

Chapter-5 गति के नियम

अभ्यास के अन्तर्गत दिए गए प्रश्नोत्तर

(सरलता के लिए आंकिक परिकल्पनाओं में $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ लीजिए।)

प्रश्न 1.

निम्नलिखित पर कार्यरत नेट बल का परिमाण व उसकी दिशा लिखिए –

- (a) एकसमान चाल से नीचे गिरती वर्षा की कोई बूंद
- (b) जल में तैरता $10g$ संहति का कोई कॉर्क
- (c) कुशलता से आकाश में स्थिर रोकी गई कोई पतंग
- (d) 30 km h^{-1} के एकसमान वेग से ऊबड़-खाबड़ सड़क पर गतिशील कोई कार
- (e) सभी गुरुत्वीय पिण्डों से दूर तथा वैद्युत और चुम्बकीय क्षेत्रों से मुक्त, अन्तरिक्ष में तीव्र चाल वाला इलेक्ट्रॉन।

उत्तर :

- (a) :: त्वरण शून्य है; अतः नेट बल भी शून्य होगा।
- (b) :: उपरिमुखी गति के समय कॉर्क जल पर स्थिर तैर रहा है अर्थात् गति नहीं हो रही है,
अतः त्वरण शून्य है,
∴ नेट बल भी शून्य है।
- (c) :: पतंग को स्थिर रोका गया है; अतः त्वरण $a = 0$
∴ नेट बल भी शून्य है।
- (d) :: कार का वेग एकसमान है; अतः त्वरण $a = 0$
∴ नेट बल भी शून्य होगा।
- (e) :: इलेक्ट्रॉन गुरुत्वीय पिण्डों, वैद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों से दूर है; अतः उस पर कोई बल नहीं लगेगा।

प्रश्न 2.

0.05 kg संहति का कोई कंकड़ ऊर्ध्वाधर ऊपर फेंका गया है। नीचे दी गई प्रत्येक परिस्थिति में कंकड़ पर लग रहे नेट बल का परिमाण व उसकी दिशा लिखिए –

- (a) उपरिमुखी गति के समय।
- (b) अधोमुखी गति के समय।
- (c) उच्चतम बिन्दु पर जहाँ क्षण भर के लिए यह विराम में रहता है। यदि कंकड़ को क्षैतिज दिशा से 45° कोण पर फेंका जाए, तो क्या आपके उत्तर में कोई परिवर्तन होगा? वायु-प्रतिरोध को उपेक्षणीय मानिए।

उत्तर :

(a) उपरिमुखी गति के समय कंकड़ पर बल = कंकड़ का भार = $mg = 0.05 \text{ kg} \times 10 \text{ m s}^{-2} = 0.5 \text{ N}$

(b) अधोमुखी गति के समय भी कंकड़ पर बल उसके भार के बराबर अर्थात् 0.5 N लगेगा।

(c) इस स्थिति में भी कंकड़, पर वही बल 0.5 N ही लगेगा।

कंकड़ को क्षैतिज से 45° के कोण पर फेंकने पर भी कंकड़ पृथ्वी के गुरुत्वीय क्षेत्र में गति करता है; अतः इस स्थिति में भी, प्रत्येक दशा में कंकड़ पर बल 0.5 N ही लगेगा।

प्रश्न 3.

0.1 kg संहति के पत्थर पर कार्यरत नेट बल का परिमाण व उसकी दिशा निम्नलिखित परिस्थितियों में ज्ञात कीजिए –

(a) पत्थर को स्थिर रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने के तुरन्त पश्चात्

(b) पत्थर को 36 km h^{-1} के एकसमान वेग से गतिशील किसी रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने के तुरन्त पश्चात्,

(c) पत्थर को 1 ms^{-2} के त्वरण से गतिशील किसी रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने के तुरन्त पश्चात्,

(d) पत्थर 1 ms^{-2} के त्वरण से गतिशील किसी रेलगाड़ी के फर्श पर पड़ा है तथा वह रेलगाड़ी के सापेक्ष विराम में है।

उपर्युक्त सभी स्थितियों में वायु का प्रतिरोध उपेक्षणीय मानिए।

उत्तर :

(a) स्थिर रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने पर, पत्थर पर एकमात्र बल उसका भार नीचे की ओर कार्य करेगा।

$$\therefore \text{पत्थर पर बल} = mg = 0.1 \text{ kg} \times 10 \text{ m s}^{-2} \\ = 1 \text{ N ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर।}$$

(b) इस स्थिति में भी गाड़ी से पत्थर गिराने के पश्चात् गाड़ी की गति के कारण उस पर कार्य करने वाले बल का कोई प्रभाव नहीं होगा और पत्थर पर केवल उसका भार कार्य करेगा।

$$\therefore \text{पत्थर पर बल} = 1 \text{ N ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर।}$$

(c) \therefore पत्थर गाड़ी से नीचे गिरा दिया गया है; अतः अब उस पर केवल उसका भार कार्य करेगा।

$$\therefore \text{पत्थर पर बल} = 1 \text{ N ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर}$$

(d) \therefore पत्थर रेलगाड़ी के सापेक्ष विराम में है,

$$\therefore \text{पत्थर का त्वरण } a = \text{रेलगाड़ी का त्वरण} = 1 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore F = m a \text{ से, गाड़ी की त्वरित गति के कारण पत्थर पर नेट बल}$$

$$F = m a = 0.1 \text{ kg} \times 1 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 0.1 \text{ N (क्षैतिज दिशा में)।}$$

पत्थर पर कार्यरत अन्य बल उसका भार तथा फर्श की अभिलम्ब प्रतिक्रिया परस्पर सन्तुलित हो जाते हैं।

प्रश्न 4.

। लम्बाई की एक डोरी का एक सिरा m संहति के किसी कण से तथा दूसरा सिरा चिकनी क्षैतिज मेज पर लगी बँटी से बँधा है। यदि कण चाल से वृत्त में गति करता है तो कण पर (केन्द्र की ओर निर्देशित) नेट बल है-

(i) T , (ii) $T - \frac{mv^2}{l}$, (iii) $T + \frac{mv^2}{l}$ (iv) 0.

T डोरी में तनाव है। सही विकल्प चुनिए।

उत्तर :

(i) T सही विकल्प है।

कण को वृत्तीय गति देने के लिए अभिकेन्द्र बल $\frac{mv^2}{l}$ चाहिए जो उसे डोरी में तनाव T से मिलता

है। अर्थात् $\left(T = \frac{mv^2}{l} \right)$

अतः कण पर नेट बल $= T$

प्रश्न 5.

15 ms^{-1} की आरम्भिक चाल से गतिशील 20 kg संहति के किसी पिण्ड पर 50 N का स्थायी मन्दन बल आरोपित किया गया है। पिण्ड को रुकने में कितना समय लगेगा?

हल—मंदक बल $F = -50$ न्यूटन, पिण्ड का द्रव्यमान $m = 20$ किग्रा

$$\text{अतः पिण्ड में अवमन्दन, } a = \frac{F}{m} = \frac{-50}{20 \text{ किग्रा}} = -2.5 \text{ मी/से}^2$$

गति की समीकरण $v_t = v_0 + at$ से,

रुकने पर $v_t = 0$ तथा आरम्भिक चाल $v_0 = 15$ मी/से⁻¹

$$\therefore 0 = 15 + (-2.5) \times t$$

$$\therefore \text{समय, } t = \left(\frac{15}{2.5} \right) \text{ सेकण्ड} = 6 \text{ सेकण्ड}$$

वैकल्पिक विधि—मंदक बल $F = -50$ न्यूटन;

द्रव्यमान (संहति) $m = 20$ किग्रा

प्रारम्भिक चाल $v_1 = 15$ मी/से तथा रुकने पर अन्तिम चाल $v_2 = 0$

माना पिण्ड को रोकने में Δt सेकण्ड समय लगता है,

अतः आवेग = संवेग-परिवर्तन

$$\text{अर्थात् } F \times \Delta t = p_2 - p_1 = mv_2 - mv_1 = m(v_2 - v_1)$$

$$\text{अथवा } -50 \text{ न्यूटन} \times \Delta t = 20 \text{ किग्रा} \times (0 - 15) \text{ मी/से}$$

$$\Delta t = \frac{20 \times 15}{50} = 6 \text{ सेकण्ड}$$

प्रश्न 6.

3.0 kg संहति के किसी पिण्ड पर आरोपित कोई बल 25 s में उसकी चाल को 2.0 ms^{-1} से 3.5 ms^{-1} कर देता है। पिण्ड की गति की दिशा अपरिवर्तित रहती है। बल का परिमाण व दिशा क्या है?

हल—पिण्ड का द्रव्यमान $m = 3.0$ किग्रा

समयान्तराल $(t_2 - t_1) = 25$ सेकण्ड

$$v_{t_1} = 2.0 \text{ मी/से} \quad \text{तथा} \quad v_{t_2} = 3.5 \text{ मी/से}$$

∴ गति की समीकरण

$$v_{t_2} = v_{t_1} + a(t_2 - t_1) \text{ से,}$$

$$3.5 \text{ मी/से} = 2.0 \text{ मी/से} + a(25 \text{ सेकण्ड})$$

$$\text{अतः पिण्ड में उत्पन्न त्वरण, } a = \frac{(3.5 - 2.0) \text{ मी/से}}{25 \text{ सेकण्ड}} = 0.06 \text{ मी/से}^2$$

$$\therefore \text{बल का परिमाण } F = mg = 3.0 \text{ किग्रा} \times 0.06 \text{ मी/से}^2 = 0.18 \text{ न्यूटन}$$

चूँकि आरोपित बल का दिशा अपरिवर्तित है तथा यह पिण्ड की चाल को बढ़ा रहा है, अतः बल की दिशा पिण्ड की गति की दम में ही होगी।

प्रश्न 7.

5.0 kg संहति के किसी पिण्ड पर 8 N व 6 N के दो लम्बवत् बल आरोपित हैं। पिण्ड के त्वरण का परिमाण व दिशा ज्ञात कीजिए।

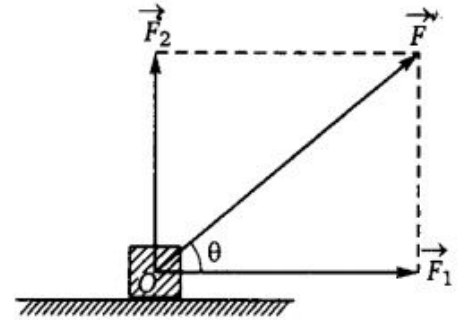
हल—पिण्ड का द्रव्यमान $M = 5.0$ किग्रा, बलों के परिमाण $|\vec{F}_1| = 8$ न्यूटन तथा $|\vec{F}_2| = 6$ न्यूटन हैं तथा ये परस्पर लम्बवत् हैं।

अतः इन बलों के परिणामी बल का परिमाण

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2} \\ &= \sqrt{[8^2 + 6^2]} \text{ न्यूटन} = \sqrt{(64 + 36)} \text{ न्यूटन} \\ &= \sqrt{100} = 10 \text{ न्यूटन} \end{aligned}$$

∴ त्वरण \vec{a} का परिमाण,

$$a = \frac{F}{M} = \frac{10 \text{ न्यूटन}}{5.0 \text{ किग्रा}} = 2 \text{ मी/से}^2$$



चित्र 5.1

इस त्वरण की दिशा बल \vec{F} की दिशा में होगी। चित्र 5.1 में बल \vec{F} , की दिशा से θ कोण बना रहा है, जहाँ चित्रानुसार,

$$\tan \theta = \frac{|\vec{F}_2|}{|\vec{F}_1|} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0.75$$

∴ दिशा $\theta = \tan^{-1}(0.75) = 36^\circ 53' \approx 37^\circ$

यही दिशा पिण्ड में उत्पन्न त्वरण की भी होगी।

प्रश्न 8.

36 km h⁻¹ की चाल से गतिमान किसी ऑटो रिक्शा का चालक सड़क के बीच एक बच्चे को खड़ा देखकर अपने वाहन को ठीक 4.0s में रोककर उस बच्चे को बचा लेता है। यदि ऑटो रिक्शा बच्चे के ठीक निकट रुकता है तो वाहन पर लगा औसत मन्दन बल क्या है? ऑटो रिक्शा तथा चालक की संहतियाँ क्रमशः 400 kg और 65 kg हैं।

हल :

ऑटो रिक्शा की प्रारम्भिक चाल $u_0 = 36$ किमी/घण्टा

$$= 36 \times (5 / 18) \text{ मी/से} = 10 \text{ मी/से}$$

रुकने पर ऑटो-रिक्शा की अन्तिम चाल $u_t = 0$

रुकने में लिया गया समय $t = 4.0$ सेकण्ड

गति की समीकरण $u_t = u_0 + at$ से,

$$0 = 10 + a \times 4.0$$

या

$$\text{मंदक, } a = -(10/4) \text{ मी/से}^2 = -2.5 \text{ मी/से}^2$$

निकाय (ऑटो-रिक्शा + चालक) का द्रव्यमान

$$M = 400 \text{ किग्रा} + 65 \text{ किग्रा} = 465 \text{ किग्रा}$$

$$\therefore \text{औसत मंदन बल } F = M \times a = 465 \text{ किग्रा} \times (-2.5 \text{ मी/से}^2)$$

$$= -1.162 \times 10^3 \text{ न्यूटन [यहाँ } (-) \text{ चिह्न मंदन का प्रतीक है।]}$$

प्रश्न 9.

20000 kg उत्थापन संहति के किसी रॉकेट में 5 ms^{-2} के आरम्भिक त्वरण के साथ ऊपर की ओर स्फोट किया जाता है। स्फोट का आरम्भिक प्रणोद (बल) परिकलित कीजिए।

हल—रॉकेट का द्रव्यमान $m = 20000 \text{ kg}$, त्वरण $a = 5 \text{ ms}^{-2}$

माना रॉकेट पर आरम्भिक प्रणोद F है जो ऊपर की ओर कार्य करता है।

रॉकेट पर दो बल लगे हैं—(1) प्रणोद F ऊपर की ओर तथा (2) a रॉकेट का भार mg नीचे की ओर।

\therefore रॉकेट ऊपर उठ रहा है; अतः नेट बल $F_1 = F - mg$ ऊपर की ओर लगेगा।

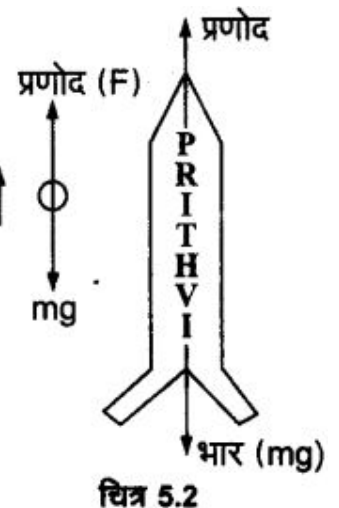
गति के द्वितीय नियम से,

$$F - mg = ma$$

$$\therefore \text{रॉकेट पर प्रणोद } F = m(g + a)$$

$$= 20000 \text{ kg} \times (10 + 5) \text{ ms}^{-2}$$

$$F = 3.0 \times 10^5 \text{ N}$$



चित्र 5.2

प्रश्न 10.

उत्तर की ओर 10 ms^{-1} की एकसमान आरम्भिक चाल से गतिमान 0.40 kg संहति के किसी पिण्ड पर दक्षिण दिशा के अनुदिश 8.0 N का स्थायी बल 30 s के लिए आरोपित किया गया है। जिस क्षण बल आरोपित किया गया उसे $t = 0$ तथा उस समय पिण्ड की स्थिति $x = 0$ लीजिए। $t = 5 \text{ s}$, 25 s , 100 s पर इस कण की स्थिति क्या होगी?

हल—उत्तर दिशा को धनात्मक (X-अक्ष) तथा दक्षिण दिशा को ऋणात्मक (Y-अक्ष) लेते हुए $t=0$ पर प्रारम्भिक वेग $v_0=10$ मी/से

बल, $F=-8.0$ न्यूटन (\because बल की दिशा दक्षिण की ओर है)

पिण्ड में मंदक, $a=\frac{F}{m}=\frac{-8.0\text{न्यूटन}}{0.40\text{किग्रा}}=-20$ मी/से²

अर्थात् यह दक्षिण दिशा में है।

चूँकि पिण्ड पर बल $t=0$ पर कार्य करने लगता है। अतः $t=-5$ सेकण्ड पर पिण्ड पर कोई बल न लगने के कारण पिण्ड में त्वरण $a=0$

$\therefore t=-5$ सेकण्ड पर,

गति के समीकरण से, $x_t=x_0+v_0\times t+\frac{1}{2}at^2$

$$x_t=0+10\times-5+\frac{1}{2}(0)(-5)^2=-50 \text{ मी}$$

अर्थात् 50 मी पर दक्षिण की ओर।

$t=25$ सेकण्ड पर,

$$x_{25}=[0+10\times 25+\frac{1}{2}(-20)\times(25)^2] \text{ मी}$$

$$=(250-6250)=-6000 \text{ मी} = -6.0 \text{ किमी}$$

अर्थात् 6.0 किमी पर दक्षिण की ओर।

चूँकि पिण्ड पर बल केवल 30 सेकण्ड तक कार्य करता है, अतः 30 सेकण्ड पश्चात् पिण्ड इस एक समान चाल से चलेगा जिसको यह $t=30$ सेकण्ड पर प्राप्त कर लेगा।

$\therefore v_t=v_0+at$ से,

$$v_{30}=10+(-20)30=-590 \text{ मी/से}$$

$t=30$ सेकण्ड पर,

$$x_{30}=[10\times 30+\frac{1}{2}(-20)\times 30^2] \text{ मी} = -8700 \text{ मी}$$

तथा शेष 70 सेकण्ड में वस्तु नियत वेग (-590 मी/से) से चलती है।

$$\text{दूरी } x_{70}=(-590 \text{ मी/से}) (70 \text{ से}) = -41300 \text{ मी}$$

$\therefore t=100$ सेकण्ड पर,

$$x_{100}=-41300 \text{ मी} +(x_{30})$$

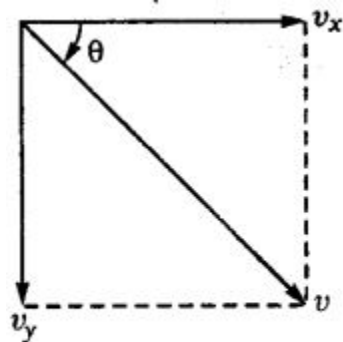
$$=-41300 \text{ मी} +(-8700 \text{ मी})$$

$$=-50000 \text{ मी} = -50 \text{ किमी}$$

प्रश्न 11.

