

## Questionário acerca dos métodos de ordenação

### Perguntas

1) Considerando somente a métrica “tempo de execução” diga qual foi seu o melhor e o pior caso observado para cada método de ordenação?

O melhor caso de cada algoritmo correspondeu às expectativas : o melhor caso foi o de menos instância (1k) e o de pior caso o de maior instância (100k).

| Método         | Pior Caso         | Melhor Caso     |
|----------------|-------------------|-----------------|
| Bubble Sort    | Instância de 100k | Instância de 1k |
| Selection Sort | Instância de 100k | Instância de 1k |
| Insertion Sort | Instância de 100k | Instância de 1k |
| Heap Sort      | Instância de 100k | Instância de 1k |
| Merge Sort     | Instância de 100k | Instância de 1k |
| Quick Sort     | Instância de 100k | Instância de 1k |

2) Considerando somente a métrica “quantidade de comparações” diga qual função de  $n$  melhor descreve o desempenho de cada método de ordenação? 2 2 2 2 2  
Função aqui pode ser  $n$ ,  $n^2$ ,  $\log_2 n$ ,  $n \cdot \log_2 n$ ,  $n^2 \cdot \log_2 n$ ,  $n - n \cdot \log_2 n$ ,  $n - (n \cdot \log_2 n)$ , etc. Vamos supor que os dados das quantidade de comparações do método da bolha para cada valor de  $n$  sejam: 959.639, 24.540.091, 98.711.127, 396.084.194, 2.487.915.240 e 2 9.951.660.960. Quando você compara com, por exemplo,  $n^2$ , dá os seguintes valores: 1.000.000, 25.000.000, 100.000.000, 400.000.000, 2.500.000.000, 10.000.000.000. Note 2 que a quantidade de comparações se assemelha bastante com o valor de  $n^2$ . Repita o mesmo procedimento de busca para os outros métodos de ordenação considerando outras opções de funções. Sinta-se livre para propor a função que melhor se ajuste aos dados. Justifique através de dados numéricos o porquê da tua resposta.

Embora os algoritmos  $O(n \log n)$  aparentam ter o comportamento logarítmico, seu crescimento na verdade é uma mescla entre logarítmico e linear, as funções encontradas com regressão mostraram uma aceitação.

A função encontrada para os algoritmos teoricamente  $O(n \log n)$  não fazem parte do conjunto dos polinômios, são maiores que os de ordem  $O(n)$  e menores que os de ordem  $O(n^2)$ , desclassificando-os como ordem linear e quadrática, sendo algo entre eles.

- O bubble sort se mostrou bastante pareável com a magnitude de um algoritmo quadrado :

| Bubble Sort              | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Dados Correntes          | 980618      | 24579083    | 98964103    | 397008149   | 2489020219  | 9967140328  |
| n                        | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
| n <sup>2</sup>           | 1000000     | 25000000    | 100000000   | 400000000   | 2500000000  | 10000000000 |
| log(n)                   | 9,965784285 | 12,28771238 | 13,28771238 | 14,28771238 | 15,60964047 | 16,60964047 |
| nlog(n)                  | 9965,784285 | 61438,5619  | 132877,1238 | 285754,2476 | 780482,0237 | 1660964,047 |
| n <sup>2</sup> log(n)    | 9965784,285 | 307192809,5 | 1328771238  | 5715084952  | 39024101186 | 1,66096E+11 |
| n <sup>2</sup> - nlog(n) | 999990,0342 | 24999987,71 | 99999986,71 | 399999985,7 | 2499999984  | 9999999983  |

