

Chapter-6 रैखिक असमिकाएँ

प्रश्नावली 6.1

प्रश्न 1.

हल कीजिए : $24x < 100$, जब

(i) x एक प्राकृत संख्या है।

(ii) x एक पूर्णांक है। $24x < 100$

हल:

$$24x < 100$$

24 से दोनों पक्षों में भाग करने पर

$$x < \frac{100}{24} \text{ अर्थात् } x < \frac{25}{6}$$

(i) यदि x एक प्राकृत संख्या है तो हल $\{1, 2, 3, 4\}$ है।

(ii) यदि x एक पूर्णांक संख्या है तो हल $\{.... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

प्रश्न 2.

हल कीजिए: $12x > 30$, जब

(i) x एक प्राकृत संख्या है।

(ii) x एक पूर्णांक है।

हल:

$$-12x > 30$$

-12 से दोनों पक्षों में भाग करने पर,

$$x < \frac{30}{-12} \text{ अर्थात् } x < \frac{-5}{2}$$

(i) यदि x प्राकृत संख्या है तो कोई हल नहीं है।

(ii) यदि x पूर्णांक संख्या है तो हल $\{..... -5, -4, -3\}$ है।

प्रश्न 3.

हल कीजिए : $5x - 3 < 7$, जब

(i) x एक पूर्णांक है।

(ii) x एक वास्तविक संख्या है।

हल:

$$5x - 3 < 7$$

दोनों पक्षों में 3 जोड़ने पर,

$$5x < 10$$

5 से भाग देने पर

$$x < \frac{10}{5}$$

अर्थात् $x < 2$

(i) यदि x एक पूर्णांक संख्या है तो हल $\{\dots, -2, -1, 0, 1\}$.

(ii) यदि x एक वास्तविक संख्या है तो हल $x \in (-\infty, 2)$.

प्रश्न 4.

हल कीजिए : $3x + 8 > 2$, जब

(i) x एक पूर्णांक है।

(ii) एक वास्तविक संख्या है।

हल:

$$3x + 8 > 2$$

$$3x > 2 - 8 \text{ या } 3x > -6$$

3 से भाग करने पर

$$x > \frac{-6}{3} \text{ या } x > -2$$

(i) यदि x एक पूर्णांक संख्या है तो हल $\{-1, 0, 1, 2, \dots\}$.

(ii) यदि x एक वास्तविक संख्या है तो हल $x \in (-2, \infty)$.

प्रश्न 5.

हल कीजिए : $4x + 3 < 6x + 7$.

हल:

$$4x + 3 < 6x + 7$$

$6x$ को बाएँ पक्ष में तथा 3 को दाएँ पक्ष में रखने पर,

$$4x - 6x < 7 - 3,$$

$$-2x < 4 \text{ -2 से भाग देने पर, } x > \frac{4}{-2} \text{ या } x > -2$$

दी हुई असमिका का हल है: $x \in (-2, \infty)$.

प्रश्न 6.

हल कीजिए : $3x - 7 > 5x - 1$

हल:

$$3x - 7 > 5x - 1$$

5x को बाएँ पक्ष में और 7 को दाएँ पक्ष में रखने पर,

$$3x - 5x > -1 + 7$$

या

$$-2x > 6$$

-2x से भाग देने पर।

$$x < -3$$

दी हुई असमिका का हल है $x \in (-\infty, -3)$.

प्रश्न 7.

हल कीजिए : $3(x - 1) \leq 2(x - 3)$.

हल:

असमिका

$$3(x - 1) \leq 2(x - 3)$$

$$3x - 3 \leq 2x - 6$$

2x को बाएँ पक्ष में और 3 को दाएँ पक्ष में रखने पर,

$$3x - 2 \leq 3 - 6$$

$$x < -3$$

हल है : $x \in (-\infty, -3]$.

प्रश्न 8.

हल कीजिए : $3(2 - x) \geq 2(1 - x)$.

हल:

दी हुई असमिका $3(2 - x) \geq 2(1 - x)$

$$6 - 3x \geq 2 - 2x$$

2x को बायीं ओर तथा 6 को दायीं ओर रखने पर,

$$2x - 3x \geq 2 - 6$$

या

$$-x \geq -4 \text{ या } x \leq 4$$

हल है : $x \in (-\infty, 4]$

प्रश्न 9. हल कीजिए : $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 11$.

हल : $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 11$

$$\frac{6x + 3x + 2x}{6} < 11 \text{ या } 11x < 66$$

11 से भाग देने पर,

$$x < \frac{66}{11}$$

$$\therefore x < 6$$

अतः हल है : $x \in (-\infty, 6)$.

प्रश्न 10. हल कीजिए : $\frac{x}{3} > \frac{x}{2} + 1$.

हल : दी हुई असमिका $\frac{x}{3} > \frac{x}{2} + 1$

$\frac{x}{2}$ को बायीं ओर रखने पर,

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{2} > 1$$

या $\frac{2x - 3x}{6} > 1$ या $\frac{-x}{6} > 1$

- 6 से गुणा करने पर

$$x < -6$$

अतः हल है :

$$x \in (-\infty, -6).$$

प्रश्न 11. हल कीजिए : $\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$.

हल : दी हुई असमिका है : $\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$

दोनों ओर 15 से गुणा करने पर

$$9(x-2) \leq 5(2-x)$$

या

$$9x - 18 \leq 10 - 5x$$

25x को बायीं ओर तथा 18 को दायीं ओर रखने पर,

$$9x + 5x \leq 10 + 18$$

या

$$14x \leq 28$$

या

$$x \leq 2$$

\therefore दी हुई असमिका का हल है $x \in (-\infty, 2]$.

प्रश्न 12. हल कीजिए : $\frac{1}{2}\left(\frac{3x}{5} + 4\right) \geq \frac{1}{3}(x - 6)$.

हल : दी हुई असमिका $\frac{1}{2}\left(\frac{3x}{5} + 4\right) \geq \frac{1}{3}(x - 6)$

या $3\left(\frac{3x + 20}{5}\right) \geq 2(x - 6)$

या $3(3x + 20) \geq 10(x - 6)$

या $9x + 60 \geq 10x - 60$

$10x$ को बाईं ओर तथा $+ 60$ को दाईं ओर रखने पर,

$$9x - 10x \geq -60 - 60$$

या $-x \geq -120$

(-1) से गुणा करने पर

$$x \leq 120$$

\therefore हल है :

$$x \in (-\infty, 120].$$

प्रश्न 13.

हल कीजिए : $2(2x + 3) - 10 < 6(x - 2)$

हल:

दी हुई असमिका $2(2x + 3) - 10 < 6(x - 2)$

$$4x + 6 - 10 < 6x - 12$$

$6x$ को बायीं ओर तथा -4 को दायीं ओर रखने पर,

$$4 - 6x < -12 + 4$$

$-2x < -8$ (-1) से गुणा करने पर, $x > 4$

हल है :

$$x \in (4, \infty)$$

प्रश्न 14.

हल कीजिए : $37 - (3x + 5) \geq 9x - 8(x - 3)$.

हल:

दी हुई असमिका $37 - (3x + 5) \geq 9x - 8(x - 3)$

$$37 - 3x - 5 \geq 9x - 8x + 24$$

$$-3x + 32 \geq x + 24$$

x को बायीं ओर तथा 32 को दायीं ओर रखने पर

$$-3x - x \geq 24 - 32$$

$$-4x \geq -8$$

(-1) से गुणा करने पर तथा 4 से भाग देने पर।

$$x \leq \frac{8}{4} \text{ या } x \leq 2$$

हल है: $x \in (-\infty, 2]$.

प्रश्न 15. हल कीजिए : $\frac{x}{4} < \frac{5x-2}{3} - \frac{7x-3}{5}$.

हल : दी हुई असमिका $\frac{x}{4} < \frac{5x-2}{3} - \frac{7x-3}{5}$

60 से दोनों पक्षों में गुणा करने पर

$$15x < 20(5x - 2) - 12(7x - 3)$$

या

$$15x < 100x - 40 - 84x + 36$$

या

$$15x < 16x - 4$$

$16x$ को बायीं ओर लाने पर,

$$15x - 16x < -4$$

या

$$-x < -4$$

-1 से गुणा करने पर

$$x > 4$$

∴ हल है :

$$x \in (4, \infty).$$

प्रश्न 16. हल कीजिए : $\frac{2x-1}{3} \geq \frac{3x-2}{4} - \frac{2-x}{5}$.

हल : दी हुई असमिका $\frac{2x-1}{3} \geq \frac{3x-2}{4} - \frac{2-x}{5}$

60 से गुणा करने पर,

$$20(2x-1) \geq 15(3x-2) - 12(2-x)$$

या $40x - 20 \geq 45x - 30 - 24 + 12x$

या $40x - 20 \geq 57x - 54$

57x को बायीं ओर तथा 20 को दायीं ओर रखने पर,

$$40x - 57x \geq -54 + 20$$

$$-17x \geq -34$$

-17 से भाग देने पर

$$x \leq 2$$

∴ हल है :

$$x \in (-\infty, 2].$$

प्रश्न 17 से 20 तक की असमिकाओं को हल ज्ञात कीजिए तथा उन्हें संख्या रेखा पर आलेखित कीजिए।

प्रश्न 17.

$$3x - 2 < 2x + 1$$

हल:

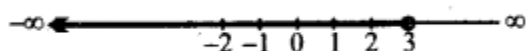
दी हुई असमिका $3x - 2 < 2x + 1$

2x को बायीं ओर तथा 2 को दायीं ओर रखने पर,

$$3x - 2x < 1 + 2$$

$$x < 3$$

हल है : $x \in (-\infty, 3)$.



