UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS, TECNOLOGIAS E SAÚDE DO CAMPUS ARARANGUÁ
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

MATHEUS ROSSETTI
RIAN TURIBIO

FUNDAMENTOS DE CONTROLE - GRUPO 04

Araranguá
2021

1. Apresentação do sistema

Considere o circuito apresentado na Figura 1

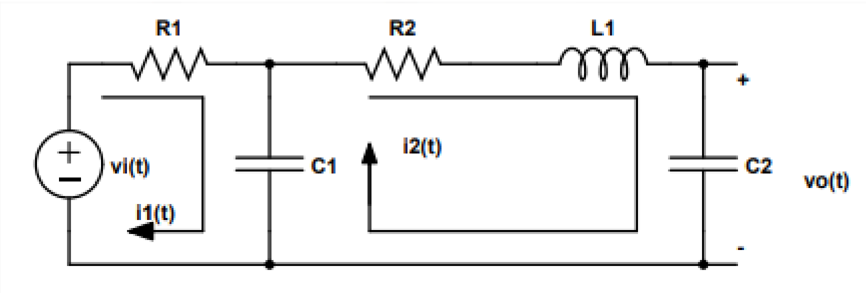


Figura 1: Circuito Elétrico

As equações que descrevem matematicamente este circuito são:

$$v_i(t) = R_1 i_1(t) + \frac{1}{C_1}\int (i_1(t) - i_2(t))dt \tag{1}$$

$$\frac{1}{C_1}\int (i_1(t) - i_2(t))dt = R_2 i_2(t) + L_1\frac{di_2(t)}{dt} + \frac{1}{C_2}\int i_2(t)dt \tag{2}$$

$$v_o(t) = \frac{1}{C_2}\int i_2(t)dt \tag{3}$$

2. Tarefas

Com base nas equações do modelo, devem ser efetuadas as seguintes tarefas:

1. Obter a função de transferência G(s) = Vo(s)/Vi(s) do sistema em função dos parâmetros: R1, R2, C1, C2 e L1.

2. Efetuar o diagrama de blocos completo do circuito, identificando todas as variáveis. Utilizar somente os seguintes blocos para representar o circuito: integrador, ganho e junção de soma/subtração. A entrada será o sinal vi e a saída vo.

3. Simular, utilizando o programa Matlab/Simulink, e comparar as respostas ao degrau unitário considerando o diagrama de blocos completo e a função de transferência. Para simulação, os valores numéricos dos parâmetros do circuito serão calculados através das seguintes expressões:

$$C_1 = \frac{0,1}{K} \tag{4}$$

$$C_2 = \frac{1}{K} \tag{5}$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{K}{10}} \tag{6}$$

$$R_2 = \sqrt{K} \tag{7}$$

$$L_1 = \sqrt[3]{K} \tag{8}$$

onde K = a, sendo a o número do grupo.

4. Obter, a partir dos resultados de simulação, o tempo de pico, sobressinal, tempo de subida (0 a 100%) e tempo de acomodação (2%). 5. Com base nos dados obtidos no item anterior, determinar ξ , ωn e α e estabelecer um sistema de segunda ordem na forma

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\alpha \omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2} \tag{9}$$

3. Resultados

a. Função de transferência:

b. Diagrama de blocos:

c. Simulação no Matlab/Simulink:

d. Tempos de pico, sobressinal, de subida e acomodação:

e. Sistema de segunda ordem:

A) Para explicar o calculo da funcao de transferencia, segue a imagem abaixo:

S T Q Q S S D DATA / /

1)

Já Transformado

$$I1(s)\left[R1+\frac{1}{C1S}\right]-I_2(s)\left[\frac{1}{C1S}\right]=Vi(s)$$

$$-I1(s)\left[\frac{1}{C1S}\right]+I2(s)\left[R2+L1S+\frac{1}{C2S}+\frac{1}{C1S}\right]=Vo(s)$$

$$\Delta=\begin{bmatrix} R1+\frac{1}{C1S} & -\frac{1}{C1S} \\ -\frac{1}{C1S} & R2+L1S+\frac{1}{C2S}+\frac{1}{C1S} \end{bmatrix}$$

$$=\left(R1+\frac{1}{C1S}\right)\cdot\left(R2+L1S+\frac{1}{C2S}+\frac{1}{C1S}\right)-\left(+\frac{1}{C1S}\cdot\frac{1}{C1S}\right)$$

$$=R1R2+R1L1S+\frac{R1}{C2S}+\frac{R1}{C1S}+\frac{1}{C1S}+\frac{L1S}{C1S}+\frac{1}{C1C2S^2}+\cancel{\left(\frac{1}{C1S^2}\right)}-\cancel{\left(\frac{1}{C1S^2}\right)}$$

$$=R1R2+R1L1S+\frac{R1}{C2S}+\frac{R1}{C1S}+\frac{1}{C1S}+\frac{L1S}{C1S}+\frac{1}{C1C2S^2}$$ //

$$I_2(S) = \frac{\begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{C_1S} & VS \\ -\frac{1}{C_1S} & 0 \end{bmatrix}}{\Delta}$$

$$= \frac{\frac{VS}{C_1S}}{\Delta} \Rightarrow \frac{I_2(s)}{V(s)} = \frac{\frac{\cancel{VS}}{C_1s}}{\Delta VS} = \frac{\frac{1}{C_1S}}{\Delta}$$