कोई ट्रक विरामावस्था से गति आरम्भ करके 2.0 ms^{-2} के समान त्वरण से गतिशील रहता है। $t = 10 \text{ s}$ पर, ट्रक के ऊपर खड़ा एक व्यक्ति धरती से 6 m की ऊँचाई से कोई पत्थर बाहर गिराता है। $t = 11 \text{ s}$ पर, पत्थर का – (a) वेग तथा (b) त्वरण क्या है? (वायु का प्रतिरोध उपेक्षणीय मानिए।)

हल :



चित्र 5.3

(a) किसी ट्रक से पत्थर को गिराते समय पत्थर का क्षैतिज वेग ट्रक के तात्कालिक वेग के बराबर होता है (जड़त्व के कारण) तथा यह ऊर्ध्वाधर वेग गुरुत्व के कारण प्राप्त करता है जबकि गिराते क्षण ऊर्ध्वाधरतः

नीचे की ओर वेग $u_0 = \text{शून्य}$ ।

$t = 10$ सेकण्ड पर ट्रक का वेग,

$$v_{10} = v_0 + \vec{a} \cdot t = 0 + 2.0 \text{ ms}^{-2} \times 10 \text{ सेकण्ड}$$

$$= 20 \text{ मी/से}$$

\therefore क्षैतिज दिशा में गिरते हुए पत्थर में कोई त्वरण नहीं है, अतः इस दशा में पत्थर का वेग $v_x = 20$ मी/से नियत रहेगा। $t = 11$ सेकण्ड पर अर्थात् $t = 10$ सेकण्ड पर ट्रक से पत्थर गिराये जाने के $\Delta t = 11 - 10 = 1$ सेकण्ड पश्चात् पत्थर का ऊर्ध्वाधरतः नीचे के ओर वेग,

$$v_y = v_0 + g \cdot \Delta t$$

$$= 0 + (-10) \times 1 = -10 \text{ मी/से} \quad [-\text{चिह्न } \vec{v}_y \text{ की दिशा का प्रतीक है।}]$$

अतः पत्थर का $t = 11$ सेकण्ड पर नेट वेग,

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(20)^2 + (10)^2} = \sqrt{500} = 22.4 \text{ मी/से}$$

यदि \vec{v} द्वारा क्षैतिज से बना कोण θ हो, तो

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \left(\frac{-10}{20} \right) = -0.5$$

$$\text{या} \quad \theta = \tan^{-1}(-0.5) = -26.6^\circ$$

(-) चिह्न यह दर्शाता है कि \vec{v} की दिशा 29.5° क्षैतिज से नीचे की ओर अर्थात् दक्षिणावर्त है (चित्र 5.3)।

(b) $t = 11$ सेकण्ड पर, पत्थर का त्वरण = गुरुत्वीय त्वरण = 10 मी/से^2 ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर है।

प्रश्न 12.

किसी कमरे की छत से 2 m लम्बी डोरी द्वारा 0.1 kg संहति के गोलक को लटकाकर दोलन आरम्भ किए गए। अपनी माध्य स्थिति पर गोलक की चाल 1 ms^{-1} है। गोलक का प्रक्षेप्य-पथ क्या होगा यदि डोरी को उस समय काट दिया जाता है जब गोलक अपनी – (a) चरम स्थितियों में से किसी एक पर है तथा (b) माध्य स्थिति पर है?

उत्तर :

(a) चरम स्थिति में गोलक का वेग शून्य होगा; अतः डोरी काट देने पर, गोलक ऊर्ध्वाधर रेखा में नीचे की ओर गिर जाएगा।

(b) माध्य स्थिति में गोलक के पास क्षैतिज दिशा में अधिकतम वेग होगा; अतः इस स्थिति में डोरी काट दिए जाने पर गोलक प्रक्षेप्य की भाँति परवलयीय पथ पर चलता हुआ अन्त में भूमि पर गिर जाएगा।

प्रश्न 13.

किसी व्यक्ति की संहति 70 kg है। वह एक गतिमान लिफ्ट में तुला पर खड़ा है जो –

- (a) 10 ms^{-1} की एकसमान चाल से ऊपर जा रही है
 (b) 5 ms^{-2} के एकसमान त्वरण से नीचे जा रही है
 (c) 5 ms^{-2} के एकसमान त्वरण से ऊपर जा रही है, तो प्रत्येक प्रकरण में तुला के पैमाने का पाठ्यांक क्या होगा?
 (d) यदि लिफ्ट की मशीन में खराबी आ जाए और वह गुरुत्वीय प्रभाव में मुक्त रूप से नीचे गिरे तो पाठ्यांक क्या होगा?

हल :

दिया है। व्यक्ति की संहति $m = 70 \text{ kg}$

(a) ∴ लिफ्ट एकसमान वेग से गतिमान है; अतः त्वरण $a = 0$

$$\therefore \text{तुला का पाठ्यांक } R = mg = 70 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \\ = 686 \text{ N}$$

(b) यहाँ लिफ्ट त्वरण $a = 5 \text{ m s}^{-2}$ से नीचे जा रही है

$$\therefore \text{तुला का पाठ्यांक } R = m(g - a) \\ = 70 \text{ kg} (9.8 - 5) \text{ m s}^{-2} \\ = 336 \text{ N}$$

(c) यहाँ लिफ्ट त्वरण $a = 5 \text{ m s}^{-2}$ से ऊपर जा रही है,

$$\therefore \text{तुला का पाठ्यांक } R = m(g + a) \\ = 70 \text{ kg} (9.8 + 5) \text{ m s}^{-2} \\ = 1036 \text{ N}$$

(d) ∴ लिफ्ट गुरुत्वीय प्रभाव में मुक्त रूप से गिर रही है, अर्थात् $a = g$

$$\text{तब, तुला का पाठ्यांक } R = m(g - a) \\ = 70 \text{ kg} \times 0 = 0$$

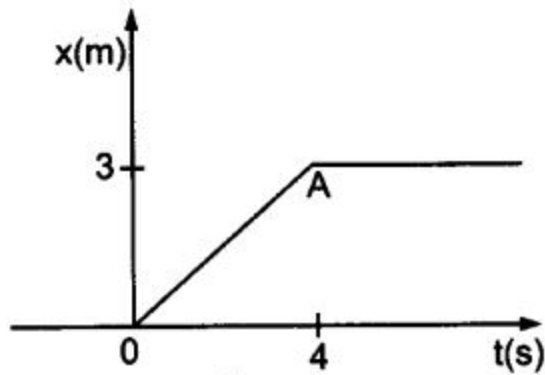
प्रश्न 14.

चित्र-5.4 में 4 kg संहति के किसी पिण्ड का स्थिति-समय ग्राफ दर्शाया गया है।

(a) $t < 0$; $t > 4 \text{ s}$; $0 < t, < 4 \text{ s}$ के लिए पिण्ड पर आरोपित बल क्या है?

(b) $t = 0$ तथा $t = 4 \text{ s}$ पर आवेग क्या है? (केवल एकविमीय गति पर विचार कीजिए)

उत्तर :



चित्र 5.4

(a) $t < 0$ के लिए स्थिति-समय ग्राफ समय अक्ष के साथ सम्पाती है अर्थात् पिण्ड मूलबिन्दु पर विराम में स्थित है।

∴ पिण्ड पर आरोपित बल शून्य है।

$t > 4$ s के लिए स्थिति-समय माफ समय अक्ष के समान्तर सरल रेखा है जो बताती है कि इस काल में पिण्ड की मूलबिन्दु से दूरी नियत है।

अर्थात् पिण्ड विराम में है।

∴ पिण्ड पर कार्यरत बल शून्य है।

पुनः $0 < t < 4$ s के लिए स्थिति समय-ग्राफ एक झुकी हुई सरल रेखा है जो यह बताती है कि इस काल में पिण्ड की मूलबिन्दु से दूरी नियत दर से बढ़ रही है।

अर्थात् पिण्ड नियत वेग से गति कर रहा है; अतः उसको त्वरण शून्य है।

∴ पिण्ड पर आरोपित बल शून्य है।

(b) $t = 0$ से पूर्व पिण्ड का वेग, $v_1 = 0$

$$t = 0 \text{ के तुरन्त बाद पिण्ड का वेग } v_2 = \text{ग्राफ OA का ढाल} \\ = \frac{3 - 0}{4 - 0} = \frac{3}{4} \text{ ms}^{-1}$$

∴ $t = 0$ पर,

आवेग = संवेग-परिवर्तन

$$= mv_2 - mv_1 \\ = 4 \text{ kg} \times \frac{3}{4} \text{ m s}^{-1} - 4 \text{ kg} \times 0 \\ = 3 \text{ kg m s}^{-1}$$

पुनः $t = 4 \text{ s}$ के ठीक पहले वेग $v_1 = \frac{3}{4} \text{ m s}^{-1}$
($t = 0$ से $t = 4 \text{ s}$ तक वेग नियत है)

तथा $t = 4 \text{ s}$ के ठीक बाद वेग $v_2 = 0$

∴ $t = 4 \text{ s}$ पर आवेग = संवेग-परिवर्तन

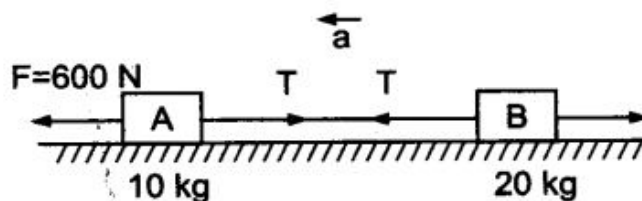
$$= mv_2 - mv_1 \\ = 4 \text{ kg} \times 0 - 4 \text{ kg} \times \frac{3}{4} \text{ m s}^{-1} \\ = -3 \text{ kg m s}^{-1}$$

प्रश्न 15.

किसी घर्षणरहित मेज पर रखे 10 kg तथा 20 kg के दो पिण्ड किसी पतली डोरी द्वारा आपस में जुड़े हैं। 600 N का कोई क्षैतिज बल (i) A पर, (ii) B पर डोरी के अनुदिश लगाया जाता है। प्रत्येक स्थिति में डोरी में तनाव क्या है?

हल-दिया है : $F = 600 \text{ N}$, $m_A = 10 \text{ kg}$, $m_B = 20 \text{ kg}$

(i) माना पिण्ड A पर बल लगाने से दोनों पिण्ड a त्वरण से चलना प्रारम्भ करते हैं तथा डोरी में तनाव T है।



चित्र 5.5

पिण्ड A पर बल F आगे की ओर तथा तनाव T पीछे की ओर लगेगा; अतः नेट बल $F_A = F - T$ होगा।

∴ गति के द्वितीय नियम से,

$$F_A = m_A a \quad \text{या} \quad F - T = m_A a$$

$$\text{या} \quad 600 - T = 10a \quad \dots(1)$$

पिण्ड B पर एकमात्र बल, डोरी का तनाव T आगे की ओर लगेगा।

$$\therefore T = m_B a$$

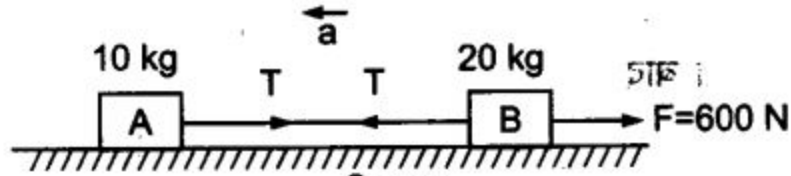
$$\text{या} \quad T = 20a \quad \dots(2)$$

समी० (1) को 2 से गुणा करके समी० (2) में से घटाने पर,

$$3T - 1200 = 0$$

$$\therefore \text{डोरी का तनाव } T = \frac{1200 \text{ N}}{3} = 400 \text{ N}$$

(ii) इस स्थिति में, पिण्ड B पर नेट बल $F_B = F - T$ होगा; अतः गति के द्वितीय-नियम से,



चित्र 5.6

$$F - T = m_B a$$

या $600 - T = 20a$

पिण्ड A पर नेट बल T आगे की ओर लगेगा

$$\therefore T = m_A a$$

या $T = 10a$

...(2)

समीकरण (2) को 2 से गुणा करके समी० (1) में से घटाने पर,

$$600 - 3T = 0 \quad \text{या} \quad 3T = 600 \text{ N}$$

$$\therefore \text{डोरी का तनाव } T = \frac{600 \text{ N}}{3} = \mathbf{200 \text{ N}}$$

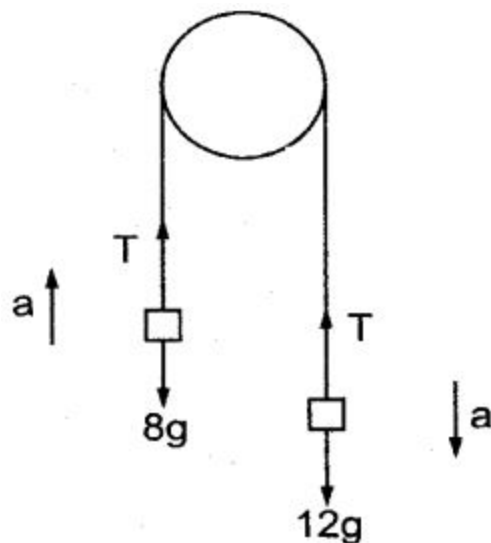
प्रश्न 16.

8 kg तथा 12kg के दो पिण्डों को किसी हल्की अविटान्य डोरी, जो घर्षणरहित धिरनी पर चढ़ी है, के दो सिरों से बाँधा गया है। पिण्डों को मुक्त रूप से छोड़ने पर उनके त्वरण तथा डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए।

हल – माना पिण्डों को मुक्त छोड़ने पर भारी पिण्ड a त्वरण से नीचे की ओर उतरता है। चूंकि डोरी अविटान्य है; अतः हल्का पिण्ड त्वरण से ऊपर की ओर चढ़ेगा।

माना डोरी में तनाव T है, जो कि पूरी डोरी में एकसमान होगा।

भारी अर्थात् 12 kg के पिण्ड पर नेट बल $F = 12g - T$ नीचे की ओर कार्य करेगा।



चित्र 5.7

अतः गति के द्वितीय नियम से, $F = ma$

अर्थात् $12g - T = 12a \quad \dots(1)$

$\therefore 8 \text{ kg}$ का पिण्ड ऊपर की ओर चढ़ रहा है; अतः इसकी गति का समीकरण

$$T - 8g = 8a$$

समीकरण (1) व (2) को जोड़ने पर,

$$12g - 8g = 20a$$

$$4g = 20a$$

\therefore पिण्डों का त्वरण $a = \frac{4g}{20} = \frac{4 \text{ kg} \times 10 \text{ m s}^{-2}}{20 \text{ kg}} = \mathbf{2.0 \text{ m s}^{-2}}$

समीकरण (2) में त्वरण a का मान रखने पर,

$$T - 8g = 8 \times 2.0$$

अतः डोरी का तनाव $T = 8g + 8 \times 2.0$

$$= 8 \text{ kg} \times (10 + 2.0) \text{ m s}^{-2} = \mathbf{96.0 \text{ N}}$$

प्रश्न 17.

अयोगशाला के निर्देश फ्रेम में कोई नाभिक विराम में है। यदि यह नाभिक दो छोटे नाभिकों में विघटित हो जाता है तो यह दर्शाए कि उत्पाद विपरीत दिशाओं में गति करने चाहिए।

उत्तर :

माना नाभिक का द्रव्यमान m है तथा प्रश्नानुसार यह विराम में है अर्थात् $\vec{v} = 0$

∴ नाभिक को प्रारम्भिक संवेग = $m \times 0 = 0$

माना इसके टूटने से बने दो नाभिकों के द्रव्यमान m_1 तथा m_2 हैं तथा ये क्रमशः \vec{v}_1 तथा \vec{v}_2 वेगों से गति करते हैं।

अतः इन नए नाभिकों का कुल संवेग = $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$

∴ नाभिक स्वतः विघटित हुआ है अर्थात् उस पर बाह्य बल शून्य है; अतः निकाय का संवेग संरक्षित रहेगा।

∴ विघटन के बाद कुल संवेग = विघटन के पूर्व कुल संवेग

अथवा, $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 0$

अथवा $m_2 \vec{v}_2 = -m_1 \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{v}_2 = -\left(\frac{m_1}{m_2}\right) \vec{v}_1$

अथवा $\vec{v}_2 = -\lambda \vec{v}_1$ (जहाँ $\lambda = \frac{m_1}{m_2}$ धनात्मक संख्या है)

उक्त सम्बन्ध से स्पष्ट है कि वेग \vec{v}_1 तथा \vec{v}_2 परस्पर विपरीत हैं अर्थात् उत्पाद नाभिक विपरीत दिशाओं में गति करेंगे।

प्रश्न 18.

दो बिलियर्ड गेंद जिनमें प्रत्येक की संहति 0.05 kg है, 6 मी / से¹ की चाल से विपरीत दिशाओं में गति करती हुई संघट्ट करती हैं और संघट्ट के पश्चात् उसी चाल से वापस लौटती हैं। प्रत्येक गेंद पर दूसरी गेंद कितना आवेग लगाती है?

हल :

संघट्ट के पश्चात् प्रत्येक गेंद के वेग की दिशा उलट जाती है। अतः प्रत्येक गेंद के वेग में परिवर्तन का परिमाण

$$|\Delta \vec{v}| = 6 \text{ मी/से} - (-6 \text{ मी/से}) = 12 \text{ मी/से}$$

∴ प्रत्येक गेंद द्वारा दूसरी गेंद पर आरोपित आवेग का परिमाण

$$= \text{संवेग में परिवर्तन का परिमाण} = m \times |\Delta \vec{v}|$$

यहाँ प्रत्येक गेंद के लिए, $m = 0.05$ किग्रा

$$\therefore \text{आवेग का परिमाण} = 0.05 \text{ किग्रा} \times 12 \text{ मी/से} = 0.60 \text{ किग्रा-मी/से}$$

स्पष्ट है कि दोनों आवेग परस्पर विपरीत दिशाओं में होंगे।

प्रश्न 19.