प्रश्न 18.

$$5x - 3 \geq 3x - 5.$$

हल:

दी हुई असमिका

$$5x - 3 \geq 3x - 5$$

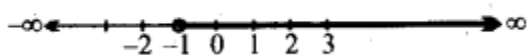
3x को बायीं ओर तथा 3 को दायीं ओर रखने पर,

$$5x - 3x \geq -5 + 3$$

$$2x \geq -2$$

2 से भाग देने पर

$$x \geq -1$$

हल है $x \in [-1, \infty)$.**प्रश्न 19.**

$$3(1 - x) < 2(x + 4).$$

हल:

दी हुई असमिका

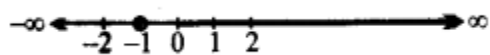
$$3(1 - x) < 2(x + 4)$$

$$3 - 3x < 2x + 8$$

2x को बायीं ओर तथा 3 को दायीं ओर रखने पर,

$$-3x - 2x < 8 - 3$$

$$-5x < 5 \text{ -5 से भाग देने पर } x > -1$$

हल है: $x \in (-1, \infty)$ 

प्रश्न 20. $\frac{x}{2} < \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$.

हल : दी हुई असमिका

$$\frac{x}{2} < \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$$

30 से दोनों पक्षों में गुणा करने पर

$$15x < 10(5x-2) - 6(7x-3)$$

या

$$15x < 50x - 20 - 42x + 18$$

या

$$15x < 8x - 2$$

$8x$ को बायीं ओर रखने पर,

$$15x - 8x < -2$$

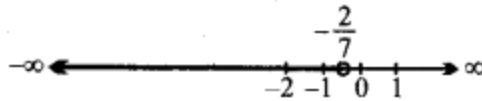
या

$$7x < -2$$

∴

$$x < -\frac{2}{7}$$

$$\therefore \text{हल है : } \left(-\infty, -\frac{2}{7}\right).$$



प्रश्न 21.

रवि ने पहली दो एकक परीक्षा में 70 और 75 अंक प्राप्त किए हैं। वह न्यूनतम अंक ज्ञात कीजिए, जिसे वह तीसरी एकक परीक्षा में पाकर 60 अंक का न्यूनतम औसत प्राप्त कर सके।

हल:

मान लीजिए तीसरे एकक परीक्षा में x अंक प्राप्त किए।

$$\text{रवि द्वारा प्राप्त अंकों का औसत} = \frac{70 + 75 + x}{3}$$

प्रश्नानुसार,

$$\therefore \frac{70 + 75 + x}{3} \geq 60$$

$$\text{या} \quad \frac{145 + x}{3} \geq 60$$

3 से दोनों पक्षों में गुणा करने पर,

$$145 + x \geq 180$$

$$\text{या} \quad x \geq 180 - 145$$

$$\text{या} \quad x \geq 35$$

अतः रवि को तीसरी परीक्षा में 35 से अधिक या उसके बराबर अंक प्राप्त करने हैं।

प्रश्न 22.

किसी पाठ्यक्रम में ग्रेड A पाने के लिए एक व्यक्ति को सभी पाँच परीक्षाओं (प्रत्येक 100 अंकों में से) में 90 अंक या अधिक अंक का औसत प्राप्त करना चाहिए यदि सुनीता के प्रथम चार परीक्षाओं के प्राप्तांक 87, 92, 94 और 95 हों तो वह न्यूनतम अंक ज्ञात कीजिए जिसे पांचवीं परीक्षा में प्राप्त करके सुनीता उस पाठ्यक्रम में ग्रेड A पाएगी।

हल : मान लीजिए सुनीता ने पाँचवीं परीक्षा में x अंक प्राप्त किए।

$$\begin{aligned}\text{पाँच परीक्षाओं के प्राप्त अंकों का औसत} &= \frac{87 + 92 + 94 + 95 + x}{5} \\ &= \frac{368 + x}{5}\end{aligned}$$

प्रश्नानुसार

$$\therefore \frac{368 + x}{5} \geq 90$$

5 से दोनों पक्षों में गुणा करने पर

$$368 + x \geq 5 \times 90$$

$$\text{या} \quad 368 + x \geq 450$$

$$\text{या} \quad x \geq 450 - 368$$

$$\therefore x \geq 82$$

अतः सुनीता को पाँचवीं परीक्षा में 82 से अधिक या उसके बराबर अंक प्राप्त करने चाहिए।

प्रश्न 23.

10 से कम क्रमागत विषम संख्याओं के ऐसे युग्म ज्ञात कीजिए जिनके योगफल 11 से अधिक हों।

हल:

मान लीजिए x और $x + 2$ दो विषम परिमेय संख्याएँ हैं।

x तथा $x + 2$ दोनों ही 10 से कम हैं।

$$\Rightarrow x < 10 \text{ और } x + 2 < 10 \text{ या } x < 8 \text{ दोनों का योग } 11 \text{ से अधिक है। } x + (x + 2) > 11$$

$$2x + 2 > 11 \text{ या } 2x > 11 - 2$$

$$2x > 9 \text{ या } x > \frac{9}{2} \text{ या } x > 4\frac{1}{2}$$

अर्थात् यदि $x = 5$ हो, तब दूसरी संख्या $= x + 2 = 7$

इसी प्रकार यदि $x = 7$, तो $x + 2 = 9$

दूसरा युग्म (7, 9)

$x = 9$ नहीं हो सकता क्योंकि $x + 2 = 11 > 10$

अतः वांछित युग्म है (5, 7), (7, 9).

प्रश्न 24.

क्रमागत सर्ग संख्याओं के ऐसे युग्म ज्ञात कीजिए जिनमें से प्रत्येक 5 से बड़े हों, तथा उनका योगफल 23 से कम हो।

हल:

मान लीजिए x और $x + 2$ दो सम संख्याएँ हैं।

x और $x + 2$ दोनों ही 5 से बड़ी हैं।

$$\Rightarrow x > 5$$

$$x + (x + 2) < 23$$

$$2x + 2 < 23$$

$$2x < 23 - 2 = 21$$

$$2x < 21 \text{ या } x < \frac{21}{2}$$

$$\text{यदि } x = 10, x + 2 = 12 \Rightarrow x + (x + 2) < 23$$

इसी प्रकार (6, 8), (8, 10) युग्म भी दी हुई शर्त पूरी करते हैं। वांछित युग्म (6, 8), (8, 10), (10, 12).

प्रश्न 25.

एक त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा सबसे छोटी भुजा की तीन गुनी है तथा त्रिभुज की तीसरी भुजा सबसे बड़ी भुजा से 2 सेमी कम है। तीसरी भुजा की न्यूनतम लंबाई ज्ञात कीजिए जबकि त्रिभुज का परिमाप न्यूनतम 61 सेमी है।

हल:

मान लीजिए त्रिभुज की सबसे छोटी भुजा = x सेमी

सबसे बड़ी भुजा = $3x$ सेमी

तीसरी भुजा = $3x - 2$ सेमी

प्रश्नानुसार

$$x + 3x + (3x - 2) \geq 61$$

$$7x - 2 \geq 61$$

$$7x \geq 61 + 2 = 63$$

$$x \geq 9$$

सबसे छोटी भुजा 9 सेमी है।

प्रश्न 26.

एक व्यक्ति 91 सेमी लंबे बोर्ड में से तीन लंबाईयाँ काटना चाहता है। दूसरी लंबाई सबसे छोटी लंबाई से 3 सेमी अधिक और तीसरी लंबाई सबसे छोटी लंबाई की दूनी है। सबसे छोटे बोर्ड की संभावित लंबाई क्या है, यदि तीसरा टुकड़ा दूसरे टुकड़े से कम से कम 5 सेमी अधिक लंबा हो ?

हल:

मान लीजिए कटे हुए सबसे छोटे बोर्ड की लंबाई = x सेमी

दूसरे कटे हुए बोर्ड की लम्बाई = $x + 3$

तीसरे कटे हुए बोर्ड की लम्बाई = $2x$ सेमी

दिया है कि

$$x + (x + 3) + 2x \leq 91$$

$$4x + 3 \leq 91$$

$$4x \leq 91 - 3 = 88$$

$$4x \leq 88$$

$$x \leq 22 \dots\dots(1)$$

यह भी दिया गया है कि $2x \geq (x + 3) + 5$

$$2x \geq x + 8$$

$$x \geq 8 \dots\dots(2)$$

सबसे छोटे बोर्ड की लम्बाई कम से कम 8 सेमी हो और अधिक से अधिक 22 सेमी हो।

प्रश्नावली 6.2

निम्नलिखित असमिकाओं को आलेखन विधि से द्विविमीय तल में निरूपित कीजिए। (प्रश्न 1 से 10 तक)

प्रश्न 1.

$$x + y < 5.$$

हल:

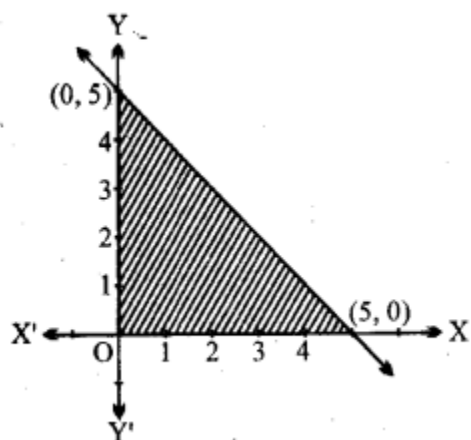
समीकरण $x + y = 5$ को लीजिए। यह एक सरल रेखा है जो बिन्दु $(5, 0)$, $(0, 5)$ से होकर गुजरती है।

$x = 0$, $y = 0$ असमिका $x + y < 5$ में रखने पर,
अर्थात्

$$0 + 0 < 5 \text{ या } 0 < 5$$

\Rightarrow मूल बिन्दु $x + y < 5$ के क्षेत्र में है।

छायांकित क्षेत्र $x + y < 5$ को निरूपित करता है जो इसका हल है।



प्रश्न 2.