Figura 1: Algoritmo Bubble Sort

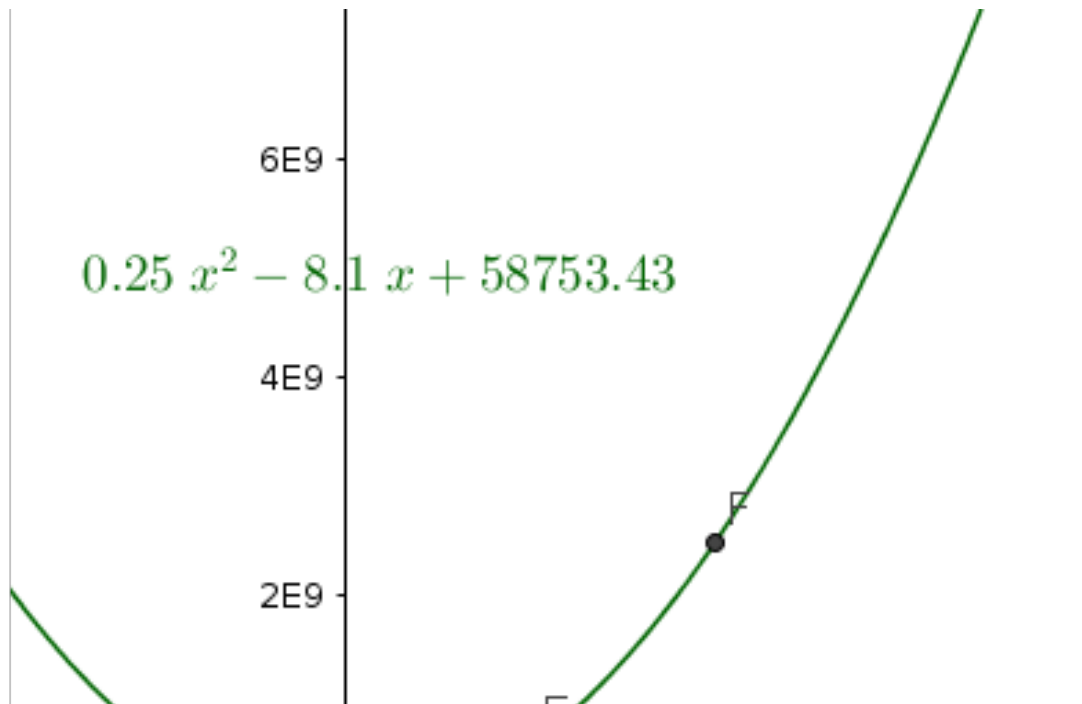


Figura 2: Algoritmo Bubble Sort - Comportamento parabólico no gráfico

- O selection sort também se mostrou semelhante com a magnitude de um algoritmo quadrado, porém aparenta ter custo mais amortizado:

| Selection Sort           | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Dados Correntes          | 500500      | 12502500    | 50005000    | 200010000   | 1250025000  | 5000050000  |
| n                        | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
| n <sup>2</sup>           | 1000000     | 25000000    | 100000000   | 400000000   | 2500000000  | 10000000000 |
| log(n)                   | 9,965784285 | 12,28771238 | 13,28771238 | 14,28771238 | 15,60964047 | 16,60964047 |
| nlog(n)                  | 9965,784285 | 61438,5619  | 132877,1238 | 285754,2476 | 780482,0237 | 1660964,047 |
| n <sup>2</sup> log(n)    | 9965784,285 | 307192809,5 | 1328771238  | 5715084952  | 39024101186 | 1,66096E+11 |
| n <sup>2</sup> - nlog(n) | 999990,0342 | 24999987,71 | 99999986,71 | 399999985,7 | 2499999984  | 9999999983  |

