - (1 - \text{fed}) * D \geq \text{fer} * P$

Función objetivo $\text{máx } m_D * D + m_P * P$

m_D y m_P son las tasas de margen de ganancia de ambos productos: tasa externa menos tasa equilibrio interna. Esta última incluye costos de fondeo y costos operacionales.

Región factible

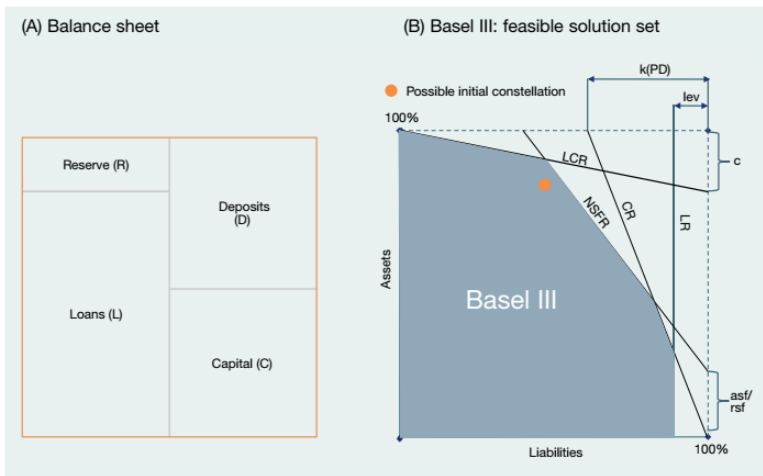
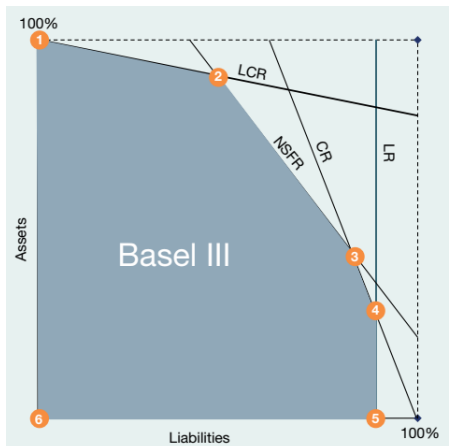


Figure 1 – Overview of the two-product model

Ejemplo numérico



	Assets		Liabilities		Business model
	L	R	D	C	
1	100%	0%	0%	100%	Mortgage fund
2	90%	10%	50%	50%	Commercial bank
3	40%	60%	80%	20%	Investment bank
4	30%	70%	85%	15%	Investment bank
5	0%	100%	97%	3%	Investment bank
6	0%	100%	0%	100%	Investment fund

Figure 2 – Potential business models as solutions

Modelo versión general con costos de ajuste

A Activos, OFB Operaciones fuera del balance

AR Activos elegibles de reserva, ANR Activos no-elegibles de reserva

in_i Tasa de flujo de entrada, out_i Tasa de flujo de salida

hc_i Recorte (haircut) regulatorio del activo líquido i

rw_i Ponderación de riesgo de activo i

X_i Volumen de la línea de negocio i

a_i Costos no financieros por ajustes en línea de negocio i

c_i Costo de capital del tipo i

Modelo versión general con costos de ajuste

$$\max_{X_i} \sum_i \left(m_i \cdot X_i - a_i \cdot \|X_i - X_i^{\text{Inicial}}\| \right) - \sum_{i \in \{PB, PA\}} c_i \cdot X_i$$

$$\text{s.a. } 9\% \cdot \sum_{i \in A \& FBS} rw_i \cdot X_i \leq PB + PA \quad (\text{Solvencia})$$

$$3\% \cdot \sum_{i \in A \& FBS} X_i \leq PB \quad (\text{Apalancamiento})$$

$$\sum_{i \in A \& FBS} fer_i \cdot X_i \leq \sum_{i \in P} fed_i \cdot X_i \quad (\text{Fondeo estable neto})$$

$$\sum_{i \in AR} (1 - hc_i) \cdot X_i + \sum_{i \in ANR} in_i \cdot X_i \geq \sum_{i \in L \& FBS} out_i \cdot X_i \quad (\text{Cobertura de liquidez})$$