$$2x + y \geq 6$$

हल:

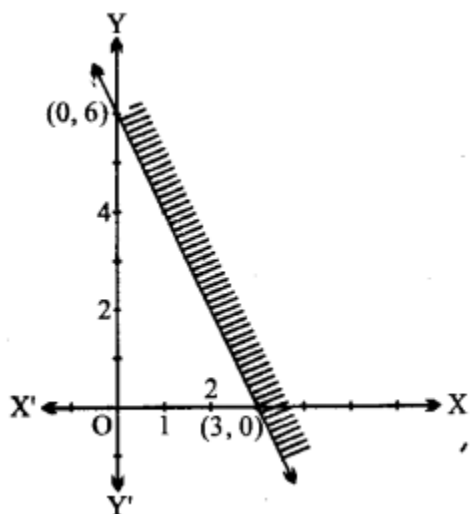
$$2x + y \geq 6$$

समीकरण $2x + y = 6$ को लीजिए, यह रेखा $(3, 0)$ और $(0, 6)$ से गुजरती है।

$x = 0, y = 0$ को $2x + y \geq 6$ में रखें तो $0 \geq 6$, जो सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $2x + y \geq 6$ के क्षेत्र में नहीं हैं।

$2x + y \geq 6$ का क्षेत्र छायांकित किया गया है।



प्रश्न 3.

$$3x + 4y \leq 12.$$

हल:

दी गई असमिका $3x + 4y \leq 12$ सरल रेखा $3x + 4y = 12$ बिन्दु $(4, 0)$, $(0, 3)$ से होकर जाती

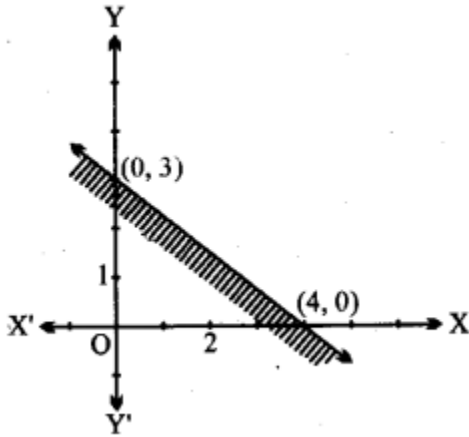
है।

असमिका $3x + 4y \leq 12$ में $(0, 0)$ रखने पर,

$0 + 0 \leq 12$ अर्थात् $0 \leq 12$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु $3x + 4y \leq 12$ के क्षेत्र में आता है।

इसका आलेख साथ वाली आकृति में दिखा गया है।



प्रश्न 4.

$$y + 8 \geq 2x$$

हल:

दी हुई रैखिक असमिका $y + 8 \geq 2x$ सरल रेखा $2x - y = 8$ बिन्दु $(4, 0)$ और $(0, -8)$ से होकर जाती है।

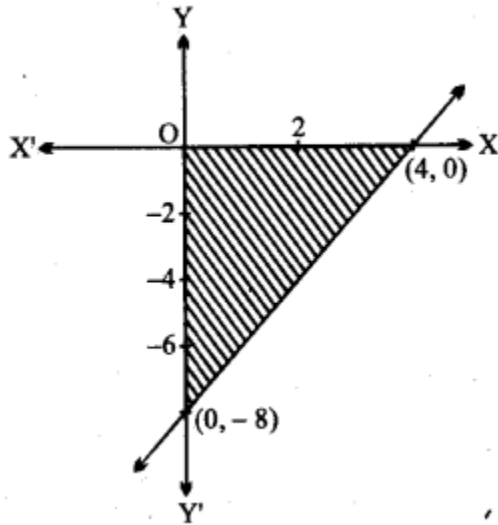
असमिका $y + 8 \geq 2x$,

$x = 0, y = 0$ रखने पर

$0 + 8 \geq 0$ अर्थात् $8 \geq 0$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु $y + 8 \geq 2x$ के क्षेत्र में आता है।

इसका आलेख साथ दी हुई आकृति में बनाया गया है।



प्रश्न 5.

$$x - y \leq 2.$$

हल:

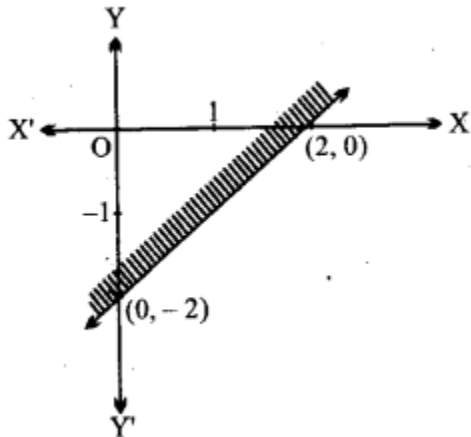
दी हुई असमिका $x - y \leq 2$.

सरल रेखा $x - y = 2$ बिन्दु (2, 0), (0, -2) से होकर जाती है।

$x = 0, y = 0$ असमिका $x - y \leq 2$ में रखने पर $0 \leq 2$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु $x - y \leq 2$ के क्षेत्र में है।

असमिका $x - y \leq 2$ का आलेख साथ वाली आकृति में बनाया गया है।



प्रश्न 6.

$$2x - 3y > 6.$$

हल:

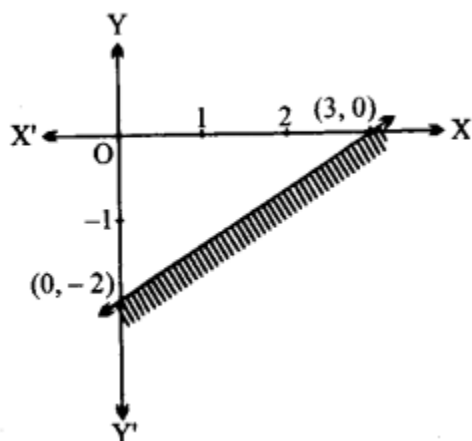
दी हुई रैखिक असमिका $2x - 3y > 6$

सरल रेखा $2x - 3y = 6$, $(3, 0)$ और $(0, -2)$ से होकर जाती है।

असमिका $2x - 3y > 6$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर $0 > 6$ जो सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ दी हुई असमिका में नहीं आता है।

इसका आलेख दी हुई आकृति में दर्शाया गया है।



प्रश्न 7.

$-3x + 2y \geq -6$.

हल:

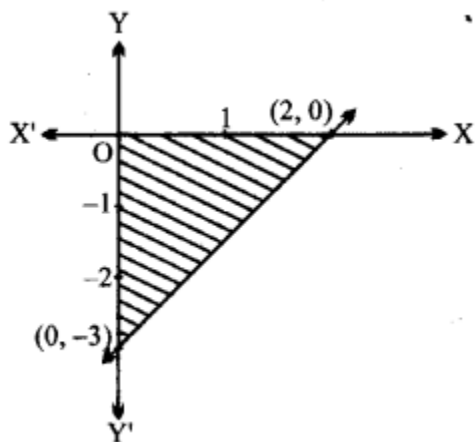
दी हुई रैखिक असमिका $-3x + 2y \geq -6$ या $3x - 2y \leq 6$

सरल रेखा $-3x + 2y = -6$ बिन्दु $(2, 0)$ और $(0, -3)$ से होकर जाती है।

$-3x + 2y \geq -6$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर $0 \geq -6$, जो सत्य है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$, $3x + 2y \geq -6$ असमिका के क्षेत्र में है।

इसका आलेख दी हुई आकृति में दर्शाया गया है।



प्रश्न 8.

$$3y - 5x < 30.$$

हुल:

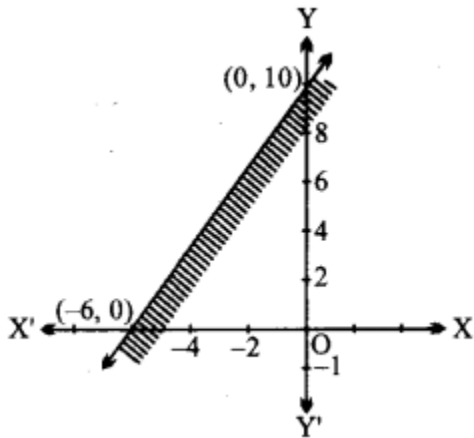
दी हुई असमिका $3y - 5x < 30$

सरल रेखा $3y - 5x = 30$, बिन्दु $(-6, 0)$ और $(0, 10)$ से होकर जाती है।

असमिका $3y - 5x < 30$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर

$0 < 30$ सत्य है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$, $3y - 5x < 30$ के क्षेत्र में है। इसका आलेख दी गई आकृति में दर्शाया गया है।



प्रश्न 9.

$$y < -2$$

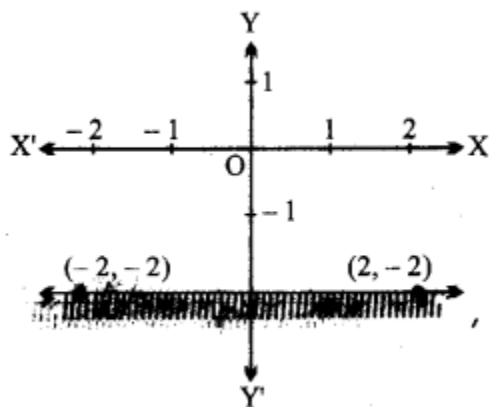
हल:

दी हुई रैखिक असमिका $y < -2$ सरल रेखा $y = -2$ बिन्दु $(2, -2)$ और $(-2, -2)$ से होकर जाती है।

$y < -2$ में $y = 0$ रखने पर $0 < -2$, यह सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$, < -2 में नहीं।

