2.2

$$a(x) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} a_i(x)$$

$$E_{X,Y,x,y}(a(x)) = \frac{1}{k}kE_{X,Y,x,y}(a_1(x)) = E_{X,Y,x,y}(a_1(x))$$

то есть $bias$ не изменится

$$Var_{X,Y,x,y}(a(x)^2) = \frac{1}{k^2}Var_{X,Y,x,y}(\sum_{i,j=1}^{k} a_i(x)a_j(x)) = \frac{1}{k}Var_{X,Y,x,y}(a_1(x)) + \frac{1}{k^2}\sum_{i\neq j} cov(a_i(x), a_j(x))$$

если коэффициент корреляции одинаков для всех пар (a_i, a_j) и равен r, то

$$\frac{1}{k}Var_{X,Y,x,y}(a_1(x)) + \frac{1}{k^2}\sum_{i\neq j} cov(a_i(x), a_j(x)) = \frac{1}{k}Var_{X,Y,x,y}(a_1(x)) + \frac{1}{k^2}\sum_{i\neq j} rVar_{X,Y,x,y}(a_1(x)) = \left(\frac{1}{k} + \frac{r(k-1)}{k}\right)Var_{X,Y,x,y}(a_1(x))$$

Таким образом, $variance$ будет тем ниже, что менее коррелированы составляющие.

2.3

$E\xi_1 = a \Longrightarrow E\xi_1^2 = \sigma^2 + a^2.$

$$D\bar{\xi} = \frac{1}{M^2}D(\xi_1 + \ldots + \xi_M) = \frac{1}{M^2}E(\xi_1 + \ldots + \xi_M)^2 - a^2.$$

$$E(\xi_1 + \ldots + \xi_M)^2 = M(\sigma^2 + a^2) + \sum_{i\neq j}^{M} E\xi_i\xi_j$$

Знаем, что $E\xi_i\xi_j = \rho\sigma^2 + a^2$

Тогда

$$E(\xi_1 + \ldots + \xi_M)^2 = M(\sigma^2 + a^2) + M(M-1)(\rho\sigma^2 + a^2) = M^2(\rho\sigma^2 + a^2) + M\sigma^2(1-\rho) \Longrightarrow D\bar{\xi} = \rho\sigma^2 + a^2 + \frac{1}{M}\sigma^2(1-\rho) - a^2 =$$

$$\sigma^2\rho + \frac{1}{M}\sigma^2(1-\rho)$$

3.1

В sample submission np.mean(y) от всех y в train.tsv