100 kg संहति की किसी तोप द्वारा 0.020 kg का गोला दागा जाता है। यदि गोले की नालमुखी चाल 80

मी/से⁻¹ है तो तोप की प्रतिक्षेप चाल क्या है?

हल :

तोप का द्रव्यमान $M = 100$ किग्रा

गोले का द्रव्यमान $m = 0.020$ किग्रा

गोले की नालमुखी चाल $= 80$ मी/से

माना तोप की प्रतिक्षेप चाल $= V$ मी/से

प्रारम्भ में गोला व तोप दोनों विरामावस्था में हैं। अतः प्रारम्भ में प्रत्येक का संवेग शून्य था।

अतः रेखीय संवेग-संरक्षण नियम के अनुसार,

तोप तथा गोले का अन्तिम संवेग = प्रारम्भिक संवेग

$$\therefore M \times V + m \times v = 0$$

$$\text{या } MV = -mv$$

$$\therefore V = -\left(\frac{m}{M}\right)v = -\left[\frac{0.020 \text{ किग्रा}}{100 \text{ किग्रा}}\right] \times 80 \text{ मी/से}$$
$$= -0.016 \text{ मी/से}$$

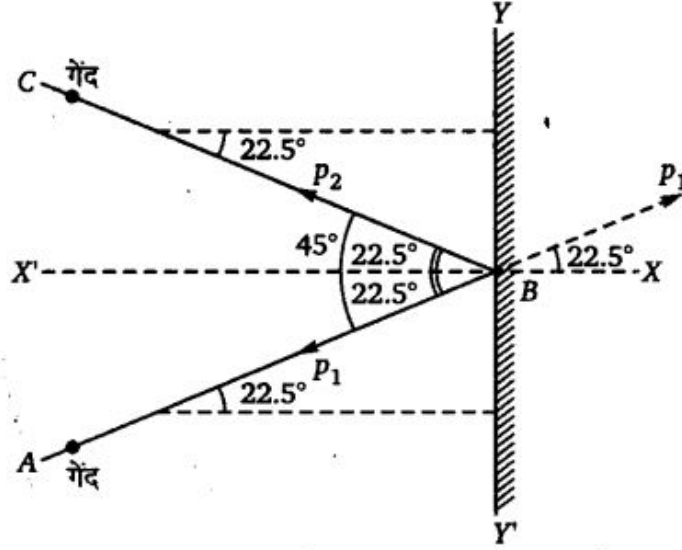
यहाँ (-) चिह्न इस तथ्य का प्रतीक है कि तोप का वेग गोले के वेग की विपरीत दिशा में होगा। इसीलिए इसको प्रतिक्षेप चाल कहते हैं। अतः तोप की प्रतिक्षेप चाल $= 0.016$ सेमी/से।

प्रश्न 20.

कोई बल्लेबाज किसी गेंद को 45° के कोण पर विक्षेपित कर देता है। ऐसा करने में वह गेंद की आरम्भिक चाल, जो 54 km/h^{-1} है, में कोई परिवर्तन नहीं करता। गेंद को कितना आवेग दिया जाता है? (गेंद की संहति 0.15 kg है)

हल :

माना गेंद पथ AB के अनुदिश बल्लेबाज की ओर $u = 54 \text{ किमी/घण्टा} = 54 \times (5 / 18) \text{ मी/से} = 15 \text{ मी/से}$ की चाल से आ रही है। यह बिन्दु B पर बल्लेबाज द्वारा उसी चाल से कोण $ABC = 45^\circ$ पर पथ BC के अनुदिश विक्षेपित कर दी जाती है। B से गुजरते ऊर्ध्वाधर तल पर X' BX अभिलम्ब है।



चित्र 5.8

$$\therefore \angle ABX' = \angle X'BC = 45^\circ/2 = 22.5^\circ$$

यहाँ गेंद की प्रारम्भिक तथा अन्तिम चाल समान हैं अर्थात् प्रारम्भिक व अन्तिम वेगों के परिमाण $v=15$ मी/से

प्रारम्भिक संवेग \vec{p}_1 का परिमाण = अन्तिम संवेग \vec{p}_2 का परिमाण $=mv$

\vec{p}_1 का Y-अक्ष की धन दिशा में घटक का परिमाण

$$p_{1y} = mv \sin 22.5^\circ$$

\vec{p}_2 का Y-अक्ष की धन दिशा में घटक का परिमाण

$$p_{2x} = mv \cos (90^\circ - 22.5^\circ) = mv \sin 22.5^\circ$$

\therefore Y-अक्ष के अनुदिश संवेग में परिवर्तन

$$\Delta p_y = p_{2y} - p_{1y} = 0 \text{ (यह धन दिशा में होगा)}$$

\vec{p}_1 का X-अक्ष की धन दिशा में घटक का परिमाण

$$p_{1x} = mv \cos 22.5^\circ$$

\vec{p}_2 का X-अक्ष की ऋण दिशा में घटक का परिमाण

$$p_{2x} = mv \cos 22.5^\circ$$

\therefore X-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में संवेग में परिवर्तन

$$\Delta p_x = -p_{2x} - p_{1x} = -2mv \cos 22.5^\circ$$

\therefore संवेग में परिणामी परिवर्तन,

$$\Delta p = \sqrt{\Delta p_x^2 + \Delta p_y^2} = \sqrt{(-2mv \cos 22.5^\circ)^2 + 0^2} = 2mv \cos 22.5^\circ$$

\therefore गेंद को दिया गया आवेग = संवेग-परिवर्तन

$$= 2mv \cos 22.5^\circ = 2 \times 0.15 \text{ किग्रा} \times 15 \text{ मी/से} \times 0.924$$

$$= 4.16 \text{ किग्रा-मी/से} = 4.16 \text{ (किग्रा-मी/से}^2 \text{) सेकण्ड}$$

$$= 4.16 \text{ न्यूटन-सेकण्ड}$$

प्रश्न 21.

किसी डोरी के एक सिरे से बँधा 0.25 kg संहति का कोई पत्थर क्षैतिज तल में 1.5 m त्रिज्या के वृत्त पर 40 rev/min की चाल से चक्कर लगाता है। डोरी में तनाव कितना है? यदि डोरी 200 N के अधिकतम तनाव को सहन कर सकती है, तो वह अधिकतम चाल ज्ञात कीजिए जिससे पत्थर को घुमाया जा सकता है।

हल :

दिया है : पत्थर का द्रव्यमान $m=0.25 \text{ kg}$

(i) वृत्तीय पथ की त्रिज्या $R = 1.5 \text{ m}$,

$$\text{घूर्णन आवृत्ति } v = \frac{40 \text{ चक्कर}}{1 \text{ min}} = \frac{40 \text{ चक्कर}}{60 \text{ s}} = \frac{2}{3} \text{ चक्कर/s}$$

डोरी में तनाव $T = ?$

पत्थर को वृत्तीय पथ पर घूमने के लिए अभिकेन्द्र बल डोरी के तनाव T से मिलता है,

$$\text{अतः } T = mR\omega^2 = mR(2\pi v)^2 \quad (\because \omega = 2\pi v)$$
$$= 4\pi^2 mRv^2$$

$$= 4 \times (3.14)^2 \times 0.25 \text{ kg} \times 1.5 \text{ m} \times \left(\frac{2}{3} \text{ s}^{-1}\right)^2$$

$$= 6.6 \text{ N}$$

(ii) डोरी का अधिकतम तनाव $T_{\max} = 200 \text{ N}$ तो पत्थर की अधिकतम चाल $= ?$

$$\text{सूत्र } T = \frac{mv^2}{R} \text{ से, } T \propto v^2$$

अतः जब T महत्तम होगा तो चाल v भी महत्तम होगी।

$$\therefore v_{\max}^2 = \frac{T_{\max} R}{m}$$
$$= \frac{200 \text{ N} \times 1.5 \text{ m}}{0.25 \text{ kg}} = 1200 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\therefore v_{\max} = 20 \times \sqrt{3} \text{ m s}^{-1} = 34.6 \text{ m s}^{-1} \approx 35 \text{ m s}^{-1}$$

प्रश्न 22.

यदि अभ्यास प्रश्न 21 में पत्थर की चाल को अधिकतम निर्धारित सीमा से भी अधिक कर दिया जाए तथा डोरी यकायक टूट जाए, तो डोरी के टूटने के पश्चात पत्थर के प्रक्षेप का सही वर्णन निम्नलिखित में से कौन करता है –

(a) वह पत्थर झटके के साथ त्रिज्यतः बाहर की ओर जाता है।

(b) डोरी टूटने के क्षण पत्थर स्पर्शरेखीय पथ पर उड़ जाता है।

(c) पत्थर स्पर्शी से किसी कोण पर, जिसका परिमाण पत्थर की चाल पर निर्भर करता है, उड़ जाता है।

उत्तर :

(b) डोरी टूटने के क्षण पत्थर स्पर्शरेखीय पथ पर उड़ जाता है क्योंकि उस क्षण पर पत्थर की चाल स्पर्शरेखीय होती है।

प्रश्न 23.

स्पष्ट कीजिए कि क्यों :

- (a) कोई घोड़ा रिक्त दिक्स्थान (निर्वात) में किसी गाड़ी को खींचते हुए दौड़ नहीं सकता।
- (b) किसी तीव्र गति से चल रही बस के यकायक रुकने पर यात्री आगे की ओर गिरते हैं।
- (c) लान मूवर को धकेलने की तुलना में खींचना आसान होता है।
- (d) क्रिकेट का खिलाड़ी गेंद को लपकते समय अपने हाथ गेंद के साथ पीछे को खींचता है।

उत्तर :

(a) रिक्त दिक्स्थान (निर्वात) में घोड़े को गाड़ी खींचने के लिए आवश्यक प्रतिक्रिया नहीं मिल पाएगी।

(b) तीव्र गति से गतिशील बस में बैठे यात्री का शरीर गाड़ी के ही वेग से गति करता रहता है। जब यकायक गाड़ी रुकती है तो फर्श के सम्पर्क में स्थित यात्री के पैर तो ठीक उसी समय विराम में आ जाते हैं, परन्तु गति के जड़त्व के कारण ऊपर का शरीर गतिशील बना रहता है और यात्री आगे की ओर गिर जाते हैं।

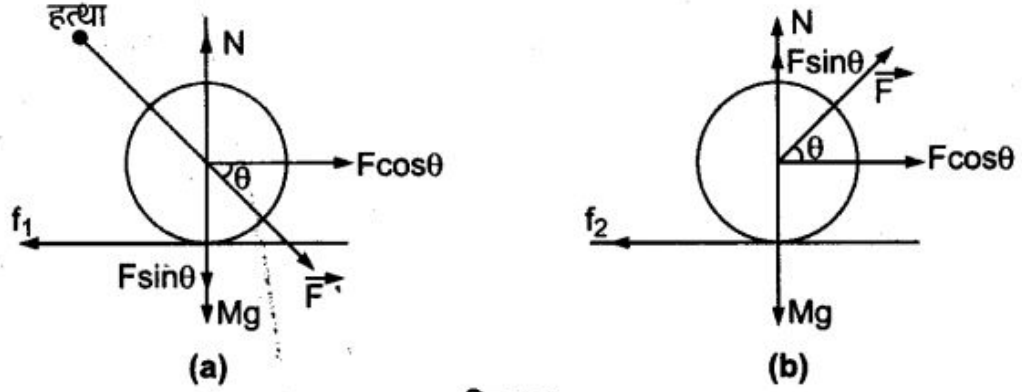
(c) लान मूवर को धकेलने की अपेक्षा खींचना आसान है – मान लीजिए कि चित्र-5.9 (a) के अनुसार एक लान मूवर को धकेलकर ले जाया जा रहा है। इसके लिए हम मूवर के हत्थे के अनुदिश एक बल \vec{F} लगाते हैं, जो क्षैतिज से नीचे की ओर θ कोण (माना) पर कार्य करता है। मूवर पर कार्यरत अन्य बल, उसका भार Mg , भूमि की अभिलम्ब प्रतिक्रिया N तथा पश्चमुखी घर्षण बल f_1 है।

\therefore ऊर्ध्वाधर दिशा में कोई गति नहीं है।

अतः इस दिशा में नेट बल शून्य होगा।

$$\therefore N - Mg - F \sin \theta = 0$$

अथवा $N = Mg + F \sin \theta \quad \dots(1)$



चित्र 5.9

यदि लान मूवर को चित्र-5.9 (b) के अनुसार खींचकर ले जाएँ तो इसके लिए मूवर के हत्थे के अनुदिश बल \vec{F} क्षैतिज से ऊपर की ओर कोण θ (माना) पर लगाया गया है।

पुनः चूँकि ऊर्ध्वाधर दिशा में कोई गति नहीं है; अतः

$$N + F \sin \theta - Mg = 0$$

अथवा $N = Mg - F \sin \theta \quad \dots(2)$

समीकरण (1) व (2) से स्पष्ट है कि मूवर को खींचते समय अभिलम्ब प्रतिक्रिया उसे धकेलते समय अभिलम्ब प्रतिक्रिया से कम है। चूँकि सीमान्त घर्षण बल अभिलम्ब प्रतिक्रिया के अनुक्रमानुपाती होता है; अतः मूवर को खींचते समय अपेक्षाकृत कम घर्षण बल लगेगा। इससे स्पष्ट है कि मूवर को खींचकर ले जाना धकेलकर ले जाने की तुलना में आसान होता है।

(d) क्रिकेट का खिलाड़ी गेंद को लपकते समय अपने हाथ गेंद के साथ पीछे को खींचता है – ऐसा करने में गेंद को विराम में आने तक पर्याप्त समय मिल जाता है, इससे गेंद के संवेग की परिवर्तन की दर कम हो जाती है और हाथों पर लगने वाला बल घट जाता है फलस्वरूप चोट लगने की सम्भावना कम हो जाती है।

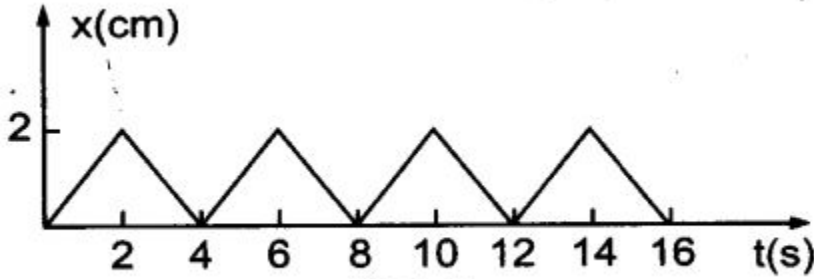
अतिरिक्त अभ्यास

प्रश्न 24.

चित्र 5.10 में 0.04kg संहति के किसी पिण्ड का स्थिति-समय ग्राफ दर्शाया गया है। इस गति के लिए कोई उचित भौतिक संदर्भ प्रस्तावित कीजिए। पिण्ड द्वारा प्राप्त दो क्रमिक आवेगों के बीच समय-अन्तराल क्या है? प्रत्येक आवेग का परिमाण क्या है?

हल :

यह स्थिति-समय ग्राफ दो समान्तर ऊर्ध्वाधर दीवारों के बीच एकसमान चाल से क्षैतिज गति करती हुई गेंद का ग्राफ हो सकता है, जो बारम्बार एक दीवार से टकराती है फिर 2s बाद दूसरी दीवार से टकराती है। यह क्रिया लगातार चलती है।



चित्र 5.10

पिण्ड के वेग में प्रत्येक 2 s के अन्तराल के बाद परिवर्तन आता है।

अतः दो क्रमिक आवेगों के बीच समयान्तराल = **2s**

$$t = 2 \text{ s से पहले वेग } v_1 = \text{ग्राफ का ढाल} = \frac{2-0}{2-0} = 1 \text{ cm s}^{-1} = 0.01 \text{ m s}^{-1}$$

$$t = 2 \text{ s के बाद वेग } v_2 = \text{ग्राफ का ढाल} = \frac{0-2}{4-2} = -1 \text{ cm s}^{-1} = -0.01 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore \text{प्रारम्भिक संवेग } p_1 = mv_1 = 0.04 \times 0.01 = 4 \times 10^{-4} \text{ kg m s}^{-1}$$

$$\text{अन्तिम संवेग } p_2 = mv_2 = 0.04 \times (-0.01) = -4 \times 10^{-4} \text{ kg m s}^{-1}$$

\therefore प्रत्येक आवेग का परिमाण = संवेग परिवर्तन

$$= p_1 - p_2 = [4 \times 10^{-4} - (-4 \times 10^{-4})]$$

$$= 8 \times 10^{-4} \text{ kg m s}^{-1}$$

$$= \mathbf{8 \times 10^{-4} \text{ N s}}$$

प्रश्न 25.