दी हुई आकृति में छायांकित क्षेत्र से दर्शाया गया है।



प्रश्न 10.

$$x > -3$$

हल:

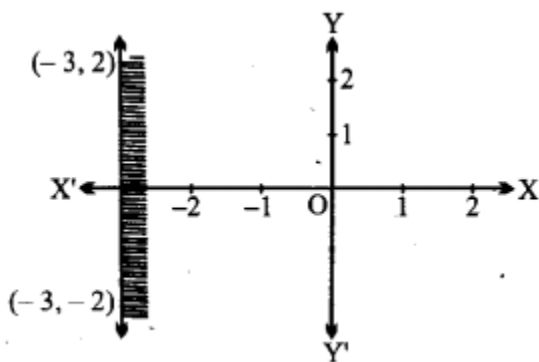
दी हुई रैखिक असमिका $x > -3$

सरल रेखा $x = -3$ बिन्दु $(-3, 2)$, $(-3, -2)$ से होकर जाती है।

$x > -3$ में $x = 0$ रखने पर,

$0 > -3$, यह सत्य है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$, $x > -3$ में है। दी हुई आकृति में $x > -3$ छायांकित क्षेत्र से दर्शाया गया है।



प्रश्नावली 6.3

प्रश्न 1 से 15 तक निम्नलिखित असमिकाओं को आलेखीय विधि से हल कीजिए:

प्रश्न 1.

$$x \geq 3, y \geq 2$$

हल:

$$x \geq 3, y \geq 2$$

(i) सरल रेखा $x = 3$ बिन्दु $(3, 0)$ और $(3, 2)$ से होकर जाती है।

$x \geq 3$ में $x = 0$ रखने पर $0 \geq 3$, यह सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ $x \geq 3$ के क्षेत्र में नहीं है।

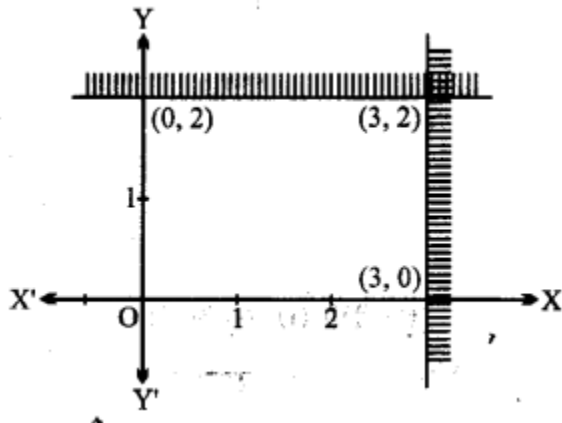
(ii) सरल रेखा $y = 2$ बिन्दु $(0, 2)$ और $(3, 2)$ से होकर जाती है।

$y \geq 2$ में $y = 0$ रखने पर

$0 \geq 2$, यह सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ इसके क्षेत्र में नहीं है।

$x \geq 3$ और $y \geq 2$ का हल उभयनिष्ठ छायांकित क्षेत्र से दर्शाया गया है।



प्रश्न 2.

$$3x + 2y \leq 12, x \geq 1, y \geq 2.$$

हल:

दी हुई रैखिक असमिकाएँ $3x + 2y \leq 12, x \geq 1, y \geq 2$.

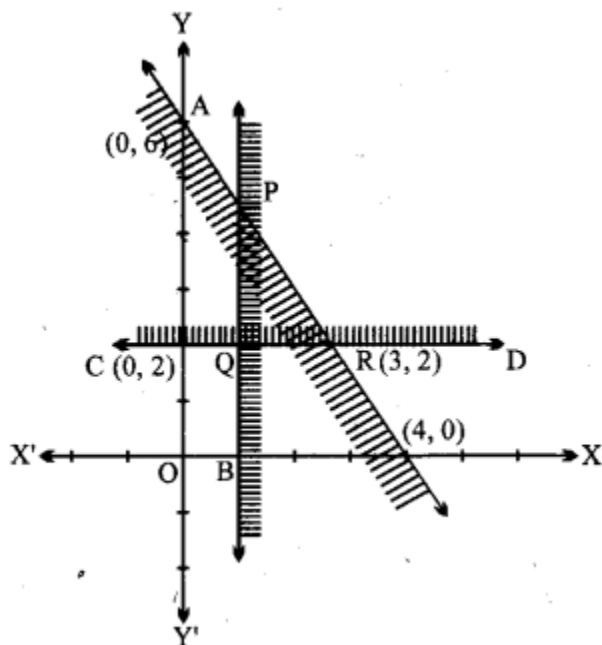
(i) रेखा $3x + 2y = 12$ बिन्दु $(2, 0)$ और $(0, 6)$ से होकर जाती है।

$3x + 2y \leq 12$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर।

$0 + 0 \leq 12$, अर्थात् $0 \leq 12$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ इसके क्षेत्र में है।

$3x + 2y \leq 12$ के हल में वे सभी बिन्दु हैं जो AB के नीचे हैं।



(ii) रेखा $x = 1$ बिन्दु $B(1, 0)$, $Q(1, 2)$ से होकर जाती है।

$x \geq 1$ में $x = 0$ रखने पर

$0 \geq 1$, यह सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में नहीं है।

$x \geq 1$ को हल के सभी बिन्दु हैं जो $x = 1$ के दाईं ओर हैं।

(iii) रेखा $y = 2$, बिन्दु $C(0, 2)$ और $D(3, 2)$ से होकर जाती है।

$y \geq 2$ में $y = 0$ रखने पर $0 \geq 2$, यह सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ इसके क्षेत्र में नहीं है।

$y \geq 2$ का हल वे सब बिन्दु हैं जो $y = 2$ के ऊपर हैं।

तीनों असमिकाओं का हल इसके उभयनिष्ठ क्षेत्र ΔPQR के सभी बिन्दु हैं।

प्रश्न 3.

$2x + y \geq 6$, $3x + 4y \leq 12$.

हल:

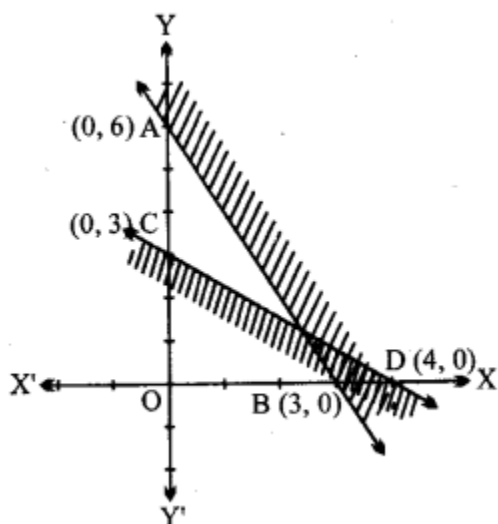
दी हुई असमिकाएँ $2x + y \geq 6$, $3x + 4y \leq 12$

(i) सरल रेखा $2x + y = 6$ बिन्दु $(3, 0)$ तथा $(0, 6)$ से होकर जाती है।

$2x + y \geq 6$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर $0 \leq 6$ जो सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ इसके क्षेत्र में नहीं है।

$2x + y \geq 6$ का हल वे सभी बिन्दु हैं जो $2x + y = 6$ के ऊपर हैं।



(ii) सरल रेखा $3x + 4y = 12$ बिन्दु $D(4, 0)$ और $C(0, 3)$ से होकर जाती है।

$3x + 4y \leq 12$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $0 + 0 \leq 12$, जो सत्य है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ इसके क्षेत्र में है।

अतः $3x + 4y \leq 12$ का हल वे सब बिन्दु हैं जो रेखा CD के नीचे हैं।

इस प्रकार $2x + y \geq 6, 3x + 4y \leq 12$ का हल वह उभयनिष्ठ क्षेत्र है जो $2x + y = 6$ के ऊपर और $3x + 4y = 12$ के नीचे है। यह चित्र में उभयनिष्ठ क्षेत्र द्वारा दर्शाया गया है।

प्रश्न 4.

$$x + y > 4, 2x - y > 0.$$

हल:

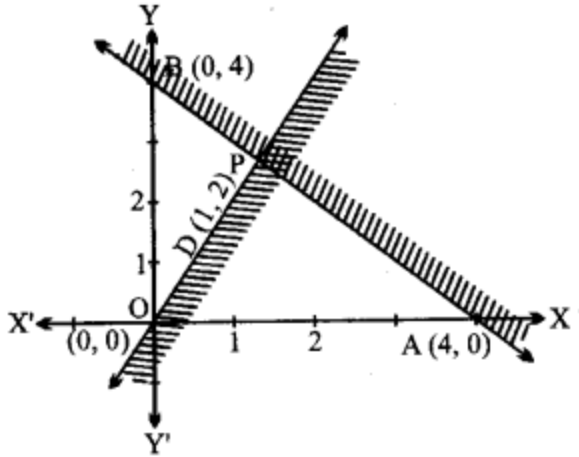
दी हुई रैखिक असमिकाएँ $x + y > 4, 2x - y > 0$,

(i) रेखा $x + y = 4$, बिन्दु $(4, 0)$ और $(0, 4)$ से होकर जाती है।

अब $x + y > 4$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर, हमें प्राप्त हुआ $0 > 4$ जो सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ इसके क्षेत्र में नहीं है।

$x + y > 4$ का हल वे सब बिन्दु हैं जो रेखा AB के ऊपर है।



(ii) रेखा $2x - y = 0$, बिन्दु $O(0, 0)$ और $D(1, 2)$ से होकर जाती है।

$2x - y > 0$ में $x = 1, y = 0$ रखते हुए $2 > 0$, जो सत्य है।

बिन्दु $P(1, 0)$, $2x - y > 0$ के क्षेत्र में है।

$2x - y > 0$ का हल वे सब बिन्दु हैं जो OD के नीचे हैं।

प्रश्न 5.

