Tema 5. Aritmètica d'enters i coma flotant

Estructura de Computadors (EC)

Rubèn Tous

rtous@ac.upc.edu
Computer Architecture Department
Universitat Politecnica de Catalunya

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH

Índex

Índex

Overflow de suma i resta de naturals i enters

Si realitzem la següent suma de bits:

```
    0000 0001
+   1111 1111
---------------
 (1)0000 0000
```

Hi ha carry? Sí. Overflow? Depèn. Overflow si són naturals (255+1=256).

Overflow de suma i resta de naturals i enters

Operació	carry/borrow	ovf. nat.	overflow enters
$a + b = c$	$c < a$ (nat.)	=carry	(sign_a == sign_b) && (sign_a != sign_c)
$a - b = c$	$a < b$ (nat.)	=borrow	(sign_a != sign_b) && (sign_a != sign_c)

Overflow de suma i resta de naturals i enters

Exemple càlcul carry i overflow suma naturals:

```
# $t3 = carry = overflow suma naturals
# $t2 = t0 + $t1
addu $t2, $t0, $t1
sltu $t3, $t2, $t0
```

Overflow de suma i resta de naturals i enters

Exemple càlcul overflow suma enters:

```
# $t3 = overflow suma entera
# $t2 = t0 + $t1
addu $t2, $t0, $t1
xor  $t3, $t0, $t1    #
nor  $t3, $t3, $zero # s_a == s_b
xor  $t4, $t0, $t2    # s_a!=s_res
and  $t3, $t3, $t4    # (s_a==s_b)&&(s_a!=s_res)
srl  $t3, $t3, 31
```

Overflow de suma i resta de naturals i enters

- add, addi i sub generen una excepció en cas d'overflow d'enterns (ús: Fortran).
- addu, addiu i subu no generen cap excepció en cas d'overflow (ni de naturals ni d'enters) (ús: C).

Overflow de suma i resta de naturals i enters

NOTA: En cas de naturals, C especifica que l'overflow ha de fer 'wrapping', és a dir, modul 2^n.

```
#include <stdio.h>

int main() {
  register unsigned char a;
  a = 255;
  a = a + 1;
  if (a == 0)
    printf("Overflow wrapping OK");
}
```

Overflow de suma i resta de naturals i enters

En MIPS, en cas de variables de menys de 32 bits, després d'una suma cal afegir una màscara per assegurar que és així:

```
...
li    $t0, 255
addiu $t0, $t0, 1
andi  $t0, $t0, 0x00ff
bne   $t0, $zero, fi_if
...
```

Índex

Multiplicació naturals. Algorisme "paper i llapis"

Exemple multiplicació naturals:

```
11*13 = 143

    1011 = 11
    1101 = 13
--------------
    1011
   0000
  1011
 1011
--------------
10001111 = 143
```

Multiplicació enters

- Multiplicació entera = Canvi de signe + Multiplicació naturals + canvi de signe (si signes diferents)

Instruccions

```
mult/multu Ra, Rb
mflo       Rd # 32 bits menor pes
mfhi       Rd # 32 bits major pes
```

No usarem (no permet tractar overflow):

```
mul Rd, Ra, Rb
```

Overflow multiplicació natural/entera

Sobreeiximent (no excepció):

- El resultat de la multiplicació pot requerir fins a 64 bits.
- Sobreeiximent = més de 32 bits.

Overflow multiplicació natural/entera

Sobreeiximent:

- En naturals si algún dels bits 63..32 és diferent de zero
- En enters si algún dels bits 63..32 és diferent del bit 31 de la part baixa (el signe)

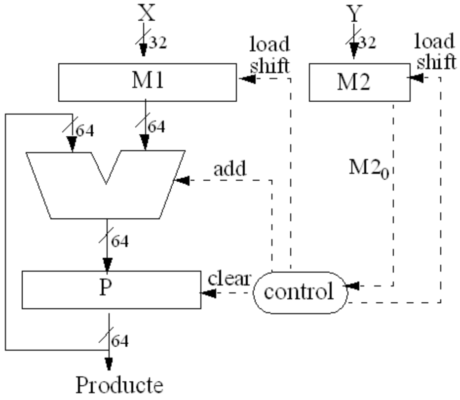
Overflow multiplicació natural/entera

Algorisme càlcul overflow enters (no provoca excepció):

```
mult $t1, $t2
mflo $t3
mfhi $t4
sra  $t0, $t3, 31
bne  $t4, $t0, hi_ha_overflow
```

Hardware

Z=X*Y




```
M1_{63:32} = 0   ;
M1_{31:0} = X    ;
M2 = Y           ;
P =  0           ;

for (i=1; i<=32; i++)
{
   if(M2_0==1) P=P+M1;
   M1=M1<<1;
   M2=M2>>1;
}
Producte = P;
```