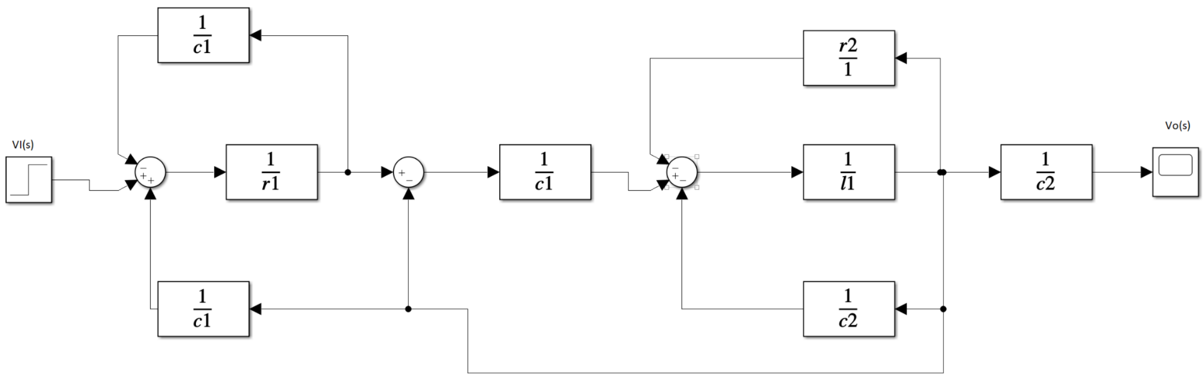
$$G(s) = \frac{\frac{1}{C_1S}}{R_1R_2 + R_1L_1S + \frac{R_1}{C_2S} + \frac{R_1}{C_1S} + \frac{1}{C_1S} + \frac{L_1S}{C_1S} + \frac{1}{C_1C_2 + s^2}}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{1}{(R_1C_1C_2L_1)S^3 + (R_1R_2C_1C_2 + L_1C_2)S^2 + (R_1C_1 + R_1C_2 + R_2C_2)S + 1}}$$

Ou simplesmente a função de transferência se resume em:

$$G(S) \; = \frac{1}{(R1C1C2L1)S^3 + (R1R2C1C2{+}L1C2) + (R1C1{+}R1C2{+}R2C2)S + 1}$$

B) Na construção do diagrama de blocos, primeiramente foi feito a divisão de contas onde, as fórmulas dadas pelo professor foram transformadas utilizando a transformada de Laplace, com isso começa-se a transformar a primeira função VI(S) em uma função que consiga representar I1, e como sabíamos que teria uma retroalimentação vindo do capacitor C1, colocamos um somador para unir os dois, após isso , nisso terminamos a primeira função, para a segunda função, os passos são os mesmo, só que um pouco mais complexa, pois temos funções quadráticas, transformando tudo e dividindo esta função, chegamos ao resultado dos blocos da segunda função, e para terminar, e feito o bloco da função Vo, que e um capacitor, com isso o diagrama de blocos é mostrado a seguir:



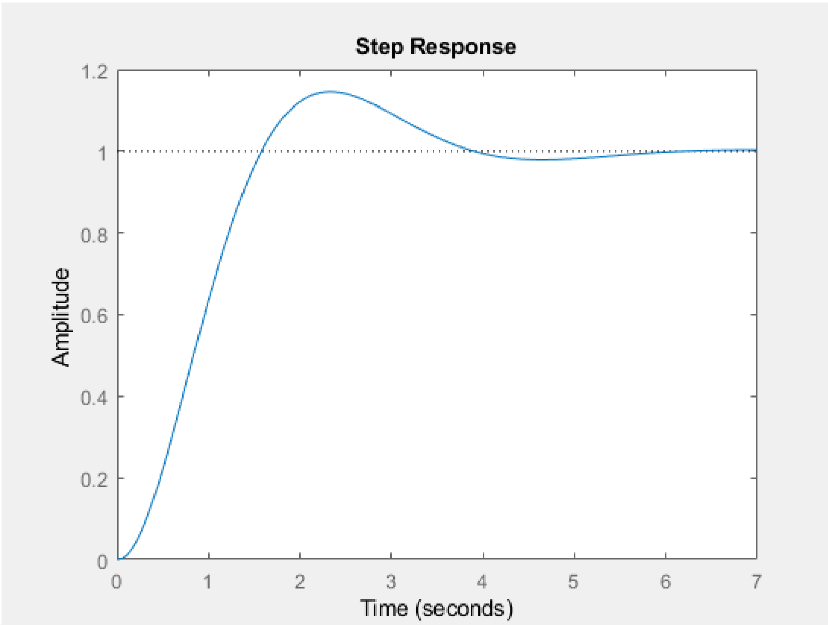
C) Utilizando o Matlab, foi criado um script para gerenciar as informações dadas no trabalho, já que foi dada a função de transferência e sabemos que cada componente possui sua equação característica, conseguimos inserir cada função com o seu valor correspondente, e já que o nosso grupo e o número 4, o valor de K seria 4.
Com as informações inseridas de cada componente, ele insere na função de transferência e depois plotar o diagrama de pólos e zeros e o gráfico da função:

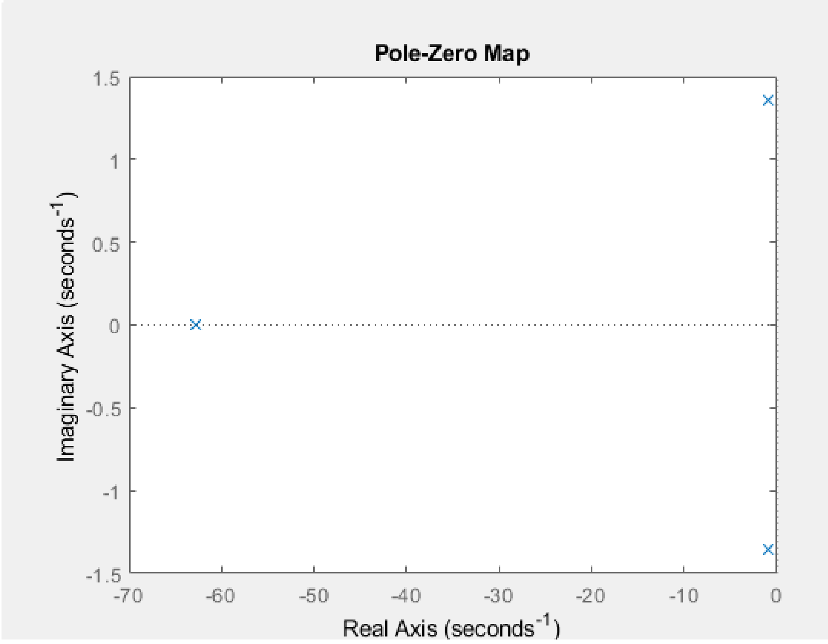
```
c1 =

    0.0250


c2 =

    0.2500


r1 =

    0.6325


r2 =

     2


l1 =

    1.5874


sis =

                        1
  ----------------------------------------
  0.006275 s^3 + 0.4048 s^2 + 0.6739 s + 1

Continuous-time transfer function.
```

A seguir a programação feita no Matlab:

```
clear all
close all
clc


c1 = (0.1)/4
c2 = 1/4
r1 = sqrt(4/10)
r2 = sqrt(4)
l1 = nthroot(4,3)

sis = tf([1] , [(r1*c1*c2*l1)  (r1*r2*c1*c2+l1*c2)  (r1*c1+r1*c2+r2*c2) 1])

figure(1)
stepplot(sis)
figure(2)
pzmap(sis)
```

E por último os gráficos mostrados pelo programa:





D) Com a plotagem do gráfico feita, o matlab possui algumas funções que resultam nos valores pedidos neste trabalho:

Tempo de Pico: 2.32 seg

Sobressinal: 14.5%

Tempo de subida: 1.58 seg

Tempo de Acomodação: 4.85 seg

E) Como o Matlab entrega o sobre sinal em porcentagem, dividimos por 100 para termos o valor real do Mp, que dá um resultado de 0.145, com isso segue a imagem com as conversões feitas:

5) $Mp = 0,145$

$$X = \left(\frac{\ln(mp)}{\pi}\right)^2 = \left(\frac{\ln(0,145)}{\pi}\right)^2 = 0,377$$

$$\xi = \sqrt{\frac{x}{1+x}} = \sqrt{\frac{0,377}{1+0,377}} = 0,523$$

$$Tp = \frac{\pi}{wd} \Rightarrow wd = \frac{\pi}{Tp} = \frac{\pi}{2,32} = 1,354$$

$$Wd = Wn\sqrt{1-\xi^2} \Rightarrow 1,354 = Wn\sqrt{1-0,523^2} = 1,588$$

Com estes resultados, e a função base que o professor disponibilizou da função de segunda ordem:

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\alpha\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \qquad (9)$$

Obtemos:

$$G(S) = \frac{1,588^2}{S^2 + 2(0,523)(1,588)S + 1,588^2}$$

$$G(s) = \frac{2,521\,\alpha}{S^2 + 1,661 + 2,521}$$