चित्र 5.11 में कोई व्यक्ति 1 ms^{-2} त्वरण से गतिशील क्षैतिज संवाहक पट्टे पर स्थिर खड़ा है। उस व्यक्ति पर आरोपित नेट बल क्या है? यदि व्यक्ति के जूतों और पट्टे के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.2 है तो पट्टे के कितने त्वरण तक वह व्यक्ति उस पट्टे के सापेक्ष स्थिर रह सकता है? (व्यक्ति की संहति = 65 kg)

हल :

(i) दिया है : पट्टे का त्वरण $a = 1 \text{ m s}^{-2}$, व्यक्ति का द्रव्यमान $m = 65 \text{ kg}$

\therefore व्यक्ति पट्टे पर स्थिर खड़ा है; अतः व्यक्ति का त्वरण भी $a = 1 \text{ m s}^{-2}$ है।

सूत्र $F = ma$ से,

$$\text{व्यक्ति पर आरोपित नेट बल } F = 65 \text{ kg} \times 1 \text{ m s}^{-2} = 65 \text{ N}$$

(ii) व्यक्ति के जूतों और पट्टे के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक $\mu_s = 0.2$

\therefore पट्टा क्षैतिज है; अतः मनुष्य पर पट्टे की अभिलम्ब प्रतिक्रिया

$$N = mg = 65 \text{ kg} \times 10 \text{ m s}^{-2} = 650 \text{ N}$$

माना पट्टे का अधिकतम त्वरण a है, तब पट्टे के साथ गति करने के लिए व्यक्ति को ma के बराबर बल की आवश्यकता होगी जो उसे स्थैतिक घर्षण से मिलेगा।

इसके लिए आवश्यक है कि

$$ma \leq \mu_s N$$
$$\therefore \text{अधिकतम त्वरण } a = \frac{\mu_s N}{m} = \frac{0.2 \times 650 \text{ N}}{65 \text{ kg}} = 2.0 \text{ m s}^{-2}$$

प्रश्न 26.

m संहति के पत्थर को किसी डोरी के एक सिरे से बाँधकर R त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्त में घुमाया जाता है। वृत्त के निम्नतम तथा उच्चतम बिन्दुओं पर ऊर्ध्वाधरतः अधोमुखी दिशा में नेट बल है- (सही विकल्प चुनिए)

निम्नतम बिन्दु पर	उच्चतम बिन्दु पर
(i) $mg - T_1$	$mg + T_2$
(ii) $mg + T_1$	$mg - T_2$
(iii) $mg + T_1 - \left(\frac{mv_1^2}{R}\right)$	$mg - T_2 + \left(\frac{mv_2^2}{R}\right)$
(iv) $mg - T_1 - \left(\frac{mv_1^2}{R}\right)$	$mg + T_2 + \left(\frac{mv_2^2}{R}\right)$

उत्तर :

निम्नतम बिन्दु पर तनाव T_1 ऊपर की ओर, भार mg नीचे की ओर है।

$$\therefore \text{नेट अधोमुखी बल} = mg - T_1$$

उच्चतम बिन्दु पर तनाव T_2 व भार mg दोनों नीचे की ओर लगेंगे।

$$\therefore \text{नेट अधोमुखी बल} = mg + T_2$$

अतः विकल्प (i) सही है।

प्रश्न 27.

1000 kg संहति का कोई हेलीकॉप्टर 15 ms^{-2} के ऊर्ध्वाधर त्वरण से ऊपर उठता है। चालक दल तथा यात्रियों की संहति 300 kg है। निम्नलिखित बलों का परिमाण व दिशा लिखिए –

(a) चालक दल तथा यात्रियों द्वारा फर्श पर आरोपित बल

(b) चारों ओर की वायु पर हेलीकॉप्टर के रोटार की क्रिया, तथा

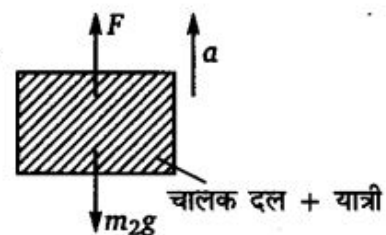
(c) चारों ओर की वायु के कारण हेलीकॉप्टर पर आरोपित बल।

हल—हेलीकॉप्टर का द्रव्यमान $m_1 = 1000$ किग्रा

चालक दल + यात्रियों की संहति $m_2 = 300$ किग्रा

ऊपर की ओर त्वरण $a = 15$ मी/से² तथा $g = 10$ मी/से²

(a) चित्र 5.12 में हेलीकॉप्टर के अन्दर स्थित निकाय (चालक दल + यात्री) का मुक्त पिण्ड आरेख प्रदर्शित है। इस निकाय पर निम्नलिखित बल कार्यरत हैं—



चित्र 5.12

(i) निकाय का भार m_2g (ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर)

(ii) फर्श द्वारा निकाय (चालक दल + यात्री) पर आरोपित बल F (ऊर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर)

इस निकाय की गति की समीकरण $F - m_2g = m_2a$

$$\therefore F = m_2(a + g) = 300 \text{ किग्रा} \times (15 + 10) \text{ मी/से}^2$$

$$= 7500 \text{ न्यूटन (ऊर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर)}$$

अतः गति विषयक क्रिया-प्रतिक्रिया (तृतीय) नियम के आधार पर,

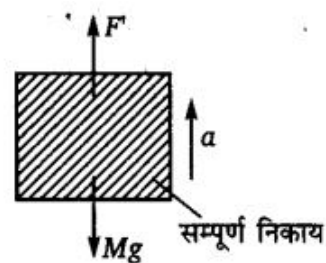
चालक दल + यात्रियों द्वारा फर्श पर आरोपित बल

$$= 7500 \text{ न्यूटन (ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर)}$$

(b) सम्पूर्ण निकाय (हेलीकॉप्टर + चालक दल + यात्री) का कुल द्रव्यमान

$$M = m_1 + m_2 = (1000 \text{ किग्रा} + 300 \text{ किग्रा}) \\ = 1300 \text{ किग्रा}$$

माना चारों ओर की वायु द्वारा सम्पूर्ण निकाय पर आरोपित बल F' है तो सम्पूर्ण निकाय के मुक्त पिण्ड आरेख (चित्र 5.13) से इसकी गति समीकरण



चित्र 5.13

$$F' - Mg = Ma$$

$$\therefore F' = M(a + g) = 1300 \text{ किग्रा} \times (15 + 10) \text{ मी/से}^2 \\ = 32500 \text{ न्यूटन} = 3.25 \times 10^4 \text{ न्यूटन}$$

(ऊर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर)

अतः चारों ओर की वायु पर हेलीकॉप्टर के रोटर की क्रिया

$$A = -F' \text{ (न्यूटन के गति विषयक तृतीय नियम के अनुसार)} \\ = 3.25 \times 10^4 \text{ न्यूटन}$$

(ऊर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर)

(c) चारों ओर की वायु के कारण हेलीकॉप्टर पर आरोपित बल

$$F' = 3.25 \times 10^4 \text{ न्यूटन}$$

(ऊर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर)

प्रश्न 28.

15 ms^{-1} चाल से क्षैतिजतः प्रवाहित कोई जलधारा 10^{-2} मी^2 अनुप्रस्थ काट की किसी नली से बाहर निकलती है तथा समीप की किसी ऊर्ध्वाधर दीवार से टकराती है। जल की टक्कर द्वारा, यह मानते हुए कि जलधारा टकराने पर वापस नहीं लौटती, दीवार पर आरोपित बल ज्ञात कीजिए।

हल :

नली के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $A=10^{-2} \text{ मी}^2$

इससे निकलने वाली जल-धारा का वेग अर्थात् प्रति सेकण्ड तय की दूरी

$$u=15 \text{ मी/से}$$

\therefore नली से निकलकर दीवार पर प्रति सेकण्ड लम्बवत् टकराने वाले जल को आयतन $=A \times u$

अतः दीवार पर प्रति सेकण्ड लम्बवत् टकराने वाले जल का द्रव्यमान

$$m = \text{आयतन} \times \text{जल का घनत्व} = A \times u \times \rho$$

$$\text{जल का घनत्व, } \rho = 10^3 \text{ किग्रा/मी}^3$$

$$m = 10^{-2} \text{ मी}^2 \times 15 \text{ मी/से} \times 10^3 \text{ किग्रा/मी}^3 = 150 \text{ किग्रा}$$

चूँकि दीवार पर टकराने पर जल-धारा वापस नहीं लौटती है अर्थात् उसका वेग शून्य हो जाता है, अतः $\Delta t = 1$ सेकण्ड में जल-धारा के संवेग में परिवर्तन,

$$\Delta p = m \cdot \Delta v = m(v_2 - v_1) = m(0 - v) = -mv$$

$$\therefore \text{ जल-धारा के संवेग-परिवर्तन की दर } = \frac{\Delta p}{\Delta t} = -\frac{mv}{\Delta t}$$

$$\text{परन्तु न्यूटन के गति विषयक द्वितीय नियम से, } F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$\therefore \text{ जल-धारा पर दीवार द्वारा आरोपित बल, } F = -\frac{mv}{\Delta t}$$

अतः न्यूटन के गति विषयक तृतीय नियम के अनुसार,

जल-धारा द्वारा दीवार पर आरोपित बल, $F = -F$

$$\text{अर्थात् } F = -\left(-\frac{mv}{\Delta t}\right) = \frac{mv}{\Delta t} = \frac{150 \text{ किग्रा} \times 15 \text{ मी/से}}{1 \text{ सेकण्ड}} = 2250 \text{ किग्रा-मी/से}^2$$

$$= 2250 \text{ न्यूटन} = 2.250 \times 10^3 \text{ न्यूटन}$$

प्रश्न 29.

किसी मेज पर एक-एक रुपये के दस सिक्कों को एक के ऊपर एक करके रखा गया है। प्रत्येक सिक्के की संहति m है। निम्नलिखित प्रत्येक स्थिति में बल का परिमाण एवं दिशा लिखिए

(a) सातवें सिक्के (नीचे से गिनने पर) पर उसके ऊपर रखे सभी सिक्कों के कारण बल

(b) सातवें सिक्के पर आठवें सिक्के द्वारा आरोपित बल, तथा

(c) छठे सिक्के की सातवें सिक्के पर प्रतिक्रिया।

हल :

(a) नीचे से सातवें सिक्के के ऊपर तीन सिक्के रखे हैं।

अतः सातवाँ सिक्का इन तीन सिक्कों के भार के बराबर बल का अनुभव करेगा।

∴ सातवें सिक्के पर ऊपर के सिक्कों के कारण बल = 3 mg N

(b) आठवें सिक्के के ऊपर दो सिक्के और रखे हैं; अतः सातवें सिक्के पर आठवें सिक्के के कारण बल, आठवें सिक्के तथा ऊपर के दो सिक्कों के भारों के योग के बराबर होगा।

∴ सातवें सिक्के पर आठवें सिक्के के कारण बल = mg + 2 mg = 3 mg N

(c) सातवें सिक्के के ऊपर तीन सिक्के रखे हैं; अतः सातवाँ सिक्का अपने तथा ऊपर के तीन सिक्कों के भारों के योग के बराबर बल से छठवें सिक्के को दबाएगा।

अतः छठे सिक्के पर सातवें के कारण बल = mg + 3 mg = 4 mg N

∴ छठवें सिक्के की सातवें पर प्रतिक्रिया = 4mg N

प्रश्न 30.

कोई वायुयान अपने पंखों को क्षैतिज से 15° के झुकाव पर रखते हुए 720 kmh^{-1} की चाल से एक क्षैतिज लूप पूरा करता है। लूप की त्रिज्या क्या है?

हल-दिया है : वायुयान की चाल $v = 720 \text{ km h}^{-1} = 720 \times \frac{5}{18} = 200 \text{ ms}^{-1}$,

क्षैतिज से झुकाव $\theta = 15^\circ$

माना लूप की त्रिज्या R है तो

सूत्र $\tan \theta = \frac{v^2}{gR}$ से,

$$R = \frac{v^2}{g \tan \theta} = \frac{200 \times 200}{10 \times 0.27} = 14814 \text{ m} = \mathbf{14.8 \text{ km}}$$

प्रश्न 31.

कोई रेलगाड़ी बिना ढाल वाले 30 m त्रिज्या के वृत्तीय मोड़ पर 54 kmh^{-1} की चाल से चलती है। रेलगाड़ी की संहति 10^6 kg है। इस कार्य को करने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल कौन प्रदान करता है, इंजन अथवा पटरियाँ ? पटरियों को क्षतिग्रस्त होने से बचाने के लिए मोड़ का ढाल-कोण कितना होना चाहिए?

हल :

आवश्यक अभिकेन्द्र बल पटरियाँ प्रदान करती हैं।

यहाँ $v = 54 \text{ km h}^{-1} = 54 \times \frac{5}{18} = 15 \text{ m s}^{-1}$, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$,

वृत्तीय मोड़ की त्रिज्या $R = 30 \text{ m}$, $m = 10^6 \text{ kg}$

पटरियों को क्षतिग्रस्त होने से बचाने के लिए ढाल-कोण इतना होना चाहिए कि रेलगाड़ी को मोड़ पार करने हेतु घर्षण की आवश्यकता न पड़े।

इसके लिए $v^2 = R g \tan \theta$

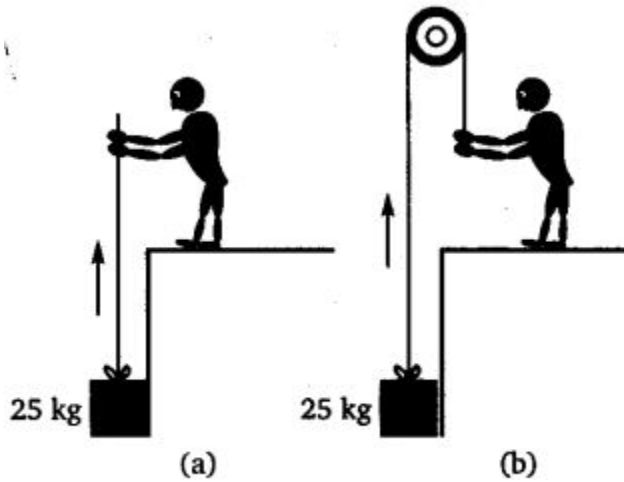
$$\therefore \tan \theta = \frac{v^2}{R g} = \frac{15 \times 15}{30 \times 10} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 40^\circ$$

अतः पटरियों को क्षतिग्रस्त होने से बचाने के लिए पटरियों का ढाल-कोण 40° रखना चाहिए।

प्रश्न 32.

चित्र-5.14 में दर्शाए अनुसार 50 kg संहति का कोई व्यक्ति 25 kg संहति के किसी गुटके को दो भिन्न ढंग से उठाता है। दोनों स्थितियों में उस व्यक्ति द्वारा फर्श पर आरोपित क्रिया-बल कितना है? यदि 700 N अभिलम्ब बल से फर्श धंसने लगता है तो फर्श को धंसने से बचाने के लिए उस व्यक्ति को गुटके को उठाने के लिए कौन-सा ढंग अपनाना चाहिए?



चित्र 5.14

हल—गुटके का द्रव्यमान $m_1 = 25$ किग्रा
 व्यक्ति का द्रव्यमान $m_2 = 50$ किग्रा
 तथा $g = 10$ मी/से²

गुटके का भार $W_1 = m_1 \times g = 25 \text{ किग्रा} \times 10 \text{ मी/से}^2 = 250$ न्यूटन

व्यक्ति का भार $W_2 = m_2 \times g = 50 \text{ किग्रा} \times 10 \text{ मी/से}^2 = 500$ न्यूटन

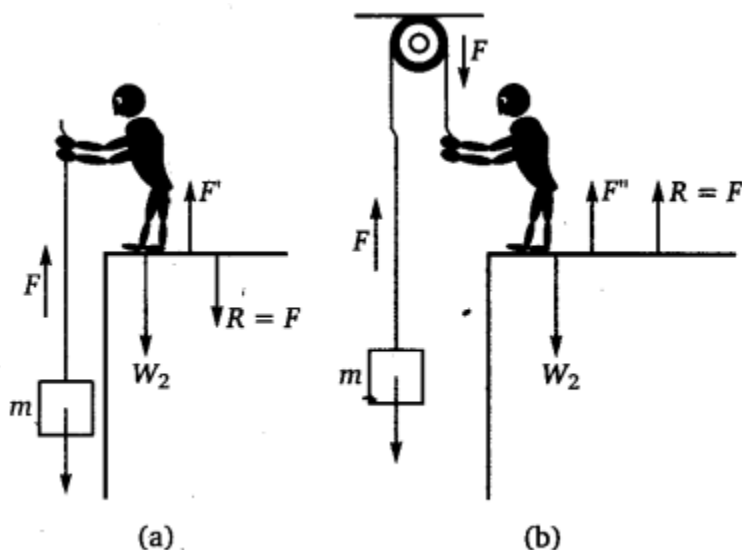
चित्रों 5.14 (a) तथा (b) के लिए मुक्त पिण्ड आरेख क्रमशः चित्र 5.15 (a) तथा (b) की भाँति होगा।

(a) गुटके को उठाने के लिए व्यक्ति द्वारा उस पर आरोपित बल

$F =$ गुटके का भार

$W_1 = 250$ न्यूटन

चित्र 5.15 (a) में बल \vec{F} की दिशा ऊपर की ओर है। अतः न्यूटन के गति विषयक तृतीय नियम से इसकी फर्श पर प्रतिक्रिया $R = F$ नीचे की ओर होगी।



चित्र 5.15

इसलिए फर्श द्वारा व्यक्ति पर आरोपित ऊर्ध्वाधर बल

$F' = W_2 + F = (500 + 250) \text{ न्यूटन} = 750$ न्यूटन

(b) चित्र 5.15 (b) में व्यक्ति द्वारा बल F नीचे की ओर लगाया जा रहा है। अतः फर्श पर प्रतिक्रिया $R = F$ ऊपर की ओर होगी।

अतः फर्श द्वारा व्यक्ति पर आरोपित लम्बवत् बल $F'' = W_2 - F$

$F'' = 500 \text{ न्यूटन} - 250 \text{ न्यूटन} = 250$ न्यूटन

∴ दिया है कि फर्श 700 न्यूटन के लम्बवत् बल से नीचे धंसने लगता है, अतः उपर्युक्त विवेचना से स्पष्ट है कि व्यक्ति को गुटके को उठाने के लिए विधि (b) अपनानी चाहिए।

प्रश्न 33.