Hardware

Exemple (amb 4 bits):

```
1011 x 1101 (11 x 13 = 143)
---------------------------
INI:   |P= 00000000|M2=1101|
       |M1=00001011|       |
---------------------------
IT1:   |P= 00001011|M2=0110|  s'ha sumat
       |M1=00010110|       |
---------------------------
IT2:   |P= 00001011|M2=0011|  NO s'ha sumat
       |M1=00101100|       |
---------------------------
IT3:   |P= 00110111|M2=0001|  s'ha sumat
       |M1=01011000|       |
---------------------------
IT4:   |P= 10001111|M2=0000|  s'ha sumat
       |M1=10110000|       |
---------------------------
```

Hardware

- Un mínim de 33 cicles per fer una multiplicació (un per inicialitzar els registres i 32 sumes).
- Un compilador traduirà sempre una multiplicació per M, essent M una potència de 2 per un sll de $log_2 M$.

Índex

Divisió naturals. Algorisme paper i llapis"

- Dividir equival a comptar quantes vegades li podem restar Y a X. Però fer-ho un a un seria lent.
- Busquem un dígit q i una potència n tals que $Y * q * 10^n$ sigui el més gran possible i menor que X.
- $q * 10^n$ passa al quocient però només escrivim el digit q, no els zeros, com si anèssim sumant.
- En binari q només pot ser 1 o 0. Busquem Y multiplicat per la potència de 2 (desplaçat a l'esquerra) més gran que sigui més petita que X.

Divisió naturals. Algorisme paper i llapis"

Exemple 25/2:

```
0001 1001 : 10 = 1100
  -1 0000---------^^
  -------          |
   0 1001          |
   - 1000---------|
   ------
     0001 (residu)
```

Divisió enters

- Divisió entera = Canvi de signe + Divisió naturals + canvi de signe (si signes diferents)
- Ajustar el signe del residu de a/b per que sigui el mateix que el del dividend a.

Divisió enters

Sobre el residu:

- La divisió entera en C arrodoneix a 0. Això es podria haver definit d'una altra manera.
- Per aquest motiu el residu ha de tenir signe del dividend (e.g. -5/2=-2 i R=-1 però 5/-2=-2 i R=1).
- En canvi, una divisió feta amb sra arrodoneix a -infinit. Això exigeix un residu de signe sempre positiu (1011 » 1 = 1101 = -3. Per tant residu = -5-(2*-3 = 1).
- Divergència quan el dividend és negatiu i la divisió no és exacta.
- L'algorisme paper i llapis"(el que implementa el hardware) arrodoneix a 0. S'ha d'ajustar el signe del residu per que sigui el mateix que el del dividend.

Instruccions

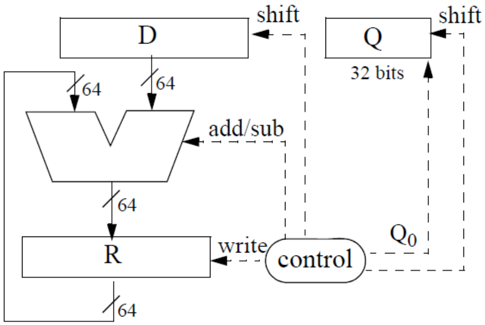
```
div/divu   Ra, Rb
mflo       Rd      #Quocient de la divisió
mfhi       Rd      #Residu de la divisió
```

Overflow

- Sobreeiximent (no excepció): En naturals mai. En enters quan dividim -2^{31} (el menor número enter) per -1 = 2^{31} (fora de rang)
- No excepció si divisió per 0 en MIPS.

Hardware

Q = X div Y; R = X mod Y



$D_{63:32}$ = Y ;
$D_{31:0}$ = 0 ;
Q = 0 ;
$R_{63:32}$ = 0 ;
$R_{31:0}$ = X ;

```
for (i=1; i<=32; i++)
{
    D = D>>1;
    R = R-D;
    if (R>=0)
        Q=(Q<<1)|0x1;
    else
    {
        R = R+D;
        Q = Q<<1;
    }
}
```

Hardware

```
Exemple: 1101 / 10 = 110 (13 / 2 = 6)
---------------------------
INI:   |R= 00001101|Q=0000 |
       |D= 00100000|       |
---------------------------
IT1:   |R= 00001101|Q=0000 | D>>1
       |D= 00010000|       |
---------------------------
IT1:   |R=  00000101|Q=0001 |  D>>1 + R=R-D
       |D= 00001000|       |
---------------------------
IT3:   |R= 00000001|Q=0011 |  D>>1 + R=R-D
       |D= 00000100|       |
---------------------------
IT4:   |R= 00000001|Q=0110 | D>>1
       |D= 00000010|       |
---------------------------
```