Figura 3: Algoritmo Selection Sort

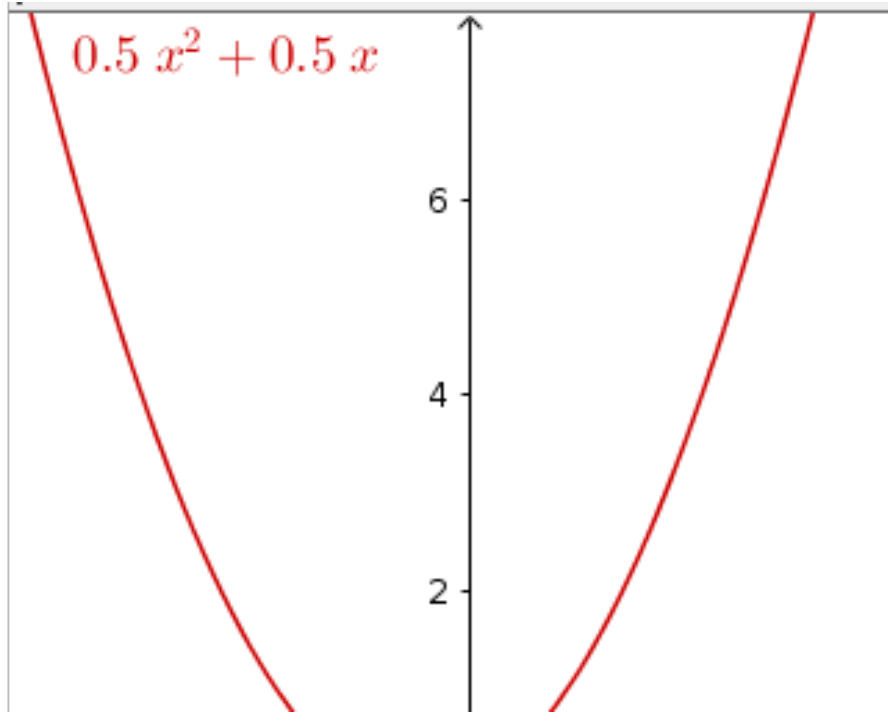


Figura 4: Algoritmo Selection Sort - Comportamento parabólico no gráfico

- O insertion sort, analogamente, se mostrou parecido com a magnitude de um algoritmo quadrado, mas com o porém de ser o menor dos algoritmos quadráticos testados :

| Insertion Sort           | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Dados Correntes          | 251376      | 6261036     | 25010716    | 99862715    | 624211764   | 2497627894  |
| n                        | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
| n <sup>2</sup>           | 1000000     | 25000000    | 100000000   | 400000000   | 2500000000  | 10000000000 |
| log(n)                   | 9,965784285 | 12,28771238 | 13,28771238 | 14,28771238 | 15,60964047 | 16,60964047 |
| nlog(n)                  | 9965,784285 | 61438,5619  | 132877,1238 | 285754,2476 | 780482,0237 | 1660964,047 |
| n <sup>2</sup> log(n)    | 9965784,285 | 307192809,5 | 1328771238  | 5715084952  | 39024101186 | 1,66096E+11 |
| n <sup>2</sup> - nlog(n) | 999990,0342 | 24999987,71 | 99999986,71 | 399999985,7 | 2499999984  | 9999999983  |

Figura 5: Algoritmo Insertion Sort

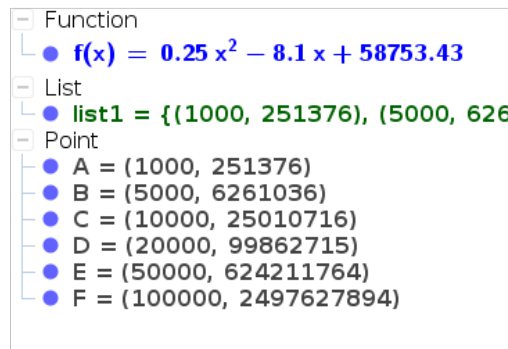


Figura 6: Algoritmo Insertion Sort - Comportamento parabólico no gráfico

- O Heapsort, mantendo a característica de um algoritmo de tempo igualitário em seus casos, não possui amortizações tão evidentes :

| Heap Sort                | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Dados Correntes          | 12156       | 78099       | 171169      | 372334      | 1030647     | 2211224     |
| n                        | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
| n <sup>2</sup>           | 1000000     | 25000000    | 100000000   | 400000000   | 2500000000  | 10000000000 |
| log(n)                   | 9,965784285 | 12,28771238 | 13,28771238 | 14,28771238 | 15,60964047 | 16,60964047 |
| nlog(n)                  | 9965,784285 | 61438,5619  | 132877,1238 | 285754,2476 | 780482,0237 | 1660964,047 |
| n <sup>2</sup> log(n)    | 9965784,285 | 307192809,5 | 1328771238  | 5715084952  | 39024101186 | 1,66096E+11 |
| n <sup>2</sup> - nlog(n) | 999990,0342 | 24999987,71 | 99999986,71 | 399999985,7 | 2499999984  | 9999999983  |

Figura 7: Algoritmo Heap Sort

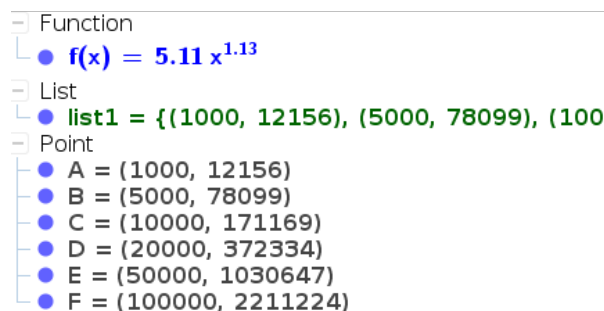


Figura 8: Algoritmo Heap Sort - Comportamento logarítimo no gráfico

- O Merge Sort com certeza é o mais elegante dos algoritmos logarítmicos lineares possui o comportamento bastante parecido com os casos de teste :