40 kg संहति का कोई बन्दर 600 N का अधिकतम तनाव सह सकने योग्य किसी रस्सी पर चढ़ता है (चित्र-5.16)। नीचे दी गई स्थितियों में से किसमें रस्सी टूट जाएगी –

(a) बन्दर 6 ms^{-2} त्वरण से ऊपर चढ़ता है

(b) बन्दर 4 ms^{-2} त्वरण से नीचे उतरता है

(c) बन्दर 5 ms^{-2} की एकसमान चाल से ऊपर चढ़ता है,

(d) बन्दर लगभग मुक्त रूप से गुरुत्व बल के प्रभाव में रस्सी से गिरता है। (रस्सी की संहति उपेक्षणीय मानिए)



चित्र 5.16

हल :

(a) माना बन्दर का द्रव्यमान m है, तब गुरुत्व के कारण उसका भार mg है। माना रस्सी में उत्पन्न तनाव T है।

जब बन्दर रस्सी के सहारे ऊपर की ओर त्वरित गति करे, तब

$$T_1 - mg = ma_1$$

अर्थात् डोरी में तनाव,

$$T_1 = ma_1 + mg = m(a_1 + g)$$

$$= 40 \text{ किग्रा} \times (6 + 10) \text{ मी/से}^2 = 640 \text{ न्यूटन}$$

$T_1 > 600 \text{ न्यूटन}$ (अतः रस्सी टूट जायेगी)

(b) जब बन्दर नीचे को त्वरित गति करे, तब

$$mg - T_2 = ma_2$$

या डोरी में तनाव, $T_2 = m(g - a_2)$

$$= 40 \times (10 - 4) \text{ न्यूटन} = 240 \text{ न्यूटन}$$

$T_2 < 600 \text{ न्यूटन}$ (अतः रस्सी नहीं टूटेगी।)

(c) जब बन्दर रस्सी के सहारे ऊपर चढ़नी शुरू करे, तब

$$a_3 = 0$$

$$\therefore T_3 - mg = ma_3 = 0$$

या

$$T_3 = mg$$

∴ डोरी में तनाव, $T_3 = 40 \times 10$ न्यूटन = 400 न्यूटन

इस दशा में भी $T_3 < 600$ न्यूटन (अतः रस्सी नहीं टूटेगी।)

(d) जब बन्दर मुक्त रूप से नीचे उतरता है तो बन्दर भारहीनता की अवस्था में होगा अर्थात् डोरी में तनाव शून्य होगा।

चूँकि नीचे उतरने की दशा में,

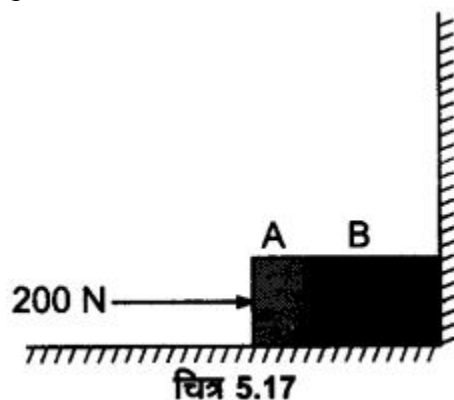
$$T = m(g-d) \text{ तथा यहाँ } a = g$$

$$T = 0 \text{ (अतः रस्सी नहीं टूटेगी।)}$$

केवल स्थिति (a) में रस्सी टूटेगी क्योंकि इसमें महत्तम तनाव 600 न्यूटन से अधिक है।

प्रश्न 34.

दो पिण्ड A तथा B, जिनकी संहति क्रमशः 5 kg तथा 10 kg हैं-एक-दूसरे के सम्पर्क में एक मेज पर किसी दृढ़ विभाजक दीवार के सामने विराम में रखे हैं। (चित्र-5.17)। पिण्डों तथा मेज के बीच घर्षण गुणांक $\mu = 0.15$ है। 200 N का कोई बल क्षैतिजतः A पर आरोपित किया जाता है।



(a) विभाजक दीवार की प्रतिक्रिया तथा

(b) A तथा B के बीच क्रिया-प्रतिक्रिया बल क्या है? विभाजक दीवार को हटाने पर क्या होता है? यदि पिण्ड गतिशील हैं तो क्या (b) का उत्तर बदल जाएगा? μ_s तथा μ_k के बीच अन्तर की उपेक्षा कीजिए।

हल-विभाजक दीवार की उपस्थिति में, पिण्डों में कोई गति उत्पन्न नहीं होती है।

अर्थात् पिण्डों का त्वरण $a = 0$ है।

माना पिण्ड A द्वारा B पर आरोपित बल R_1 तथा पिण्ड B द्वारा पिण्ड A पर विपरीत दिशा में आरोपित बल R_1 है। (क्रिया-प्रतिक्रिया का नियम)।

∴ पिण्ड A स्थिर है; अतः इस पर नेट बल शून्य होगा,

$$∴ 200\text{ N} - R_1 = 0$$

$$∴ R_1 = 200\text{ N}$$

पुनः माना पिण्ड B दीवार पर R_2 बल आरोपित करता है तो दीवार भी पिण्ड B पर इतना ही बल विपरीत दिशा में लगाएगी।

(क्रिया-प्रतिक्रिया का नियम)

∴ पिण्ड B भी स्थिर है; अतः उस पर कार्यरत नेट बल = 0

$$⇒ R_1 - R_2 = 0$$

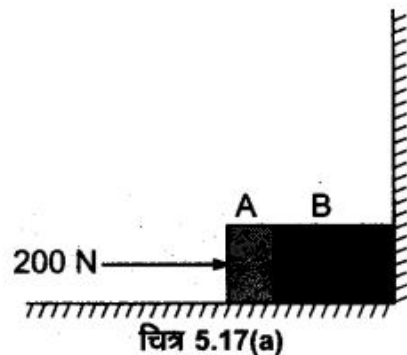
$$⇒ R_2 = R_1 = 200\text{ N}$$

(a) अतः दीवार की प्रतिक्रिया $R_2 = 200\text{ N}$

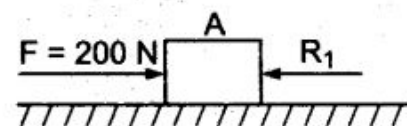
(b) पिण्डों A व B के बीच क्रिया व प्रतिक्रिया $R_1 = 200\text{ N}$

विभाजक दीवार को हटाने पर पिण्डों में गति करने की प्रवृत्ति उत्पन्न हो जाती है और घर्षण बल कार्यशील हो जाते हैं।

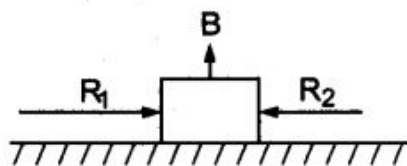
इस स्थिति में पिण्ड A का बल आरेख संलग्न चित्र-5.17(d) में प्रदर्शित है।



चित्र 5.17(a)



चित्र 5.17(b)



5g
चित्र 5.17(c)

मेज की अभिलम्ब प्रतिक्रिया $N = 5g \text{ N}$

माना यह पिण्ड a त्वरण से चलना प्रारम्भ करता है तो पिण्ड की गति का समी० निम्नलिखित होगा—

$$200 - R_1 - \mu N = 5a \quad (F = ma \text{ से})$$

$$\text{या} \quad 200 - R_1 - 5\mu g = 5a \quad \dots(1)$$

पिण्ड B का बल-आरेख संलग्न चित्र-5.17(e) में प्रदर्शित है।

अभिलम्ब प्रतिक्रिया $N = 10g$

जबकि गति का समीकरण

$$R_1 - \mu N = 10a$$

$$\text{या} \quad R_1 - 10\mu g = 10a \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व (2) को जोड़ने पर,

$$200 - 15\mu g = 15a$$

$$\therefore \text{पिण्डों का त्वरण } a = \frac{(200 - 15\mu g) \text{ N}}{15 \text{ kg}}$$

$$= \frac{(200 - 15 \times 0.15 \times 10) \text{ N}}{15 \text{ kg}}$$

$$= \frac{200 - 22.5}{15} \text{ m s}^{-2} = 11.83 \text{ m/s}^2$$

$$= 12 \text{ m s}^{-2}$$

इससे स्पष्ट है कि पिण्ड गतिशील हो जाएँगे।

समी० (2) में मान रखने पर,

$$R_1 - 10 \times 0.15 \times 10 = 10 \times 12$$

$$\therefore \quad R_1 = 15 + 120 = 135 \text{ N}$$

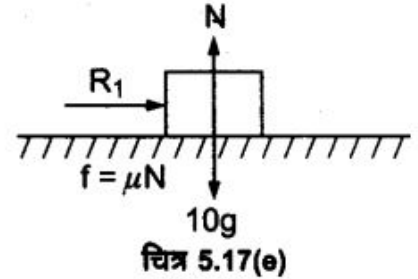
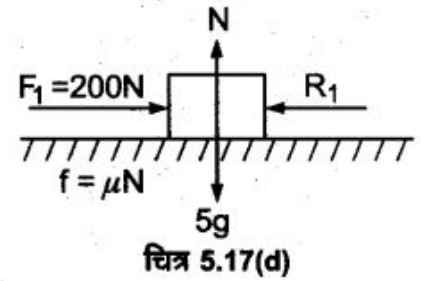
स्पष्ट है कि पिण्डों के गतिशील होने पर भाग (b) का उत्तर बदल गया है।

प्रश्न 35.

15 kg संहति का कोई गुटका किसी लंबी ट्रॉली पर रखा है। गुटके तथा ट्रॉली के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.18 है। ट्रॉली विरामावस्था से 20 s तक 0.5 ms^{-2} के त्वरण से त्वरित होकर एकसमान वेग से गति करने लगती है- (a) धरती पर स्थिर खड़े किसी प्रेक्षक को तथा (b) ट्रॉली के साथ गतिमान किसी अन्य प्रेक्षक को, गुटके की गति कैसी प्रतीत होगी, इसकी विवेचना कीजिए।

हल :

गुटके का द्रव्यमान $m = 15 \text{ kg}$, $\mu = 0.18$



$t = 20\text{ s}$ के लिए, ट्रॉली का त्वरण $a_1 = 0.5 \text{ m s}^{-2}$

तत्पश्चात् ट्रॉली का वेग अचर है।

∴ प्रारम्भ में ट्रॉली त्वरित गति करती है; अतः यह एक अजड़त्वीय निर्देश तन्त्र है।

∴ गुटके पर एक छद्म बल $F_1 = ma_1 = 15 \times 0.5 = 7.5 \text{ N}$

पीछे की ओर कार्य करेगा।

जबकि ट्रॉली के फर्श द्वारा गुटके पर आरोपित अग्रगामी घर्षण बल

$F_2 = \mu N = \mu mg = 0.18 \times 15 \times 10 = 27 \text{ N}$

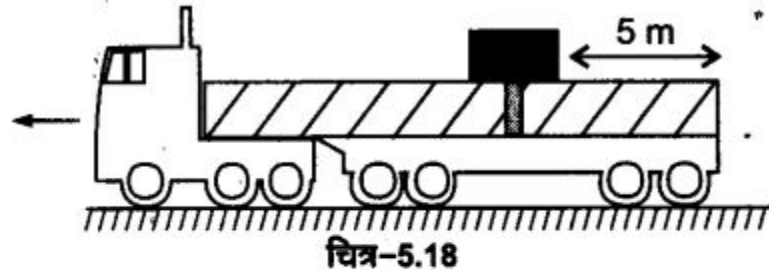
∴ गुटके पर पश्चगामी बल घर्षण बल की तुलना में कम है; अतः गुटका पीछे की ओर नहीं फिसलेगा और ट्रॉली के साथ-साथ गति करेगा।

(a) धरती पर खड़े स्थिर प्रेक्षक को गुटका ट्रॉली के साथ गति करता प्रतीत होगा।

(b) ट्रॉली के साथ गतिमाने प्रेक्षक को गुटका स्वयं के सापेक्ष विराम अवस्था में दिखाई देगा।

प्रश्न 36.

चित्र-5.18 में दर्शाए अनुसार किसी ट्रक का पिछला भाग खुला है तथा 40 kg संहति का एक सन्दूक खुले सिरे से 5 m दूरी पर रखा है। ट्रक के फर्श तथा सन्दूक के बीच घर्षण गुणांक 0.15 है। किसी सीधी सड़क पर ट्रक विरामावस्था से गति प्रारम्भ करके 2 m s^{-2} से त्वरित होता है। आरम्भ बिन्दु से कितनी दूरी चलने पर वह सन्दूक ट्रक से नीचे गिर जाएगा? (सन्दूक के आमाप की उपेक्षा कीजिए।)



हल—दिया है : सन्दूक का द्रव्यमान $m = 40 \text{ kg}$, खुले सिरे से दूरी $s = 5 \text{ m}$

घर्षण गुणांक $\mu = 0.15$, ट्रक के लिए $u = 0$, $a = 2 \text{ m s}^{-2}$

ट्रक द्वारा तय दूरी, जबकि सन्दूक गिर जाएगा = ?

∴ ट्रक त्वरित गति कर रहा है; अतः यह एक अजड़त्वीय निर्देश तन्त्र होगा।

∴ ट्रक के पीछे रखे सन्दूक पर पीछे की ओर एक छद्म बल $F = ma$ लगेगा।

जहाँ

$$F = 40 \text{ kg} \times 2 \text{ m s}^{-2} = 80 \text{ N}$$

जबकि सन्दूक पर स्थैतिक घर्षण बल $\mu_s N$ (जो सन्दूक को ट्रक के साथ गति कराना चाहता है) आगे की ओर लगेगा।

$$\begin{aligned}\therefore \text{सन्दूक पर नेट बल } F_1 &= F - \mu_s N \\ &= 80 \text{ N} - 0.15 \times 40 \text{ kg} \times 10 \text{ m s}^{-2} \quad (\because N = mg) \\ &= 80 \text{ N} - 60 \text{ N} = 20 \text{ N} \text{ (पीछे की ओर)}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ट्रक के सापेक्ष सन्दूक का त्वरण } a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{20 \text{ N}}{40 \text{ kg}} = 0.5 \text{ m s}^{-2} \text{ (पीछे की ओर)}$$

माना सन्दूक को 5m की दूरी तय करने में t समय लगता है तो

गति के समीकरण $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ से,

$$5 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 0.5 \times t^2 \quad \Rightarrow \quad t^2 = 20$$

$$\therefore t = 4.47 \text{ s}$$

इस दौरान ट्रक द्वारा तय दूरी

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 = 0 \times 4.47 \text{ s} + \frac{1}{2} \times 2 \text{ m s}^{-2} \times (4.47 \text{ s})^2 = 20 \text{ m}$$

प्रश्न 37.

15 cm त्रिज्या का कोई बड़ा ग्रामोफोन रिकार्ड $33 \frac{1}{3} \text{ rev/min}$ की चाल से घूर्णन कर रहा है। रिकार्ड पर उसके केन्द्र से 4cm तथा 14 cm की दूरियों पर दो सिक्के रखे गए हैं। यदि सिक्के तथा रिकार्ड के बीच

घर्षण गुणांक 0.15 है तो कौन-सा सिक्का रिकार्ड के साथ परिक्रमा करेगा?

हल—रिकार्ड की घूर्णन आवृत्ति $\nu = \frac{33 \frac{1}{3} \text{ rev}}{\text{min}} = \frac{100}{60} \text{ rev/s} = \frac{5}{9} \text{ rev-s}^{-1}$

\therefore कोणीय वेग $\omega = 2\pi\nu = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{9} = \frac{220}{53} = 3.5 \text{ rad/s}$

सिक्कों के पथों की त्रिज्याएँ $r_1 = 0.04 \text{ m}$, $r_2 = 0.14 \text{ m}$

जबकि $\mu_s = 0.15$

सिक्कों को रिकार्ड के साथ घूमने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल क्रमशः $m_1 r_1 \omega^2$ तथा $m_2 r_2 \omega^2$ होंगे जो इन्हें स्थैतिक घर्षण बल से प्राप्त होंगे।

इसके लिए आवश्यक है कि

$$mr\omega^2 = f_s \leq \mu_s N$$

या $mr\omega^2 \leq \mu_s mg \Rightarrow r\omega^2 \leq \mu_s g \quad \dots(1)$

या $r \leq \frac{\mu_s g}{\omega^2}$

$$\text{R.H.S.} = \frac{\mu_s g}{\omega^2} = \frac{0.15 \times 10 \text{ m s}^{-2}}{(3.5 \text{ rad/s})^2} = 0.12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

स्पष्ट है कि प्रथम सिक्के के लिए

$$r_1 = 4 \text{ cm} < \frac{\mu_s g}{\omega^2} = 12 \text{ cm}$$

अतः प्रथम सिक्का रिकार्ड के साथ परिक्रमा करेगा।

जबकि दूसरे सिक्के के लिए $r_2 = 14 \text{ cm} > \frac{\mu_s g}{\omega^2} = 12 \text{ cm}$

\therefore दूसरा सिक्का फिसलकर बाहर गिर जाएगा।

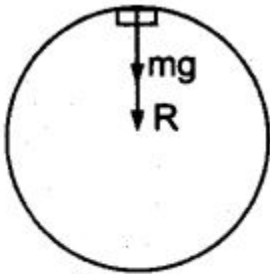
प्रश्न 38.

आपने सरकस में 'मौत के कुएँ' (एक खोखला जालयुक्त गोलीय चैम्बर ताकि उसके भीतर के क्रियाकलापों को दर्शक देख सकें) में मोटरसाइकिल सवार को ऊर्ध्वाधर लूप में मोटरसाइकिल चलाते हुए देखा होगा। स्पष्ट कीजिए कि वह मोटरसाइकिल सवार नीचे से कोई सहारा न होने पर भी गोले के उच्चतम बिन्दु से नीचे क्यों नहीं गिरता? यदि चैम्बर की त्रिज्या 25 m है तो ऊर्ध्वाधर लूप को पूरा करने के लिए मोटरसाइकिल की न्यूनतम चाल कितनी होनी चाहिए?

हल :

गोलीय चैम्बर के उच्चतम बिन्दु पर मोटरसाइकिल सवार चैम्बर को बाहर की ओर दबाता है और प्रतिक्रिया स्वरूप चैम्बर सवार पर गोले के केन्द्र की ओर दिष्ट प्रतिक्रिया R लगाता है। सवार वे मोटरसाइकिल का भार mg भी गोले के केन्द्र की ओर कार्य करते हैं। ये दोनों बल सवार को वृत्तीय गति

करने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल प्रदान करते हैं, जिसके कारण सवार नीचे नहीं गिर पाता।
इस बिन्दु पर गति की समीकरण



चित्र 5.19

$$R + mg = mu^2 / r$$

जहाँ u सवार की चाल तथा r गोले की त्रिज्या है।

ऊर्ध्वाधर लूप को पूरा पार करने के लिए उच्चतम बिन्दु पर न्यूनतम चाल (क्रान्तिक चाल)

$$\begin{aligned} v_c &= \sqrt{g r} = \sqrt{10 \text{ m s}^{-2} \times 25 \text{ m}} \\ &= 15.8 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

प्रश्न 39.