$2x - y > 1, x - 2y < -1$.

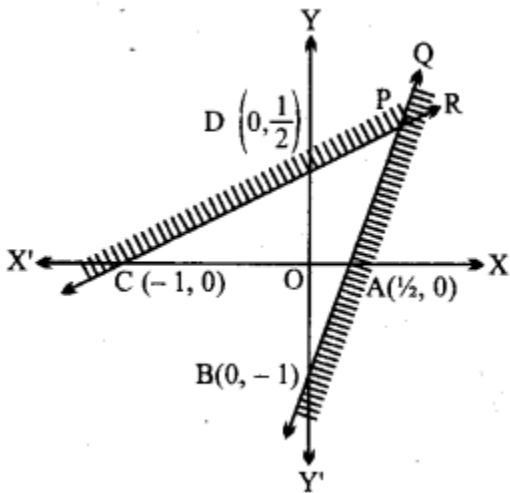
हल:

दी हुई रेखिक असमिकाएँ $2x - y > 1$ और $x - 2y < -1$

(i) सरल रेखा $2x - y = 1$ बिन्दु $(\frac{1}{2}, 0)$ और $(0, -1)$ से होकर जाती है। $2x - y > 1$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $0 > 1$, यह सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$, $2x - y > 1$ के क्षेत्र में नहीं है।

$2x - y > 1$ का हल वे सब बिन्दु हैं जो रेखा AB के नीचे हैं।



(ii) रेखा $x - 2y = -1$ बिन्दु $C(-1, 0)$ और $D(0, \frac{1}{2})$ से होकर जाती है।

$x - 2y < -1$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $0 < -1$, यह सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ इसके क्षेत्र में नहीं है।

$2x - y > 1$ और $x - 2y < -1$ का हल वह उभयनिष्ठ भाग QPR है जो AB के नीचे और CD के ऊपर है।

प्रश्न 6.

$$x + y \leq 6, x + y \geq 4.$$

हल:

दी हुई रेखिक असमिकाएँ $x + y \leq 6$ और $x + y \geq 4$ हैं।

(i) रेखा $x + y = 6$, बिन्दु $A(6, 0)$, $B(0, 6)$ से होकर जाती है।

$x + y \leq 6$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $0 + 0 \leq 6$ अर्थात् $0 \leq 6$ जो सत्य है।

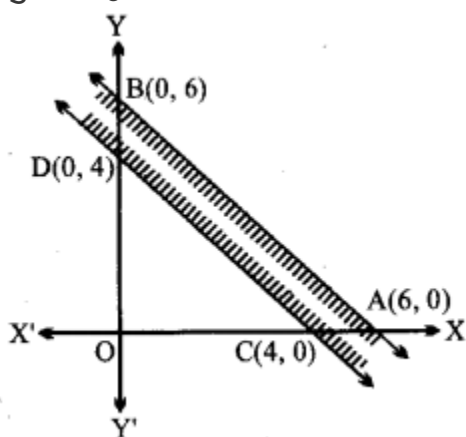
मूल बिन्दु $(0, 0)$, $x + y \leq 6$ के क्षेत्र में है।

(ii) रेखा $x + y = 4$, बिन्दु $C(4, 0)$ और $D(0, 4)$ से होकर जाती है।

$x + y \geq 4$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर, $0 \geq 4$, यह सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ $x + y \geq 4$ में नहीं है। इसका हल वे सब बिन्दु हैं जो CD के ऊपर हैं।

दी हुई आकृति में छायांकित क्षेत्र $x + y \leq 6$ और $x + y \geq 4$ के हल को दर्शाता है।



प्रश्न 7.

$$2x + y \geq 8, x + 2y \geq 10.$$

हल:

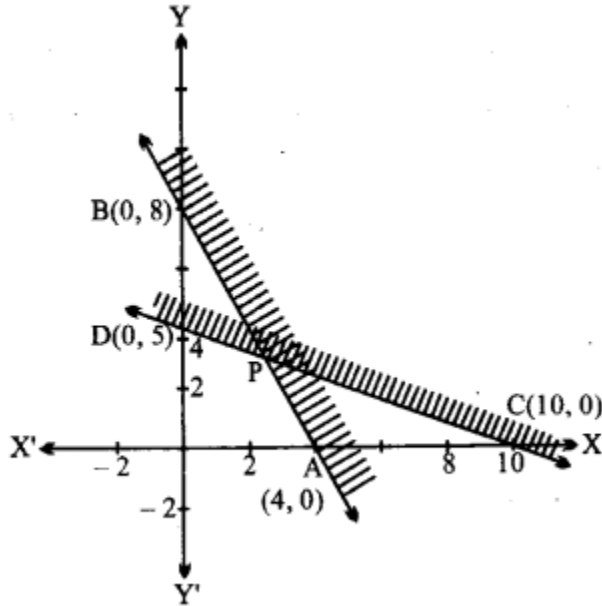
दी हुई रेखिक असमिकाएँ $2x + y \geq 8$, $x + 2y \geq 10$.

(i) रेखा $2x + y = 8$ बिन्दु $A(4, 0)$, $B(0, 8)$ से होकर जाती है।

$2x + y \geq 8$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $0 > 8$ जो असत्य है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ इसके क्षेत्र में नहीं है।

$2x + y \geq 8$ को हल वे सब बिन्दु हैं जो रेखा AB के ऊपर हैं।



(ii) रेखा $x + 2y = 10$, बिन्दु $C(10, 0)$ और $D(0, 5)$ से होकर जाती है।

$x + 2y \geq 10$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर,

$0 \geq 10$, यह सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ $x + 2y \geq 10$ में नहीं है।

$x + 2y \geq 10$ के सभी बिन्दु CD के ऊपर हैं।

अर्थात् $2x + y \geq 8, x + 2y \geq 10$ का हल छायांकित उभयनिष्ठ भाग BPC है।

प्रश्न 8.

$x + y \leq 9, y > x, x \geq 0$.

हल:

दी हुई रैखिक असमिकाएँ $x + y \leq 9, y > x, x \geq 0$

(i) सरल रेखा $x + y = 9$ बिन्दु $A(9, 0)$ और $B(0, 9)$ से होकर जाती है।

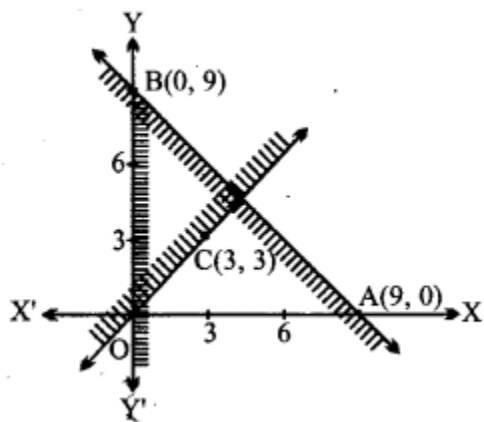
$x + y \leq 9$ में $x = 0, y = 0$ रखते हुए $0 + 0 \leq 9$ अर्थात् $0 \leq 9$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ इसके क्षेत्र में है।

$x + y \leq 9$ के बिन्दु AB रेखा के नीचे हैं।

(ii) सरल रेखा $y = x$ बिन्दु $O(0, 0)$ और $C(3, 3)$ से होकर जाती है।

$y > x$ में $x = 0, y = 3$ रखने पर, $3 > 0$ जो सत्य है।



बिन्दु $(3, 0)$ इसके क्षेत्र में है।

$y > x$ के सभी बिन्दु $y = x$ के ऊपर हैं।

(iii) सरल रेखा $x = 0$, y -अक्ष को निरूपित करती है।

$x \geq 0$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $3 \geq 0$ जो सत्य है।

$x \geq 0$ के सभी बिन्दु $x = 0$ के दाईं ओर हैं।

आकृति में उभयनिष्ठ छायांकित क्षेत्र असमिकाओं $x + y \leq 9, y > x, x \geq 0$ का हल है।

प्रश्न 9.

$$5x + 4y \leq 20, x \geq 1, y \geq 2.$$

हल:

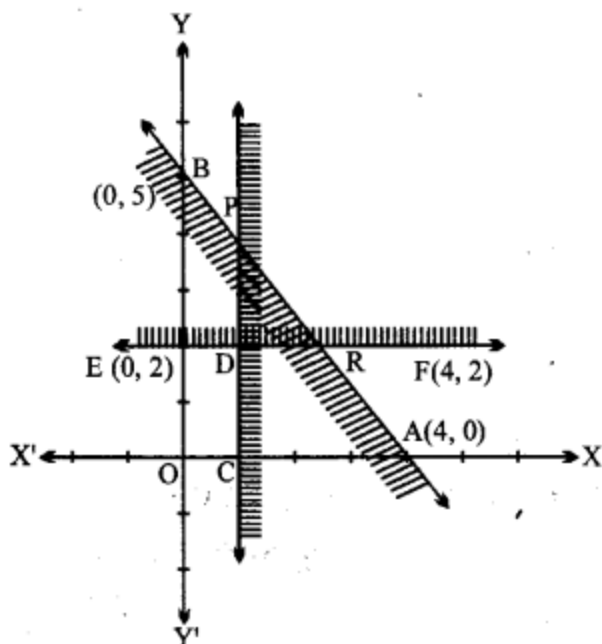
दी हुई रैखिक असमिकाएँ $5x + 4y \leq 20, x \geq 1, y \geq 2$

सरल रेखा $5x + 4y = 20$ बिन्दु $A(4, 0)$ और $B(0, 5)$ से होकर जाती है।

$5x + 4y \leq 20$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर, $0 + 0 \leq 20$ अर्थात् $0 \leq 20$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु $(0, 0)$ इसके क्षेत्र में है।