70 kg संहति का कोई व्यक्ति अपने ऊर्ध्वाधर अक्ष पर 200 rev/min की चाल से घूर्णन करती 3m त्रिज्या की किसी बेलनाकार दीवार के साथ उसके सम्पर्क में खड़ा है। दीवार तथा उसके कपड़ों के बीच घर्षण गुणांक 0.15 है। दीवार की वह न्यूनतम घूर्णन चाल ज्ञात कीजिए, जिससे फर्श को यकायक हटा

लेने पर भी, वह व्यक्ति बिना गिरे दीवार से चिपका रह सके।

हल—दिया है : व्यक्ति का द्रव्यमान $m = 70 \text{ kg}$, आवृत्ति $\nu = 200 \text{ rev/min} = \frac{200}{60} = \frac{10}{3} \text{ rev/s}$

त्रिज्या $R = 3 \text{ m}$, $\mu = 0.15$

माना दीवार की न्यूनतम घूर्णन चाल ω है।

व्यक्ति घूर्णन करते समय, दीवार को बाहर की ओर दबाता है तथा दीवार की अभिलम्ब प्रतिक्रिया, जो केन्द्र की ओर कार्य करती है, आवश्यक अभिकेन्द्र बल प्रदान करती है।

$$\therefore N = mR\omega^2 \quad \dots(1)$$

फर्श को हटा लेने पर अपने भार के कारण व्यक्ति की प्रवृत्ति नीचे को फिसलने की होती है; अतः घर्षण बल μN ऊपर की ओर कार्य करता है।

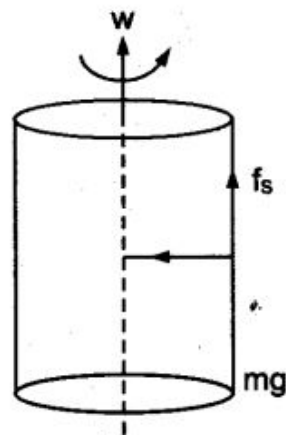
व्यक्ति बिना गिरे दीवार से चिपका रहेगा यदि घर्षण बल, व्यक्ति के भार को सन्तुलित कर ले।

अर्थात् $\mu N = mg$

या $\mu mR\omega^2 = mg$

$$\therefore \omega^2 = \frac{g}{\mu R} = \frac{10 \text{ ms}^{-2}}{0.15 \times 3} = 22.22$$

$$\therefore \text{न्यूनतम घूर्णन चाल } \omega = \sqrt{22.22} = 4.72 \text{ rad/s} \approx 5 \text{ rad s}^{-1}$$



चित्र 5.20

प्रश्न 40.

R त्रिज्या का पतला वृत्तीय तार अपने ऊर्ध्वाधर व्यास के परितः कोणीय आवृत्ति से घूर्णन कर रहा है।

यह दर्शाइए कि इस तार में डली कोई मणिका $\omega \leq \sqrt{\frac{g}{R}}$ के लिए अपने निम्नतम बिन्दु पर रहती है। ω

$= \sqrt{\frac{2g}{R}}$ के लिए, केन्द्र से मणिके को जोड़ने वाला त्रिज्य सदिश ऊर्ध्वाधर अधोमुखी दिशा से कितना कोण बनाता है? (घर्षण को उपेक्षणीय मानिए)

हल :

माना कि मणिका का द्रव्यमान m है तथा किसी क्षण मणिका को वृत्तीय तार के केन्द्र से मिलाने वाली त्रिज्या ऊर्ध्वाधर से θ कोण पर झुकी है।

इस समय मणिका पर दो बल लगे हैं –

(1) वृत्तीय तार की अभिलम्ब प्रतिक्रिया N केन्द्र O की ओर।

(2) भूमिका का भार mg नीचे की ओर।

मणिका वृत्तीय तार के साथ $PQ = r$ त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर घूम रही है, जिसका केन्द्र Q है।

जहाँ $r = PQ = OP \sin \theta = R \sin \theta$

प्रतिक्रिया N की ऊर्ध्वाधर तथा क्षैतिज घटकों में वियोजित करने पर, ऊर्ध्वाधर घटक $N \cos \theta$ भार को सन्तुलित करता है।

अर्थात् $N \cos \theta = mg$

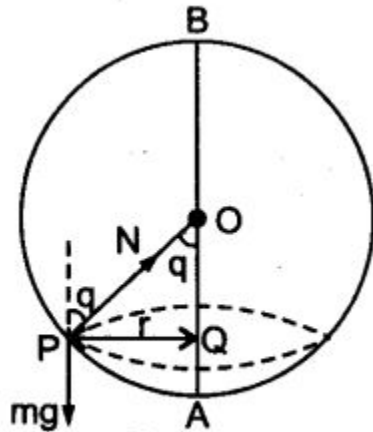
क्षैतिज घटक $N \sin \theta$, अभिकेन्द्र बल $mr \omega^2$ प्रदान करता है।

अर्थात् $N \sin \theta = mr \omega^2$

$N \sin \theta = m (R \sin \theta) \omega^2$

$N = mR \omega^2$

समी० (1) में मान रखने पर,



चित्र 5.21

$$(mR \omega^2) \cos \theta = mg$$

या

$$\cos \theta = \frac{g}{R \omega^2}$$

...(2)

$$\therefore |\cos \theta| \leq 1; \quad \text{अतः} \quad \text{यदि} \quad \frac{g}{R \omega^2} \geq 1$$

तब θ का कोई भी मान समी० (2) को सन्तुष्ट नहीं कर पाएगा, ऐसी स्थिति में मणिका निम्नतम बिन्दु पर पड़ी रहेगी।

इसके लिए आवश्यक शर्त निम्नलिखित है—

$$\frac{g}{R \omega^2} \geq 1 \quad \text{या} \quad \frac{g}{R} \geq \omega^2 \quad \text{या} \quad \omega^2 \leq \frac{g}{R}$$

$$\therefore \omega \leq \sqrt{\frac{g}{R}}$$

अब यदि $\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}}$ हो तो समी० (2) से,

$$\cos \theta = \frac{g}{R} \times \left(\frac{R}{2g} \right) = \frac{1}{2} \quad \therefore \theta = 60^\circ$$

अर्थात् मणिका को केन्द्र से जोड़ने वाली त्रिज्या ऊर्ध्वाधर से 60° का कोण बनाएगी।

परीक्षापयोगी प्रश्नोत्तर
बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 1.

किसी वस्तु पर एक नियत बल लगाने से वस्तु गति करती है।

- (i) एकसमान वेग से
- (ii) एकसमान त्वरण से
- (iii) असमान त्वरण से
- (iv) असमान वेग से

उत्तर :

(ii) एकसमान त्वरण से

प्रश्न 2.

जब किसी वस्तु की गति में त्वरण उत्पन्न होता है, तब

- (i) वह सदैव पृथ्वी की ओर गिरती है।
- (ii) उसकी चाल में सदैव वृद्धि होती है।
- (iii) उस पर सदैव कोई बल कार्य करता है।
- (iv) उसकी गति की दिशा बदल जाती है।

उत्तर :

(iii) उस पर सदैव कोई बल कार्य करता है।

प्रश्न 3.

एक क्षैतिज सड़क पर कार की त्वरित गति उस बल के कारण होती है जो

- (i) कार के इंजन द्वारा लगाया जाता है।
- (ii) कार के ड्राइवर द्वारा लगाया जाता है
- (iii) पृथ्वी द्वारा लगाया जाता है।
- (iv) सड़क द्वारा लगाया जाता है।

उत्तर :

(iv) सड़क द्वारा लगाया जाता है

प्रश्न 4.

एक फुटबॉल तथा उसी आकार के एक पत्थर के जड़त्व में से

- (i) फुटबॉल का जड़त्व अधिक है।
- (ii) पत्थर का जड़त्व अधिक है।
- (iii) दोनों का जड़त्व बराबर है।
- (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर :

(ii) पत्थर का जड़त्व अधिक है।

प्रश्न 5.

किसी लिफ्ट में वस्तु को भार कम प्रतीत होगा, जबकि लिफ्ट

- (i) एकसमान वेग से नीचे उतरती है
- (ii) एकसमान वेग से ऊपर जाती है।
- (iii) त्वरण के साथ ऊपर जाती है।
- (iv) मन्दन के साथ ऊपर जाती है।

उत्तर :

(iv) मन्दन के साथ ऊपर जाती है।

प्रश्न 6.

एक हल्की डोरी घर्षण रहित घिरनी के ऊपर से गुजरती है। उसके एक सिरे पर m तथा दूसरे सिरे पर $3m$ के द्रव्यमान बँधे हैं, निकाय का त्वरण होगा।

- (i) $g/4$
- (ii) $g/3$
- (iii) $g/2$
- (iv) g

उत्तर :

(iii) $g/2$

प्रश्न 7.

एक घोड़ा गाड़ी को खींचता है तो जो बल घोड़े को आगे बढ़ने में सहायता करता है, वह लगाया जाता है

- (i) गाड़ी द्वारा घोड़े पर
- (ii) पृथ्वी द्वारा घोड़े पर
- (iii) पृथ्वी द्वारा गाड़ी पर
- (iv) घोड़े द्वारा पृथ्वी पर

उत्तर :

(ii) पृथ्वी द्वारा घोड़े पर

प्रश्न 8.

200 किग्रा द्रव्यमान की लिफ्ट 3.0 मी/से^2 के त्वरण से ऊपर की ओर गति कर रही है। यदि $g = 10 \text{ मी/से}^2$ हो तो लिफ्ट की डोरी का तनाव होगा

- (i) 2600 न्यूटन
- (ii) 2000 न्यूटन
- (iii) 1300 न्यूटन

(iv) 600 न्यूटन

उत्तर :

(i) 2600 न्यूटन

प्रश्न 9.

रॉकेट-नोदन की कार्य विधि आधारित है।

- (i) 'न्यूटन के प्रथम नियम पर
- (ii) संवेग संरक्षण के सिद्धान्त पर
- (iii) द्रव्यमान संरक्षण के सिद्धान्त पर
- (iv) न्यूटन के द्वितीय नियम पर

उत्तर :

(iii) द्रव्यमान संरक्षण के सिद्धान्त पर

प्रश्न 10.

न्यूटन के गति के द्वितीय नियम के अनुसार, किसी पिण्ड पर आरोपित बल समानुपाती होता है।

- (i) उसके संवेग परिवर्तन के
- (ii) उसके द्रव्यमान तथा वेग के गुणनफल के
- (iii) उसके द्रव्यमान तथा त्वरण के गुणनफल के
- (iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं

उत्तर :

(i) उसके द्रव्यमान तथा वेग के गुणनफल के

प्रश्न 11.

गेंद कैच करते समय क्रिकेट खिलाड़ी अपने हाथ नीचे कर लेता है, क्योंकि

- (i) उसके हाथ घायल होने से बच जाएँगे
- (ii) वह गेंद को मजबूती से पकड़ लेता है।
- (iii) वह खिलाड़ी को धोखा देता है।
- (iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं

उत्तर :

(iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.

1 न्यूटन बल की परिभाषा दीजिए।

उत्तर :

1 न्यूटन बले वह बल है जो 1 किग्रा द्रव्यमान को किसी वस्तु पर लगाए जाने पर उसमें 1 मी/से² का त्वरण उत्पन्न कर दे।

प्रश्न 2.

बल के मात्रक क्या हैं?

उत्तर :

न्यूटन, किग्रा-मी/से², किग्रा-भार, डाइन, ग्राम-सेमी/से², ग्राम-भार।

प्रश्न 3.

बल के मात्रक को मूल मात्रकों में व्यक्त कीजिए।

उत्तर :

1 न्यूटन = 1 किग्रा-मी/से², 1 डाइन = 1 ग्राम-सेमी/से²।

प्रश्न 4.

बल तथा त्वरण में क्या सम्बन्ध है?

उत्तर :

बल (F) \propto त्वरण (a), अतः $F = ma$, जहाँ m वस्तु को द्रव्यमान है जिस पर बल F ने त्वरण उत्पन्न किया है।

प्रश्न 5.

जड़त्व की परिभाषा दीजिए।

उत्तर :

पदार्थ का वह गुण जो पदार्थ की अवस्था परिवर्तन का विरोध करता है, जड़त्व कहलाता है।

प्रश्न 6.

एक कार एवं बस में से किसका जड़त्व अधिक होगा?

उत्तर :

बस का द्रव्यमान कार से अधिक होती है; अतः बस का जड़त्व भी अधिक होगा।

प्रश्न 7.

एक पिण्ड का द्रव्यमान m तथा वेग u है, तो उसको संवेग बताइए

उत्तर :

$$p = mu$$

प्रश्न 8.

बल तथा संवेग-परिवर्तन की दर में क्या सम्बन्ध है?

उत्तर :

$$\text{बल } (\vec{F}) = \text{संवेग-परिवर्तन की दर} \left(\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \right)$$

प्रश्न 9.

आवेग से क्या तात्पर्य है?

उत्तर :

यदि कोई बल किसी वस्तु पर थोड़े समय के लिए कार्य करता है तो बल और उसके लगने के समय के गुणनफल को बल का आवेग कहते हैं। आवेग एक सदिश राशि है। S.I. पद्धति में आवेग को मात्रक न्यूटन-सेकण्ड होता है।

प्रश्न 10.

रॉकेट का क्रिया-सिद्धान्त गति के किस नियम पर आधारित है?

उत्तर :

गति के तृतीय नियम (क्रिया-प्रतिक्रिया के नियम) पर।

प्रश्न 11.

क्या क्रिया एवं प्रतिक्रिया बल एक ही वस्तु पर कार्य करते हैं अथवा अलग-अलग वस्तुओं पर?

उत्तर :

अलग-अलग वस्तुओं पर।

प्रश्न 12.

संगामी बलों से क्या तात्पर्य है?

उत्तर :

जब एक ही बिन्दु पर दो या दो से अधिक बल कार्य करते हैं तथा इस उभयनिष्ठ बिन्दु पर इन बलों का सदिश योग शून्य होता है, संगामी बल कहलाते हैं।

लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.

जड़त्व से क्या तात्पर्य है? गति जड़त्व को उदाहरण सहित समझाइए।

उत्तर :

किसी पिण्ड का वह गुण जिसके कारण पिण्ड अपनी विरामावस्था में अथवा एकसमान गति की अवस्था में किसी भी प्रकार के परिवर्तन का विरोध करता है, जड़त्व कहलाता है। गति जड़त्व किसी वस्तु में उसकी गति अवस्था में परिवर्तन के विरोध का गुण गति जड़त्व कहलाता है। उदाहरण—चलती रेल में गेंद को ऊपर उछालने पर गेंद उछालने वाले के हाथ में वापस लौट आती है।

प्रश्न 2.

न्यूटन का गति विषयक प्रथम नियम लिखिए।

उत्तर :

न्यूटन का गति विषयक प्रथम नियम- इस नियम के अनुसार, 'यदि कोई वस्तु विरामावस्था में है, तो वह विरामावस्था में ही रहेगी अथवा यदि कोई वस्तु गतिमान है, तो वह सरल रेखा में एकसमान वेग से ही गति करती रहेगी जब तक कि उस पर कोई बाह्य बल न लगाया जाए" इसे जड़त्व का नियम भी कहते हैं।

प्रश्न 3.

स्पष्ट कीजिए कि न्यूटन के गति विषयक द्वितीय नियम $F = ma$ में उसका प्रथम नियम भी निहित है।

उत्तर :

न्यूटन के गति के द्वितीय नियम से, $\vec{F} = m\vec{a}$

यदि $\vec{F} = 0$ हो, तो $\vec{a} = 0$ अर्थात् यदि वस्तु पर बाह्य बल न लगाया जाए, तो वस्तु में त्वरण भी उत्पन्न नहीं होगा। त्वरण के शून्य होने पर या तो वस्तु विरामावस्था में ही रहेगी या एकसमान वेग से गतिमान रहेगी। यही न्यूटन का गति विषयक प्रथम नियम है; अतः न्यूटन के गति के द्वितीय नियम में प्रथम नियम स्वतः निहित है।

प्रश्न 4.

निम्नलिखित के कारण स्पष्ट कीजिए –

- (i) तेज चलती गाड़ी से अचानक नीचे उतरने पर यात्री क्यों गिर पड़ता है?
- (ii) पेड़ के हिलाने पर उसके फल दूढ़कर क्यों गिर जाते हैं?
- (iii) बन्दूक से गोली चलाने पर पीछे की ओर धक्का लगता है, क्यों?
- (iv) कुएँ से जल खींचते समय रस्सी टूट जाने पर हम पीछे की ओर गिर जाते हैं, क्यों?

उत्तर :

(i) तेज चलती गाड़ी से अचानक नीचे उतरने पर यात्री गिर पड़ता है – गाड़ी से उतरने से पूर्व यात्री के सम्पूर्ण शरीर का वेग गाड़ी के वेग के बराबर होता है। जैसे ही यात्री प्लेटफॉर्म पर या नीचे उतरता है, तो उसके पैर तो विरामावस्था में आ जाते हैं, परन्तु उसके शरीर का ऊपरी भाग गति जड़त्व के कारण उसी वेग से चलने का प्रयत्न करता है। अतः यात्री गाड़ी के चलने की दिशा में गिर पड़ता है। इसलिए चलती गाड़ी से उतरने पर कुछ दूर गाड़ी की दिशा में अवश्य दौड़ना चाहिए।

(ii) पेड़ की डाल हिलाने पर फल नीचे गिर पड़ते हैं – डाल हिलाने से पेड़ की डाल में यकायक गति उत्पन्न हो जाती है, परन्तु डाल पर लगे फल विराम जड़त्व के कारण अपने ही स्थान पर या नीचे रहने का प्रयत्न करते हैं। इस प्रकार फल डालियों से अलग हो जाते हैं और पृथ्वी के गुरुत्व-बल के कारण वे नीचे गिर पड़ते हैं।

(iii) बन्दूक से गोली चलाने पर पीछे की ओर धक्का लगता है – बन्दूक चलाने पर बारूद जलकर गैस बन जाती है, जो कि फँसने पर गोली को आगे की ओर फँकती है। गोली जितने बल से आगे फँकी जाती है, बन्दूक पर प्रतिक्रिया बल भी उतना ही अधिक लगता है जिससे चलाने वाले को पीछे की ओर धक्का लगता है।

(iv) कुँ से पानी खींचते समय रस्सी टूट जाने पर हम पीछे को गिर जाते हैं – इसका कारण यह है कि पहले मनुष्य रस्सी को अपनी ओर खींच रहा था। रस्सी टूट जाने पर रस्सी द्वारा मनुष्य पर लगने वाला बल लुप्त हो गया। अतः खिंचाव हट जाने के कारण वह गिर पड़ता है। बाल्टी जितनी अधिक भारी होती है उतनी ही अधिक शक्ति को धक्का हमें पीछे की ओर लगता है।

प्रश्न 5.