$5x + 4y \leq 20$ के सभी बिन्दु रेखा AB के नीचे हैं।



(i) $x = 1$ बिन्दु $C(1, 0)$, $D(1, 2)$ से होकर जाती है।

$x \geq 1$ में $x = 0$ रखने पर $0 \geq 1$ जो सत्य नहीं है।

$x \geq 1$ के सभी बिन्दु $x = 1$ के दायीं ओर होते हैं।

(ii) $y = 2$, बिन्दु $E(0, 2)$ और $F(4, 2)$ से होकर जाती है।

$y \geq 2$ में $y = 0$ रखने पर $0 \geq 2$ सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में नहीं है।

$y \geq 2$ का हल वे सब बिन्दु हैं जो EF के ऊपर हैं।

दी हुई असमिकाओं का हल आकृति में उभयनिष्ठ PDR छायांकित क्षेत्र द्वारा दर्शाया गया है।

प्रश्न 10.

$$3x + 4y \leq 60, x + 3y \leq 30, x \geq 0, y \geq 0.$$

हल:

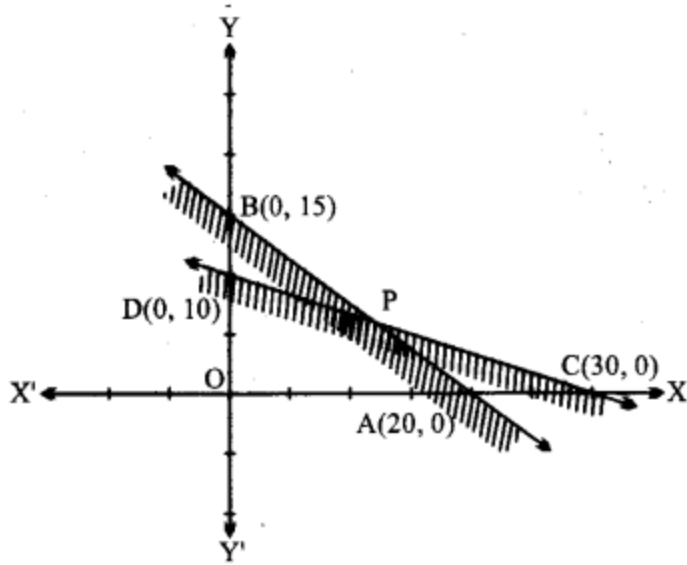
दी हुई असमिकाएँ : $3x + 4y \leq 60, x + 3y \leq 30, x \geq 0, y \geq 0.$

(i) रेखा $3x + 4y = 60$ बिन्दु $A(20, 0)$ तथा $B(0, 15)$ से होकर जाती है।

असमिका $3x + 4y \leq 60$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $0 \leq 60$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु इस क्षेत्र में पड़ता है।

इस असमिका का हल वे सब बिन्दु हैं जो AB के नीचे हैं।



(ii) रेखा $x + 3y = 30$ बिन्दु $C(30, 0)$ और $D(0, 10)$ से होकर जाती है।

असमिका $x + 3y \leq 30$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $0 \leq 30$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में है।

इसका हल वे सब बिन्दु हैं जो CD के नीचे हैं।

(iii) $x = 0$, y-अक्ष को निरूपित करती है।

$x \geq 0$ में वे सब बिन्दु हैं जो y-अक्ष की दाईं ओर हैं।

(iv) $y = 0$, x-अक्ष को निरूपित करती है। और $y \geq 0$ में वे सब बिन्दु हैं जो x-अक्ष के ऊपर हैं।

दी हुई असमिका का हल वे सब बिन्दु हैं जो उभयनिष्ठ क्षेत्र PDOA में आते हैं।

प्रश्न 11.

$$2x + y \geq 4, x + y \leq 3, 2x - 3y \leq 6.$$

हल:

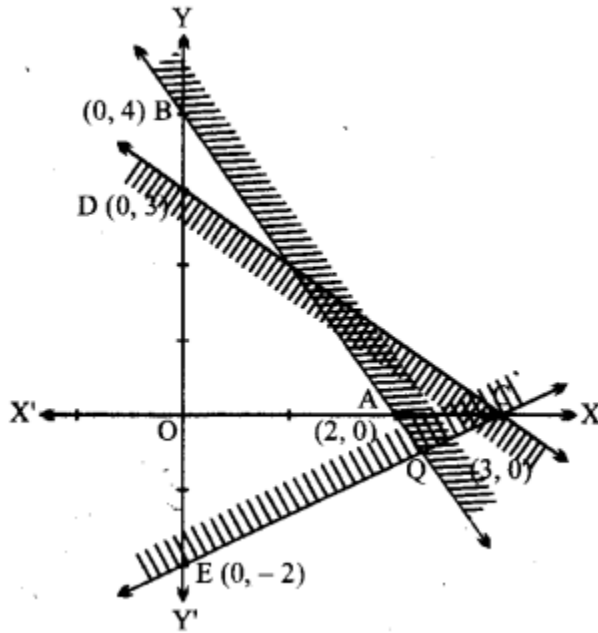
दी हुई असमिकाएँ $2x + y \geq 4, x + y \leq 3, 2x - 3y \leq 6.$

(i) रेखा $2x + y = 4$, बिन्दु $A(2, 0)$ और $B(0, 4)$ से होकर जाती है।

असमिका $2x + y \geq 4$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $0 + 0 \geq 4$ अर्थात् $0 \geq 4$ जो सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु इस क्षेत्र में नहीं है।

इसका हल वे सब बिन्दु हैं जो AB के ऊपर हैं।



(ii) रेखा $x + y = 3$ बिन्दु $C(3, 0)$, $D(0, 3)$ से होकर जाती है।

असमिका $x + y \leq 3$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर $0 \leq 3$ जो सत्य है। मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में है।

इसका हल वे सब बिन्दु हैं जो CD के नीचे हैं।

(iii) रेखा $2x - 3y = 6$, बिन्दु $C(3, 0)$ और $E(0, -2)$ से होकर जाती है।

असमिका $2x - 3y \leq 6$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर $0 \leq 6$, जो सत्य है।

मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में है। इसका हल वे सब बिन्दु हैं जो CE के ऊपर हैं।

दी हुई असमिकाओं का हल छायांकित उभयनिष्ठ क्षेत्र AQC के सब बिन्दु हैं।

प्रश्न 12.

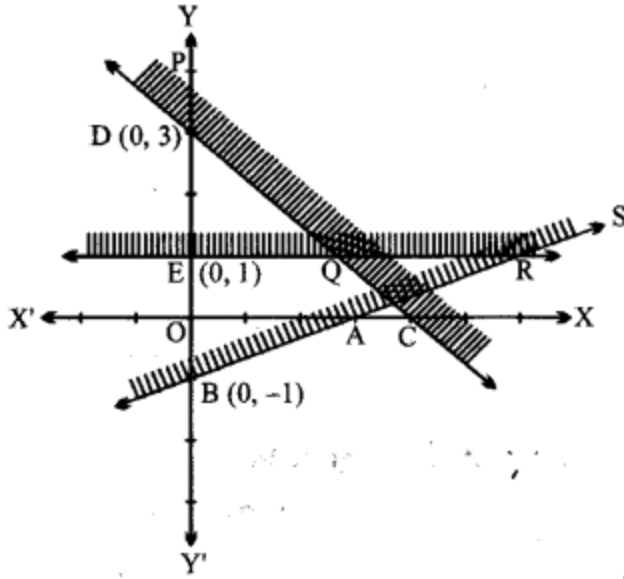
$$x - 3y \leq 3, 3x + 4y \geq 12, x \geq 0, y \geq 1.$$

हल:

दी हुई असमिकाएँ $x - 3y \leq 3$, $3x + 4y \geq 12$, $x \geq 0$, $y \geq 1$.

(i) रेखा $x - 3y = 3$ बिन्दु $A(3, 0)$, $B(0, -1)$ से होकर जाती है।

असमिका $x - 3y \leq 3$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर, $0 \leq 3$ जो सत्य है।



मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में है। इसका हल वे सब बिन्दु हैं जो AB के ऊपर है।

(ii) रेखा $3x + 4y = 12$ बिन्दु C(4, 0) और D(0, 3) से होकर जाती है।

असमिको $3x + 4y \geq 12$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $0 \geq 12$, जो सत्य नहीं है। मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में नहीं है।

इसका हल वे सब बिन्दु हैं जो CD के ऊपर है।

(iii) $x = 0$, y-अक्ष को दर्शाती है।

$x \geq 0$ का हल वे सब बिन्दु हैं जो y-अक्ष के दाईं ओर है।

(iv) रेखा $y = 1$ बिन्दु E(0, 1), Q(3, 1) से होकर जाती है।

असमिका $y \geq 1$ का हल वे सब बिन्दु है जो संख्या $y = 1$ पर पड़ते हैं या इसके ऊपर हैं।

दी हुई असमिकाओं का हल वे सब बिन्दु हैं जो उभयनिष्ठ क्षेत्र PDQRS से निरूपित किया गया है।

प्रश्न 13.

$$4x + 3y \leq 60, y \geq 2x, x \geq 3, x, y \geq 0.$$

हल:

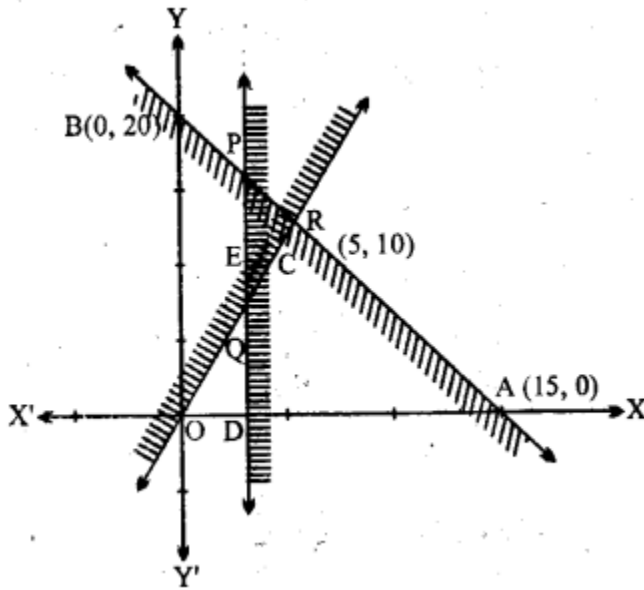
दी हुई असमिकाएँ $4x + 3y \leq 60, y \geq 2x, x \geq 3, x, y \geq 0.$