बल के आवेग और संवेग-परिवर्तन में सम्बन्ध स्थापित कीजिए।

या

सिद्ध कीजिए कि बल का आवेग, संवेग-परिवर्तन के बराबर होता है।

उत्तर :

माना कोई बल F , m द्रव्यमान की वस्तु पर बहुत अल्प समय Δt के लिए कार्य करता है। यदि वस्तु के वेग में परिवर्तन Δv हो, तो वस्तु के वेग-परिवर्तन की दर $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ होगी।

अब, परिभाषा से,

$$\text{आवेग (I)} = \text{बल} \times \text{समयान्तराल} = F \times \Delta t \quad \dots(1)$$

परन्तु, न्यूटन गति विषयक के द्वितीय नियम से,

$$\text{बल (F)} = \text{द्रव्यमान} \times \text{त्वरण} = ma \quad \dots(2)$$

त्वरण की परिभाषा से,

$$\text{त्वरण (a)} = \frac{\text{वेग-परिवर्तन}}{\text{समयान्तराल}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

समीकरण (2) से,

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

F का मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$\text{आवेग, } I = F \times \Delta t = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \cdot \Delta t = m \Delta v$$

$$= \text{द्रव्यमान} \times \text{वेग-परिवर्तन}$$

$$= \text{संवेग-परिवर्तन} = \Delta p$$

अर्थात्

$$I = F \times \Delta t = \Delta p \quad \dots(3)$$

स्पष्ट है कि किसी बल का आवेग उसके द्वारा वस्तु में उत्पन्न संवेग में परिवर्तन के बराबर होता है।

प्रश्न 6.

एक पिण्ड का संवेग दो मिनट में 150 किग्रा-मी/से से बढ़कर 600 किग्रा-मी/से हो जाता है। पिण्ड पर आरोपित बल ज्ञात कीजिए।

हल :

प्रारम्भिक संवेग, $p_1 = 150$ किग्रा-मी/से

अन्तिम संवेग, $p_2 = 600$ किग्रा-मी/से

समय, $t = 2$ मिनट = 120 सेकण्ड

\therefore पिण्ड पर आरोपित बल,

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t}$$

$$= \frac{600 - 150}{120} = \frac{450}{120} = 3.75 \text{ न्यूटन}$$

प्रश्न 7.

20 ग्राम की एक वस्तु पर एक बल बहुत कम समय के लिए कार्य करता है, जिससे वस्तु का वेग शून्य से बढ़कर 10 मीटर/सेकण्ड हो जाता है। बल का आवेग ज्ञात कीजिए।

हल :

वस्तु को द्रव्यमान, $m = 20$ ग्राम = 20×10^{-3} किग्रा

प्रारम्भिक वेग, $u = 0$

अन्तिम वेग, $u = 10$ मीटर/सेकण्ड

प्रारम्भिक संवेग, $p_1 = mu = 20 \times 10^{-3} \times 0 = 0$

अन्तिम संवेग, $P_2 = mu = 20 \times 10^{-3} \times 10$

$= 20 \times 10^{-2}$ न्यूटन-सेकण्ड

बल का आवेग = संवेग-परिवर्तन

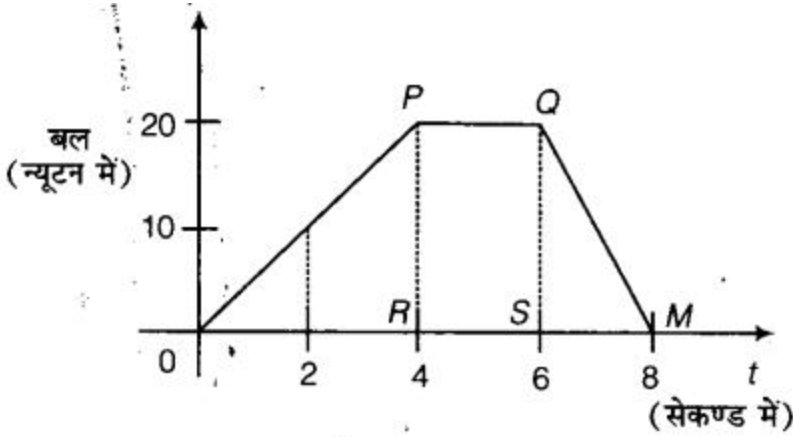
$= p_2 - p_1$

$= 20 \times 10^{-2} - 0 = 20 \times 10^{-2}$

$= 0.2$ न्यूटन-सेकण्ड

प्रश्न 8.

दिए गए बल-समय वक्र से आवेग का परिमाण ज्ञात कीजिए।



चित्र 5.22

हल :

∴ प्रश्न में दिए चित्रानुसार,

$$\Delta ORP \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 4 \times 20 = 40$$

$$\Delta MSQ \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 2 \times 20 = 20$$

$$\text{आयत PQRS का क्षेत्रफल} = 2 \times 20 = 40$$

$$\text{आवेग का परिमाण} = 40 + 20 + 40$$

$$= 100 \text{ न्यूटन - सेकण्ड}$$

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.

न्यूटन के गति का द्वितीय नियम लिखिए और व्याख्या कीजिए। इससे सम्बन्ध $F = ma$ प्राप्त कीजिए जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

या

यदि नियत द्रव्यमान m का कोई पिण्ड त्वरण \vec{a} से गति कर रहा है तो सिद्ध कीजिए कि इस पिण्ड के लिए गति के द्वितीय नियम का रूप है $\vec{F} = m \vec{a}$ होगा। इस सूत्र के आधार पर बल के मापन की विधि समझाइए।

उत्तर :

न्यूटन का गति विषयक द्वितीय नियम – न्यूटन को गति का द्वितीय नियम, वस्तु के संवेग में परिवर्तन और उस पर आरोपित बाह्य बल के मध्य सम्बन्ध स्थापित करता है। इस नियम के अनुसार, “किसी वस्तु के संवेग-परिवर्तन की दर उस पर आरोपित बाह्य बल के समानुपाती होती है तथा संवेग-परिवर्तन बल की दिशा में ही होता है।”

माना m द्रव्यमान की वस्तु पर कोई बल F , Δt समय तक कार्य करता है। यदि इसका वेग u से $u + A$

हो जाता है, तब इसके प्रारम्भिक संवेग $p (= mu)$ में $\Delta p (= m\Delta v)$ मान का संवेग-परिवर्तन हो जाता है।

$$\text{वस्तु के संवेग-परिवर्तन की दर} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

न्यूटन के द्वितीय नियम के अनुसार,

$$F \propto \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \text{या} \quad F = k \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \dots(1)$$

जहाँ, k समानुपाती नियतांक (constant of proportionality) है।

$$\text{अब, यदि } \Delta t \rightarrow 0, \text{ तब } \vec{F} = k \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = k \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \dots(2)$$

यदि वस्तु का द्रव्यमान m नियत हो, तब

$$\text{तो} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m \vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{a} \quad \dots(3)$$

इसे समीकरण (2) में रखने पर,

$$\vec{F} = k m \vec{a} \quad \dots(4)$$

जहाँ, k एक अनुक्रमानुपाती नियतांक है।

समीकरण (4) से स्पष्ट है कि किसी वस्तु पर लगने वाला बल F वस्तु के द्रव्यमान m तथा उसमें उत्पन्न त्वरण a के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती होता है।

अब, समीकरण (4) में $F = 1$, $m = 1$ तथा $a = 1$ रखने पर,

$$1 = k \times 1 \times 1 \quad \Rightarrow \quad k = 1$$

समी० (4) में $k = 1$ रखने पर,

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

अर्थात्

$$\text{बल} = \text{द्रव्यमान} \times \text{त्वरण}$$

बल के S.I. मात्रक की परिभाषा

S.I. मात्रक में एकांक बल वह बल है जो 1 kg द्रव्यमान की वस्तु पर लगाकर उसमें 1 मी/से² का त्वरण उत्पन्न कर दे। इसे 1 न्यूटन (N) कहते हैं।

$$\text{अतः } 1 \text{ न्यूटन} = 1 \text{ किग्रा} \times 1 \text{ मी/से}^2 = 1 \text{ किग्रा-मी-से}^2$$

बल के मापन की विधि

सूत्र $\vec{F} = m \vec{a}$ का अदिश रूप लेने पर,

$$F = ma$$

इस सूत्र में स्पष्ट है कि किसी दिए गए बल को मापन उस बल को एक ज्ञात द्रव्यमान के पिण्ड पर आरोपित करके उसमें उत्पन्न होने वाले त्वरण को मापकर किया जा सकता है।

प्रश्न 2.

संवेग की परिभाषा दीजिए। संवेग का दैनिक जीवन में महत्त्व लिखिए।

उत्तर :

संवेग – संवेग वह राशि है जो गतिशील वस्तु के वेग व द्रव्यमान दोनों पर निर्भर करती है। किसी वस्तु का संवेग वस्तु के द्रव्यमान और वेग के गुणनफल के बराबर होता है।

संवेग = द्रव्यमान \times वेग

यदि किसी वस्तु का द्रव्यमान m एवं उसका वेग u हो, तो वस्तु का रेखीय संवेग,

$$\vec{p} = m \times \vec{v}$$

संवेग एक सदिश (vector) राशि है। उसका मात्रक किग्रा-मी/से या न्यूटन-सेकण्ड होता है।

संवेग का दैनिक जीवन में महत्त्व – संवेग का दैनिक जीवन में महत्त्व निम्नलिखित है –

1. यदि दो वस्तुएँ समान वेग से गति कर रही हैं तो भारी (heavy) वस्तु का संवेग, हल्की (light) वस्तु के संवेग से अधिक होता है।

माना भारी वस्तु का द्रव्यमान M और हल्की वस्तु का द्रव्यमान m है तथा दोनों का वेग u समान है

तब, भारी वस्तु का संवेग $p_1 = Mv$... (1)

हल्की वस्तु का संवेग $p_2 = mv$... (2)

समीकरण (1) व समीकरण (2) से,

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{Mv}{mv} = \frac{M}{m}$$

अब चूँकि $M > m$, अतः $p_1 > p_2$

इससे स्पष्ट है कि यदि दो वस्तुएँ समान वेग से चल रही हैं तो भारी वस्तु का संवेग हल्की वस्तु के संवेग से अधिक होता है। यदि एक बस और एक दो पहिया स्कूटर समान वेग से चल रहे हों तो बस का संवेग स्कूटर के संवेग से बहुत अधिक होगा।

2. यदि दो वस्तुओं का संवेग बराबर है तो हल्की वस्तु का वेग भारी वस्तु के वेग से अधिक होगा।

माना भारी वस्तु का द्रव्यमान M तथा वेग V है और हल्की वस्तु का द्रव्यमान m तथा वेग u है। चूँकि दोनों का संवेग बराबर है, अर्थात्

$$p_1 = p_2$$

$$\text{अथवा} \quad MV = mv \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{v}{V}$$

चूँकि $M > m$ है अतः $v > V$

स्पष्ट है कि यदि दो वस्तुओं का संवेग एकसमान है तो हल्की वस्तु का वेग भारी वस्तु के वेग से अधिक होता है।

प्रश्न 3.

संवेग किसे कहते हैं? यह कैसी राशि है? संवेग का बल के साथ क्या सम्बन्ध है?

उत्तर :

संवेग – किसी वस्तु का संवेग वस्तु के द्रव्यमान तथा उसके वेग के गुणनफल के बराबर होता है। इसे \vec{p} से प्रदर्शित करते हैं।

यदि किसी वस्तु का द्रव्यमान m तथा वेग \vec{v} हो, तब उस वस्तु का संवेग

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

संवेग का S.I. मात्रक किग्रा-मीटर/सेकण्ड तथा C.G.S. मात्रक 'ग्राम-सेमी/सेकण्ड' है। यह एक सदिश राशि है तथा इसकी दिशा वस्तु के वेग की दिशा में होती है। इसका विमीय सूत्र $[MLT^{-1}]$ है।

बल व संवेग के बीच सम्बन्ध – इस नियम के अनुसार, “किसी वस्तु के संवेग परिवर्तन की दर, उस वस्तु पर आरोपित नेट बाह्य बल के अनुक्रमानुपाती होती है तथा बाह्य बल की दिशा में होती है।”

यदि किसी वस्तु का संवेग \vec{p} तथा उस पर आरोपित बाह्य बल \vec{F} है तो

$$\vec{F} \propto \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{या} \quad \vec{F} = k \frac{d\vec{p}}{dt}$$

S.I. पद्धति में बल \vec{F} का मात्रक इस प्रकार चुना जाता है कि नियतांक k का मान 1 हो जाए;

अतः

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

यह गति के द्वितीय नियम का वेक्टर रूप है।

प्रश्न 4.

संवेग-संरक्षण का नियम लिखिए तथा इसे n पिण्डों के किसी निकाय के लिए सिद्ध कीजिए।

उत्तर :

संवेग-संरक्षण का नियम – इस नियम के अनुसार, “यदि पिण्डों के किसी निकाय पर नेट बाह्य बल शून्य

है तब निकाय का संवेग नियत रहता है।”

माना $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ द्रव्यमान के n पिण्ड क्रमशः $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \dots \vec{v}_n$ वेगों से गतिमान हैं। पुनः माना किसी क्रिया के दौरान ये परस्पर बल आरोपित करते हैं, परन्तु निकाय पर नेट बाह्य बल शून्य है। यदि पिण्ड m_1 पर अन्य पिण्डों द्वारा लगे बलों का परिणामी बल \vec{F}_1 है। इसी प्रकार m_2, m_3, \dots आदि पर लगे बलों के परिणामी बल क्रमशः $\vec{F}_1, \vec{F}_3, \dots$ आदि हैं।

निकाय का कुल संवेग $\vec{p} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots + m_n \vec{v}_n$

समय t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}}{dt} &= m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} + m_3 \frac{d\vec{v}_3}{dt} + \dots + m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt} \\ &= m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + m_3 \vec{a}_3 + \dots + m_n \vec{a}_n \\ &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n \quad (\because m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_1 \text{ आदि}) \end{aligned}$$

परन्तु किसी निकाय की सभी आन्तरिक क्रियाओं तथा प्रतिक्रियाओं का परिणामी शून्य होता है।

अर्थात्
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0} \quad \therefore \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{p} = \text{नियतांक}$$

अर्थात् निकाय का संवेग स्थिर रहेगा।

प्रश्न 5.

संवेग संरक्षण सिद्धान्त लिखिए। इस सिद्धान्त के आधार पर न्यूटन के गति के तृतीय नियम को प्राप्त कीजिए।

उत्तर :

संवेग संरक्षण सिद्धान्त – इस सिद्धान्त के अनुसार, बाह्य बल की अनुपस्थिति में किसी। निकाय का सम्पूर्ण संवेग संरक्षित रहता है तथा समय के साथ इसमें कोई परिवर्तन नहीं होता।

$\vec{p} =$ नियतांक

संवेग संरक्षण सिद्धान्त से न्यूटन के गति विषयक तृतीय नियम का निगमन – माना कि दो पिण्ड परस्पर एक-दूसरे से टकराते हैं। टकराते समय वे एक-दूसरे पर बल लगाते हैं। माना कि पहले पिण्ड पर लगने वाला बल \vec{F}_{12} है तथा दूसरे पर \vec{F}_{21} है। माना कि इन बलों के कारण पहले व दूसरे पिण्डों में संवेग-परिवर्तन क्रमशः $\Delta \vec{P}_1$ व $\Delta \vec{P}_2$ हैं। यदि दोनों पिण्ड समयान्तराल Δt तक एक-दूसरे के सम्पर्क में रहते हैं।

तब सूत्र—संवेग-परिवर्तन आवेग के अनुसार,

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{F}_{12} \times \Delta t \quad \text{तथा} \quad \Delta \vec{p}_2 = \vec{F}_{21} \times \Delta t$$

टकराते समय दोनों पिण्ड एक ही संयुक्त पिण्ड के दो भाग माने जा सकते हैं तथा इस संयुक्त पिण्ड पर कोई बाहरी बल नहीं लग रहा है। अतः न्यूटन के द्वितीय नियम से, संयुक्त पिण्ड के संवेग में परिवर्तन नहीं

होना चाहिए, अर्थात् $\Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 = 0$

अथवा $(\vec{F}_{12} \times \Delta t) + (\vec{F}_{21} \times \Delta t) = 0$

अथवा $(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) \times \Delta t = 0$

अब, Δt का मान शून्य नहीं हो सकता, क्योंकि $\Delta t = 0$ का अर्थ है कि पिण्डों के बीच टक्कर ही नहीं हुई, जो हमारी मानी गयी धारणाओं के विपरीत है।

अतः $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$ अथवा $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

अर्थात् स्पष्ट है कि दो पिण्डों पर एक-दूसरे द्वारा लगाये गये बल बराबर तथा विपरीत दिशा में होते हैं। समीकरण का ऋणात्मक (-ve) चिह्न यह बताता है कि दोनों बल परस्पर विपरीत दिशाओं में कार्यरत हैं। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि एक पिण्ड की क्रिया दूसरे पिण्ड की प्रतिक्रिया के बराबर परन्तु विपरीत दिशा में होती है। यही न्यूटन को गति विषयक तृतीय नियम है।

प्रश्न 6.

बल के आवेग से क्या तात्पर्य है? यह सदिश राशि है अथवा अदिश? सिद्ध कीजिए कि किसी वस्तु पर बल को आवेग संगत समयान्तराल में वस्तु के संवेग में होने वाले परिवर्तन के बराबर होता है?