(i) सरल रेखा $4x + 3y = 60$ बिन्दु A(15, 0), B(0, 20) से होकर जाती है।

$4x + 3y \leq 60$ में $x = 0, y = 0$ रखने पर $0 \leq 60$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में है।

इस असमिका का हल वे बिन्दु हैं जो रेखा AB या AB के नीचे होते हैं।



(ii) $y - 2x = 0$, बिन्दु $O(0, 0)$ और $C(5, 10)$ से होकर जाती है।

$y - 2x \geq 0$ में $x = 5$, $y = 0$ रखने पर, $0 - 10 \geq 0$ अर्थात् $-10 \geq 0$ जो सत्य नहीं है।

बिन्दु $(5, 0)$ इसके क्षेत्र में नहीं है।

$y - 2x \geq 0$ को हल वे सब बिन्दु हैं जो OC पर और OC के ऊपर हैं।

(iii) रेखा $x \geq 3$ बिन्दु $D(3, 0)$, $E(3, 10)$ से होकर जाती है।

असमिका $x \geq 3$ के हल वे बिन्दु हैं जो DE या DE के दाईं ओर हैं।

(iv) $x \geq 0, y \geq 0$ पहले चतुर्थांश के बिन्दु हैं।

दी हुई असमिकाओं का हल उभयनिष्ठ क्षेत्र POR पर और उसके अन्दर के बिन्दु हैं।

प्रश्न 14.

$$3x + 2y \leq 150, x + 4y \leq 80, x \leq 15, y \geq 0.$$

हल:

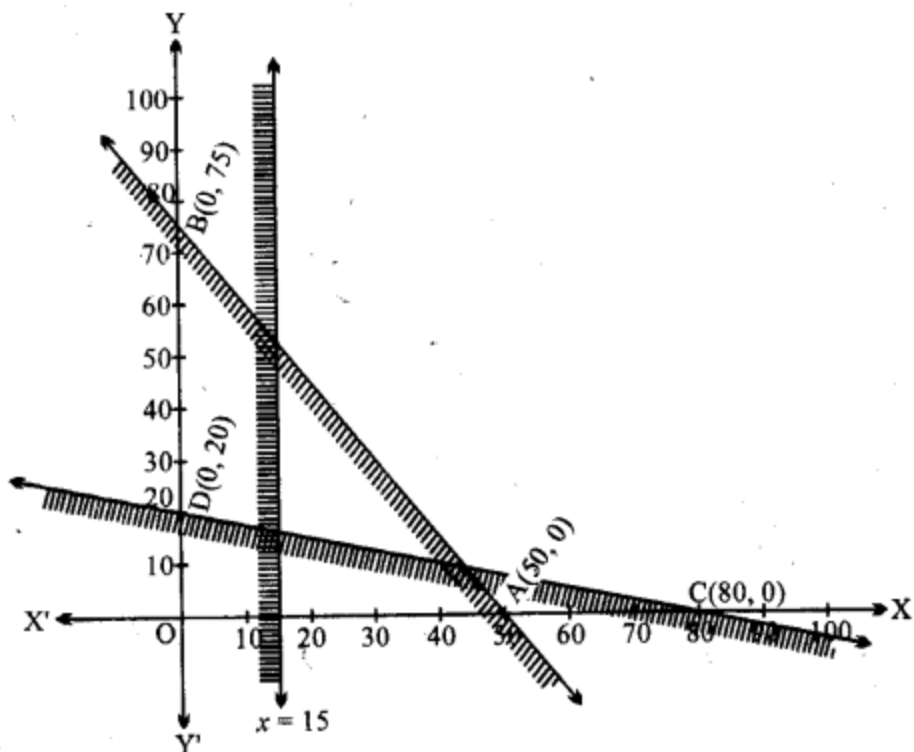
दी हुई असमिकाएँ $3x + 2y \leq 150, x + 4y \leq 80, x \leq 15, y \geq 0$.

(i) सरल रेखा $3x + 2y = 150$, बिन्दु $A(50, 0)$, $B(0, 75)$ से होकर जाती है।

असमिका $3x + 2y \leq 150$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर $0 \leq 150$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में है।

इसका हल वे सब बिन्दु हैं जो AB पर या AB से नीचे हैं।



(ii) रेखा $x + 4y = 80$ बिन्दु $C(80, 0)$, $D(0, 20)$ से होकर जाती है।

असमिका $x + 4y \leq 80$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर $0 \leq 80$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु इस क्षेत्र में है। इसका हल वे सब बिन्दु हैं जो CD पर या CD के नीचे स्थित हैं।

(iii) $x = 15$ रेखा -अक्ष के समान्तर है और $x \leq 15$ का हल वे बिन्दु हैं जो $x = 15$ पर या इसके बाईं ओर स्थित हैं।

(iv) $y \geq 0$ में y -अक्ष पर और उसके ऊपर के सब बिन्दु हैं।

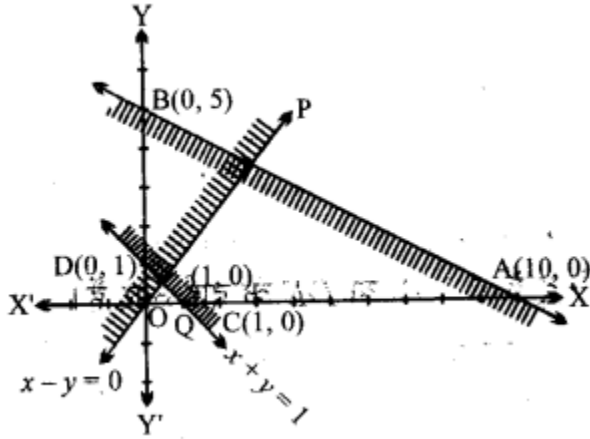
दी हुई असमिकाओं का हल उभयनिष्ठ क्षेत्र $PQRS$ हैं।

प्रश्न 15.

$x + 2y \leq 10$, $x + y \geq 1$, $x - y \leq 0$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

हल:

दी हुई समिकाएँ $x + 2y \leq 10$, $x + y \geq 1$, $x - y \leq 0$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.



(i) सरल रेखा $x + 2y = 10$ बिन्दु $A(10, 0)$ और $B(0, 5)$ से होकर जाती है।

असमिका $x + 2y \leq 10$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर $0 \leq 10$ जो सत्य है।

मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में है।

इस असमिका का हल वे सब बिन्दु हैं जो AB पर हैं तथा AB के नीचे हैं।

(ii) रेखा $x + y = 1$ बिन्दु $C(1, 0)$, $D(0, 1)$ से होकर जाती है।

असमिका $x + y \geq 1$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर, $0 \geq 1$ जो सत्य नहीं है।

मूल बिन्दु इसके क्षेत्र में नहीं है।

इस असमिका का हल वे सब बिन्दु हैं जो CD पर हैं या इसके ऊपर हैं।

(iii) रेखा $x - y = 0$ बिन्दु $(0, 0)$ और $(1, 1)$ से होकर जाती है।

असमिका $x - y \leq 0$ में $x = 0$, $y = 0$ रखने पर $0 \leq 0$ जो सत्य है।

$(0, 0)$ इसके क्षेत्र में है।

इस असमिका का हल वे बिन्दु जो $x - y = 0$ पर हैं या इसके ऊपर हैं।

(iv) $x \geq 0$ वह क्षेत्र है जो y-अक्ष के दाईं ओर है।

(v) $y \geq 0$ वह क्षेत्र है जो x-अक्ष के ऊपर है।

दी हुई असमिकाओं का हल वे सब बिन्दु हैं जो उभयनिष्ठ क्षेत्र PQDB में है।

अध्याय 6 पर विविध प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 6 तक की असमिकाओं को हल कीजिए:

प्रश्न 1.

$$2 \leq 3x - 4 \leq 5.$$

हल:

$$2 \leq 3x - 4 \leq 5$$

$$2 + 4 \leq 3x \leq 5 + 4$$

$$6 \leq 3x \leq 9$$

3 से दोनों पक्षों में भाग देने पर

$$2 \leq x \leq 3$$

दी हुई असमिका का हल = $[2, 3]$.

प्रश्न 2.

$$6 \leq -3(2x - 4) < 12.$$

हल:

$$6 < -3(2x - 4) < 12 \quad 6 \geq -6(x - 2) > 12$$

-6 से भाग करने पर

$$-1 \geq x - 2 > -2;$$

$$-1 + 2 \geq x > -2 + 2$$

$$1 \geq x > 0 \text{ या } 0 < x \leq 1$$

दी हुई असमिका का हल $(0, 1]$.

प्रश्न 3. $-3 \leq 4 - \frac{7x}{2} \leq 18.$

हल : दी हुई असमिका

$$-3 \leq 4 - \frac{7x}{2} \leq 18$$

2 से गुणा करने पर

$$-6 \leq 8 - 7x \leq 36$$

8 घटाने पर,

$$-14 \leq -7x \leq 28$$

-7 से भाग देने पर

$$2 \geq x \geq -4 \text{ या } -4 \leq x \leq 2$$

\therefore दी हुई असमिका का हल $[-4, 2]$.