उत्तर :

बल का आवेग – जब कोई बहुत बड़ा बल अल्प समयावधि के लिए किसी वस्तु पर कार्य करके उस वस्तु के संवेग में पर्याप्त परिवर्तन उत्पन्न कर देता है तो ऐसे बल को आवेगी बल (Impulsive Force) कहते हैं तथा बल और समयावधि के गुणनफल को बल का आवेग (Impulse) कहते हैं तथा इसे \vec{I} से प्रदर्शित करते हैं।

माना किसी पिण्ड पर कोई आवेगी बल \vec{F} अल्पावधि Δt के लिए कार्य करता है तो, बल का आवेग

$$\vec{I} = \vec{F} \times \Delta t$$

प्रायः आवेगी बल \vec{F} एक परिवर्ती बल होता है ऐसी स्थिति में बल का आवेग बल के समय समाकल द्वारा प्राप्त होता है, अर्थात्

$$\vec{I} = \int_0^{\Delta t} \vec{F} dt \quad \dots(1)$$

सूत्र (1) से स्पष्ट है कि आवेग एक सदिश राशि है।

चूँकि वस्तु पर लगने वाला बल \vec{F} , उसके संवेग-परिवर्तन की दर के बराबर होता है,

अर्थात्
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\therefore \vec{I} = \int_0^{\Delta t} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \int_0^{\Delta t} d\vec{p} = [\vec{p}]_0^{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \vec{I} = \vec{p}(\Delta t) - \vec{p}(0)$$

= बल के लग चुकने के बाद वस्तु का संवेग
 - बल लगने के ठीक पहले वस्तु का संवेग
 = $\Delta \vec{p}$ = वस्तु के संवेग में होने वाला परिवर्तन

यदि किसी वस्तु पर कार्यरत औसत बल तथा समय के बीच एक ग्राफ खींचे तब बल-समय वक्र तथा समय-अक्ष के बीच घिरा क्षेत्रफल बल के आवेग अर्थात् संवेग परिवर्तन को प्रदर्शित करता है।

किसी परिवर्ती बल F का समयान्तराल dt में आवेग

$$= F \times dt$$

$$= \text{छायांकित पट्टी PQRS का क्षेत्रफल}$$

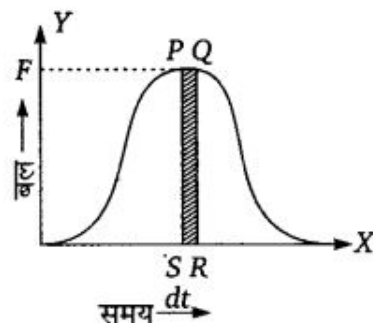
परिवर्ती बल F का समय t_1 से t_2 तक कुल आवेग

$$= \int_{t_1}^{t_2} F \times dt$$

= t_1 से t_2 तक सभी पट्टियों के क्षेत्रफलों का योग

= $F-t$ वक्र रेखा तथा समय-अक्ष के बीच घिरी आकृति का क्षेत्रफल

अर्थात् किसी समयान्तराल में वस्तु पर लगे बल के आवेग का मापन करने हेतु उस दौरान वस्तु के संवेग में होने वाले परिवर्तन का मापन करना चाहिए।



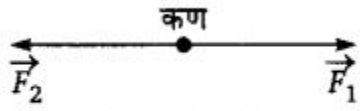
चित्र 5.23

प्रश्न 7.

संगामी बलों (concurrent forces) से क्या तात्पर्य है? संगामी बलों के सन्तुलन की विवेचना कीजिए।

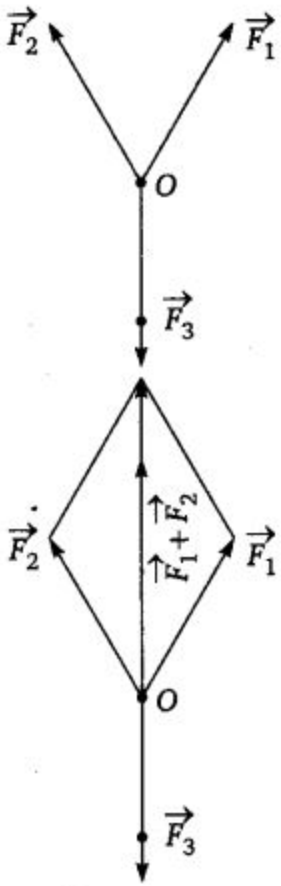
उत्तर :

संगामी बल – किसी एक ही बिन्दु पर क्रिया करने वाले बलों को कण संगामी बल कहते हैं।



चित्र 5.24(a)

संगामी बलों का सन्तुलन – यदि किसी एक बिन्दु पर लगे बलों का परिणामी बल शून्य है तो वे बल सन्तुलन में कहलाते हैं।



चित्र 5.24(c)

(1) एक बिन्दु पर लगे दो बलों का सन्तुलन— यदि किसी बिन्दु पर

दो बाह्य बल \vec{F}_1 तथा \vec{F}_2 लगे हैं तो बिन्दु की साम्यावस्था के लिए आवश्यक है कि

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \quad \text{या} \quad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

अर्थात् साम्यावस्था के लिए बिन्दु पर लगे दोनों बल परिमाण में बराबर परन्तु दिशा में विपरीत होने चाहिए।

(2) एक बिन्दु पर लगे तीन बलों का सन्तुलन— यदि किसी बिन्दु O पर तीन संगामी बल \vec{F}_1 , \vec{F}_2 व \vec{F}_3 कार्य कर रहे हैं, तब इन बलों का परिणामी बल

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

बलों के सन्तुलन के लिए परिणामी, $\vec{F} = 0$

अतः सन्तुलन की स्थिति में,

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

या

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

अर्थात् समान्तर चतुर्भुज के नियमानुसार प्राप्त किन्हीं दो बलों के परिणामी परिमाण में तीसरे बल के बराबर परन्तु दिशा में उसके विपरीत होना चाहिए।

(3) बलों को वियोजित करने पर—मान लीजिए कि बल \vec{F}_1 के X , Y तथा Z अक्षों की दिशाओं में वियोजित घटक क्रमशः F_{1x} , F_{1y} तथा F_{1z} हैं, तब

$$\vec{F}_1 = F_{1x}\hat{i} + F_{1y}\hat{j} + F_{1z}\hat{k}$$

इसी प्रकार, अन्य बलों के लिए

$$\vec{F}_2 = F_{2x}\hat{i} + F_{2y}\hat{j} + F_{2z}\hat{k}$$

तथा

$$\vec{F}_3 = F_{3x}\hat{i} + F_{3y}\hat{j} + F_{3z}\hat{k}$$

तब, सन्तुलन प्रतिबन्ध से,

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

$$\Rightarrow (F_{1x}\hat{i} + F_{1y}\hat{j} + F_{1z}\hat{k}) + (F_{2x}\hat{i} + F_{2y}\hat{j} + F_{2z}\hat{k}) + (F_{3x}\hat{i} + F_{3y}\hat{j} + F_{3z}\hat{k}) = \vec{0}$$

$$\text{अथवा } (F_{1x} + F_{2x} + F_{3x})\hat{i} + (F_{1y} + F_{2y} + F_{3y})\hat{j} + (F_{1z} + F_{2z} + F_{3z})\hat{k} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

दोनों पक्षों में \hat{i} , \hat{j} तथा \hat{k} के गुणांकों की तुलना करने पर,

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0 \quad \dots(1)$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0 \quad \dots(2)$$

$$\text{तथा } F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} = 0 \quad \dots(3)$$

ये समीकरण किसी बिन्दु पर लगे तीन बलों के सन्तुलन के प्रतिबन्धों को प्रदर्शित करते हैं। इन समीकरणों के आधार पर कहा जा सकता है कि किसी बिन्दु पर लगे तीन बल सन्तुलन में होंगे यदि और केवल यदि किन्हीं तीन परस्पर लम्बवत् दिशाओं में बलों के वियोजित घटकों के बीजीय योगफल अलग-

अलग शून्य हों।

(4) एक बिन्दु पर लगे n बलों का सन्तुलन—किसी बिन्दु पर लगे n बल

$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ सन्तुलन में होते हैं यदि ये बल किसी बहुभुज की चक्रीय क्रम में ली गई भुजाओं द्वारा प्रदर्शित किए जा सकते हैं।

सन्तुलन के लिए बलों का परिणामी बल

$$\therefore \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}$$

इन बलों के X, Y तथा Z -अक्षों की दिशाओं में घटकों के पदों में सन्तुलन के प्रतिबन्ध निम्नलिखित हैं—

$$\vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x} + \dots + \vec{F}_{nx} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} + \dots + \vec{F}_{ny} = \vec{0}$$

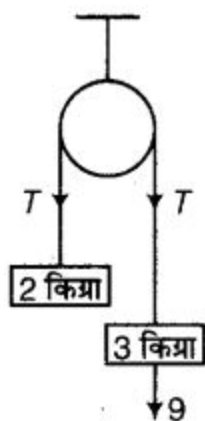
$$\vec{F}_{1z} + \vec{F}_{2z} + \vec{F}_{3z} + \dots + \vec{F}_{nz} = \vec{0}$$

अतः स्पष्ट है कि यदि n समांगी बल साम्यावस्था में हैं, तब किन्हीं तीन परस्पर लम्बवत् दिशाओं में उनके घटकों का बीजीय योगफल शून्य होता है।

इस प्रकार, स्पष्ट है कि यदि किसी कण पर कार्यरत् संगामी बल साम्यावस्था में हैं तब कण की अवस्था में कोई परिवर्तन नहीं होता है, अर्थात् यदि 'कण विराम में है तो वह विरामावस्था में ही बना रहता है और यदि एकसमान गति की अवस्था में है तो सरल रेखा में एकसमान गति करता रहता है।

प्रश्न 8.

2 किग्रा तथा 3 किग्रा द्रव्यमान के दो पिण्ड, एक हल्की डोरी से चित्रानुसार लटके हुए हैं। डोरी घर्षणहीन धिरनी पर से होकर गुजरती है। यदि धिरनी 5 मी/से^2 के त्वरण से ऊपर उठाई जाती है, तो डोरी में तनाव बल की गणना कीजिए। ($g = 10 \text{ मी/से}^2$)



चित्र 5.25

हल—पहले पिण्ड का द्रव्यमान, $m_1 = 2$ किग्रा;

दूसरे पिण्ड का द्रव्यमान, $m_2 = 3$ किग्रा;

घिरनी में त्वरण, $a = 5$ मी/से²

माना डोरी में तनाव T है। तब पिण्ड m_1 की गति के लिए,

$$T - 2g + m_1 a = m_1 f \quad \dots(1)$$

पिण्ड m_2 की गति के लिए,

$$3g - T - m_2 a = m_2 f \quad \dots(2)$$

प्रश्नानुसार,

$$T + 3f = 15 \quad \dots(3)$$

$$T - 2f = 10 \quad \dots(4)$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$5f = 5$$

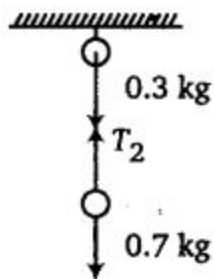
$$f = 1 \text{ मी/से}^2$$

f का मान समी० (4) में रखने पर,

$$T - 2 = 10 \Rightarrow T = 12 \text{ न्यूटन मी}$$

प्रश्न 9.

0.3 किग्रा का एक पिण्ड छत से एक हल्की डोरी द्वारा लटकाया गया है। 0.7 किग्रा का दूसरा पिण्ड, प्रथम पिण्ड से दूसरी हल्की डोरी द्वारा लटकाया गया है। दोनों डोरियों में तनाव बलों का परिकलन कीजिए। ($g = 10 \text{ ms}^{-2}$)



चित्र 5.26

हल—माना 0.3 किग्रा के पिण्ड से बँधी डोरी में तनाव T_1 तथा 0.7 किग्रा डोरी में तनाव T_2 है।

0.3 किग्रा वाले पिण्ड की गति के लिए

$$T_1 = 0.3g - T_2 \quad \dots(1)$$

इसी प्रकार, 0.7 किग्रा वाले पिण्ड की गति के लिए

$$T_2 = 0.7g \quad (\because g = 10 \text{ मी/से}^2)$$

$$= 0.7 \times 10 = 7 \text{ न्यूटन}$$

T_2 का मान समी० (1) में रखने पर,

$$T_1 = 0.3g - T_2$$

$$= 0.3 \times 10 - 7 = 3 - 7 = -4 \text{ न्यूटन}$$

अतः दोनों डोरियों में तनाव बल क्रमशः **7 न्यूटन** तथा **4 न्यूटन** हैं।

प्रश्न 10.

x-अक्ष के अनुदिश 3 मी/से के वेग से गतिशील m द्रव्यमान की एक गेंद, 2m द्रव्यमान की दूसरी स्थिर गेंद से टकराती है। टक्कर के बाद पहली गेंद स्थिर हो जाती है तथा दूसरी गेंद एकसमान द्रव्यमान के दो टुकड़ों में विभक्त हो जाती है। यदि एक टुकड़ा 3 मी/से के वेग से Y-अक्ष के अनुदिश गति प्रारम्भ करता है, तो दूसरे भाग का वेग तथा गति की दिशा क्या होगी?

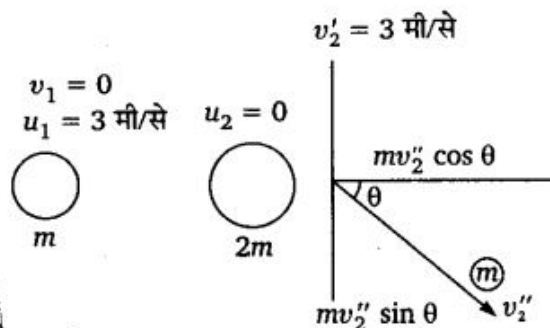
हल—पहली गेंद के लिए, $m_1 = m$ किग्रा

$u_1 = 3$ मी/से, $u_2 = 0$ (चूँकि गेंद टक्कर के बाद स्थिर हो जाती है)

दूसरी गेंद के लिए, $m_2 = 2m$ किग्रा, $v_1 = 0$ (चूँकि गेंद विरामावस्था में थी)

चूँकि टक्कर के बाद दूसरी गेंद टूटकर दो टुकड़ों में विभक्त हो जाती है, अर्थात् अब उसका वेग v_2 दो नये वेगों v_2' तथा v_2'' में विभक्त हो जाएगा।

v_2'' का क्षैतिज घटक $v_2'' \cos \theta$ तथा ऊर्ध्वाधर घटक $v_2'' \sin \theta$ होंगे। माना दूसरा भाग (वेग v_2'') क्षैतिज दिशा से θ कोण बनाता है।



चित्र 5.27

X-अक्ष के अनुदिश गति के लिए,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2' \cos \theta$$

$$m \times 3 + 2m \times 0 = m \times 0 + m v_2' \cos \theta$$

$$\Rightarrow v_2' \cos \theta = 3 \quad \dots(1)$$

Y-अक्ष के अनुदिश गति के लिए,

$$0 = m \times 3 - m v_2'' \sin \theta \Rightarrow v_2'' \sin \theta = 3 \quad \dots(2)$$

समी० (1) व (2) का वर्ग करके जोड़ने पर,

$$(v_2' \cos \theta)^2 + (v_2'' \sin \theta)^2 = 3^2 + 3^2$$

$$v_2'^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 9 + 9 = 18$$

$$\Rightarrow v_2' = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ मी/सेकण्ड}$$

समी० (2) को समी० (1) से भाग करने पर,

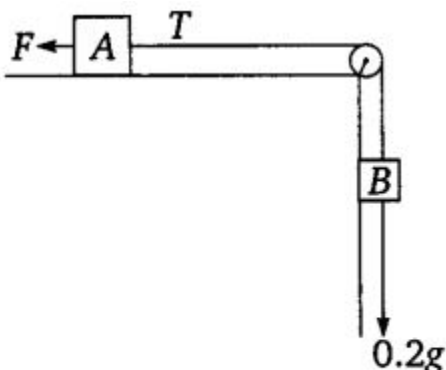
$$\tan \theta = 1 = \tan 45^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

अतः गेंद का दूसरा भाग $3\sqrt{2}$ मी/से के वेग से क्षैतिज से 45° के कोण पर गति प्रारम्भ करेगा।

प्रश्न 11.

चित्र 5.28 के अनुसार ब्लॉक A पर एक नियत बल $F = 0.1$ किग्रा-भार को लगाया है। पुली तथा डोरी

नगण्य भार की है तथा मेज की सतह चिकनी है। ब्लॉक A का त्वरण ज्ञात कीजिए। प्रत्येक ब्लॉक का द्रव्यमान 0.2 किग्रा है।



चित्र 5.28

हल—दिया है, प्रत्येक ब्लॉक का द्रव्यमान (m) = 0.2 किग्रा

$$\text{बल, } F = ma$$

ब्लॉक B के लिए, ब्लॉक का भार mg तथा डोरी में तनाव एक-दूसरे के विपरीत हैं। अतः इसका परिणामी बल ($mg - T$) होगा।

$$\begin{aligned} \therefore \quad mg - T &= ma \\ \Rightarrow \quad 0.2g - T &= 0.2a \end{aligned} \quad \dots(1)$$

ब्लॉक A के लिए, बल F तथा तनाव T एक-दूसरे के विपरीत हैं ($T > F$)।

अतः परिणामी बल ($T - F$) होगा। ब्लॉक पर नियत बल 0.1 किग्रा-भार है, अर्थात्

$$\begin{aligned} F &= 0.1g \\ T - F &= 0.2a \\ \Rightarrow \quad T - 0.1g &= 0.2a \end{aligned} \quad \dots(2)$$

समी० (1) व (2) को जोड़ने पर,

$$\begin{aligned} 0.1g &= 0.4a \\ \Rightarrow \quad a &= \frac{0.1}{0.4}g = \frac{g}{4} \end{aligned}$$

g का मान रखने पर,

$$a = \frac{9.8}{4} = 2.45 \text{ मी/से}^2$$

अतः ब्लॉक A का त्वरण **2.45 मी/से²** होगा।