प्रश्न 4. $-15 < \frac{3(x-2)}{5} \leq 0$.

हल : $-15 < \frac{3(x-2)}{5} \leq 0$

5 से गुणा करने पर

$$-75 < 3x - 6 \leq 0$$

या

$$-75 + 6 < 3x \leq 6$$

3 से भाग देने पर

$$\frac{-69}{3} < x \leq 2 \text{ या } -23 < x \leq 2$$

\therefore असमिका का हल $= (-23, 2]$.

प्रश्न 5. $-12 < 4 - \frac{3x}{-5} \leq 2$.

हल : $-12 < 4 - \frac{3x}{-5} \leq 2$

या

$$-12 < 4 + \frac{3x}{5} \leq 2$$

4 घटाने पर

$$-16 < \frac{3x}{5} \leq -2$$

$\frac{5}{3}$ से गुणा करने पर,

$$-\frac{80}{3} < x \leq \frac{-10}{3}$$

\therefore असमिका का हल $= \left(-\frac{80}{3}, \frac{-10}{3} \right]$.

प्रश्न 6. $7 \leq \frac{3x+11}{2} \leq 11.$

हल : $7 \leq \frac{3x+11}{2} \leq 11$

2 से गुणा करने पर $14 \leq 3x + 11 \leq 22$

11 घटाने पर $3 \leq 3x \leq 11$

3 से भाग देने पर $1 \leq x \leq \frac{11}{3}$

\therefore असमिका का हल $= \left[1, \frac{11}{3}\right].$

प्रश्न 7 से 12 तक की असमिकाओं को हल कीजिए और उनके हल को संख्या-रेखा पर निरूपित कीजिए:

प्रश्न 7.

$5x + 1 > -24, 5x - 1 < 24.$

हल:

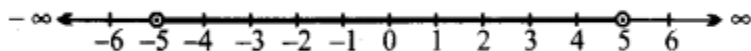
(i) $5x + 1 > -24$ या $5x > -25$ या $x > -5$

(ii) $5x - 1 < 24$ या $5x < 25$

$x < 5$

असमिकाओं का हल $(-5, 5).$

इसका संख्या रेखा द्वारा निरूपण इस प्रकार है:



प्रश्न 8.

$$2(x-1) < x+5, 3(x+2) > 2-x$$

हल : दी हुई असमिकाएँ

या $2(x-1) < x+5$

या $3(x+2) > 2-x$

$\therefore 2x-2 < x+5$

या $3x+6 > 2-x$

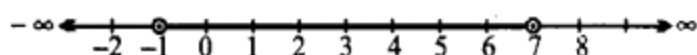
या $x < 7$

या $3x+x > 2-6$

या $4x > -4$

$\therefore x > -1$

असमिकाओं का हल $(-1, 7)$.



प्रश्न 9.

$$3x-7 > 2(x-6), 6-x > 11-2x$$

हल : दी हुई असमिकाएँ

$3x-7 > 2(x-6)$

$6-x > 11-2x$

या $3x-7 > 2x-12$

$2x$ को बाईं ओर तथा 7 को दाईं ओर लाते हुए

$$3x-2x > -12+7$$

$$x > -5$$

$2x$ को दायीं ओर लाने पर,

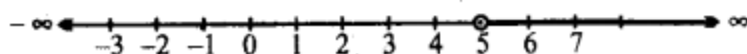
$$6+2x-x > 11$$

या $6+x > 11$

या $x > 11-6$

या $x > 5$

दी हुई असमिकाओं का हल $(5, \infty)$ है और संख्या रेखा पर निरूपण इस प्रकार है।



प्रश्न 10.

$$5(2x - 7) - 3(2x + 3) \leq 0, 2x + 19 \leq 6x + 47.$$

हल : दी हुई असमिकाएँ

$$5(2x - 7) - 3(2x + 3) \leq 0$$

$$\text{या } 10x - 35 - 6x - 9 \leq 0$$

$$\text{या } 4x - 44 \leq 0$$

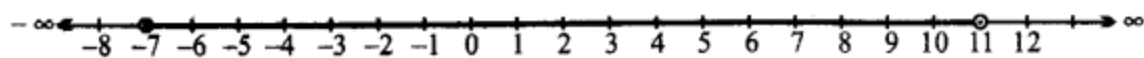
$$\text{या } 4x \leq 44$$

4 से भाग करने पर

$$x \leq 11$$

\therefore असमिकाओं का हल $= [-7, 11]$.

इसकी संख्या रेखा इस प्रकार है :



प्रश्न 11.

एक विलयन को 68°F और 77°F के मध्य रखना है। सेल्सियस पैमाने पर विलयन के तापमान को परिसर ज्ञात कीजिए, जहाँ सेल्सियस फारेनहाइट परिवर्तन सूत्र परिसर ज्ञात कीजिए, जहाँ सेल्सियस फारेनहाइट परिवर्तन सूत्र $F = \frac{9}{5}C + 32$ है।

हल : दिया है :

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

और

$$68^\circ < F < 77^\circ$$

\Rightarrow

$$68^\circ < \frac{9}{5}C + 32^\circ < 77^\circ$$

32 घटाने पर

$$68^\circ - 32^\circ < \frac{9}{5}C < 77^\circ - 32^\circ$$

$$36^\circ < \frac{9}{5}C < 45^\circ$$

$\frac{5}{9}$ से गुणा करने पर

$$20^\circ < C < 25^\circ$$

$\therefore C$ का परिसर अंतराल $(20^\circ, 25^\circ)$.

प्रश्न 12.

8% बोरिक एसिड के विलयन में 2% बोरिक एसिड का विलयन मिलाकर तनु (dilute) किया जाता है। परिणामी मिश्रण में बोरिक एसिड 4% से अधिक तथा 6% से कम होना चाहिए। यदि हमारे पास 8% विलयन की मात्रा 640 लीटर हो तो ज्ञात कीजिए कि 2% विलयन के कितने लीटर इसमें मिलाने होंगे?

हल:

माना 2% बोरिक एसिड का x लीटर विलयन मिलाया जाता है।

कुल मिश्रण की संख्या = $640 + x$

(i) यदि मिश्रण में 4% से अधिक का विलयन है तो

x का 2% + 640 का 8% > $(640 + x)$ का 4%

$$\frac{2}{100} \times x + \frac{8}{100} \times 640 > \frac{4}{100} \times (640 + x)$$

या $2x + 5120 > 2560 + 4x$

या $5120 - 2560 > 4x - 2x$

$\Rightarrow 2x < 2560$

या $x < 1280$

(ii) यदि मिश्रण 6% बोरिक मिश्रण एसिड विलयन से कम है।

$$x \text{ का } 2\% + 640 \text{ का } 8\% < (640 + x) \text{ का } 6\%$$

$$\frac{2}{100} \times x + \frac{8}{100} \times 640 < \frac{6}{100} \times (640 + x)$$

या $2x + 5120 < 3480 + 6x$

या $5120 - 3480 < 6x - 2x$

$\Rightarrow 4x > 1280$

$\therefore x > 320$

इस प्रकार 2% एसिड विलयन की मात्रा 320 लीटर से अधिक और 1280 लीटर से कम होनी चाहिए।

प्रश्न 13.

45% अम्ल के 1125 लीटर विलयन में कितना पानी मिलाया जाए कि परिणामी मिश्रण में अम्ल 25% से अधिक परन्तु 30% से कम हो जाए?

हल:

मान लीजिए 45% एसिड विलयन में x लीटर पानी मिलाया जाए, तो मिश्रण की कुल मात्रा = $(1125 + x)$ लीटर

(i) $(1125 + x) \text{ का } 25\% < 1125 \text{ का } 45\%$

$$\therefore \frac{25}{100} \times (1125 + x) < \frac{45}{100} \times 1125$$

20 से गुणा करने पर

$$5(1125 + x) < 9(1125)$$

या

$$5625 + 5x < 10125$$

या

$$5x < 10125 - 5625$$

$$x < \frac{4500}{5}$$

\Rightarrow

$$x < 900$$

(ii)

$(1125 + x)$ का 30% > 1125 का 45%

$$\therefore \frac{30}{100} \times (1125 + x) > \frac{45}{100} \times 1125$$

$\frac{20}{3}$ से गुणा करने पर

$$2(1125 + x) > 3 \times 1125$$

$$2250 + 2x > 3375$$

या

$$2x > 3375 - 2250$$

$$x > \frac{1125}{2}$$

\Leftrightarrow

$$x > 562.5$$

\Rightarrow

$$562.5 < x < 900$$

अर्थात् 562.5 लीटर से अधिक किंतु 900 लीटर से कम।

प्रश्न 14.

एक व्यक्ति के बौद्धिक-लब्धि (I.Q.) मापन का सूत्र निम्नलिखित है:

$$IQ = \left[\frac{MA}{CA} \right] \times 100$$

जहाँ MA मानसिक आयु और CA कालानुक्रमी आयु है। यदि 12 वर्ष की आयु के बच्चों के एक समूह की IQ, असमिका $80 \leq IQ \leq 140$ द्वारा व्यक्त हो, तो उस समूह के बच्चों की मानसिक आयु का परिसर ज्ञात कीजिए।

हल : $IQ = \frac{MA}{CA} \times 100$

दिया है कि $80 \leq IQ \leq 140$

$\therefore 80 \leq \frac{MA}{CA} \times 100 \leq 140$

परन्तु $CA = 12$ वर्ष

$\Rightarrow 80 \leq \frac{MA}{12} \times 100 \leq 140$

$\frac{3}{5}$ से गुणा करने पर

$$48 \leq MA \times 5 \leq 84$$

5 से भाग देने पर

$$9.6 \leq MA \leq 16.8$$

अतः मानसिक आयु कम से कम 9.6 वर्ष है और अधिक से अधिक 16.8 वर्ष है।