| Merge Sort               | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Dados Correntes          | 8714        | 55223       | 120468      | 260922      | 718145      | 2211224     |
| n                        | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
| n <sup>2</sup>           | 1000000     | 25000000    | 100000000   | 400000000   | 2500000000  | 10000000000 |
| log(n)                   | 9,965784285 | 12,28771238 | 13,28771238 | 14,28771238 | 15,60964047 | 16,60964047 |
| nlog(n)                  | 9965,784285 | 61438,5619  | 132877,1238 | 285754,2476 | 780482,0237 | 1660964,047 |
| n <sup>2</sup> log(n)    | 9965784,285 | 307192809,5 | 1328771238  | 5715084952  | 39024101186 | 1,66096E+11 |
| n <sup>2</sup> - nlog(n) | 999990,0342 | 24999987,71 | 99999986,71 | 399999985,7 | 2499999984  | 9999999983  |

Figura 9: Algoritmo Merge Sort

```

- Function
  •  $f(x) = 3.83 x^{1.12}$ 
- List
  •  $list1 = \{(1000, 8714), (5000, 55223), (10000, 104561), (20000, 233384), (50000, 634780), (100000, 1361043)\}$ 
- Point
  • A = (1000, 8714)
  • B = (5000, 55223)
  • C = (10000, 120468)
  • D = (20000, 260922)
  • E = (50000, 718145)
  • F = (100000, 1536343)

```

Figura 10: Algoritmo Merge Sort - Comportamento logarítimo no gráfico

- Durante os experimentos, o quicksort não permutou em uma sequência que causaria sua degeneração para o pior caso :

| Quick Sort               | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Dados Correntes          | 7944        | 47846       | 104561      | 233384      | 634780      | 1361043     |
| n                        | 1000        | 5000        | 10000       | 20000       | 50000       | 100000      |
| n <sup>2</sup>           | 1000000     | 25000000    | 100000000   | 400000000   | 2500000000  | 10000000000 |
| log(n)                   | 9,965784285 | 12,28771238 | 13,28771238 | 14,28771238 | 15,60964047 | 16,60964047 |
| nlog(n)                  | 9965,784285 | 61438,5619  | 132877,1238 | 285754,2476 | 780482,0237 | 1660964,047 |
| n <sup>2</sup> log(n)    | 9965784,285 | 307192809,5 | 1328771238  | 5715084952  | 39024101186 | 1,66096E+11 |
| n <sup>2</sup> - nlog(n) | 999990,0342 | 24999987,71 | 99999986,71 | 399999985,7 | 2499999984  | 9999999983  |

Figura 11: Algoritmo Quick Sort

```

- Function
  •  $f(x) = 3.5 x^{1.12}$ 
- List
  •  $list1 = \{(1000, 7944), (5000, 47846), (10000, 104561), (20000, 233384), (50000, 634780), (100000, 1361043)\}$ 
- Point
  • A = (1000, 7944)
  • B = (5000, 47846)
  • C = (10000, 104561)
  • D = (20000, 233384)
  • E = (50000, 634780)
  • F = (100000, 1361043)

```

Figura 12: Algoritmo Quick Sort - Comportamento logarítimo no gráfico

3) Considerando as métricas “quantidade de trocas” e “quantidade de comparações” faça uma relação entre essas duas métricas e diga uma função que represente tal relação.

Observando o comportamento da razão entre o número de trocas e de comparações, consegui amortizar as funções em funções lineares.

|         |                | 1k        | 5k         | 10k        | 20k         | 50k         | 100k        |
|---------|----------------|-----------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Relação | Bubble Sort    | 3,90100   | 3,92572    | 3,95687    | 3,97554     | 3,98746     | 3,99064     |
|         | Selection Sort | 503,11620 | 2506,11369 | 5006,70832 | 10006,10342 | 25006,30146 | 50005,40053 |
|         | Insertion Sort | 0,99604   | 0,99920    | 0,99960    | 0,99980     | 0,99992     | 0,99996     |
|         | Heap Sort      | 1,33984   | 1,36779    | 1,37799    | 1,38702     | 1,39754     | 1,40389     |
|         | Merge Sort     | 0,43674   | 0,44673    | 0,45080    | 0,45420     | 0,45773     | 0,46028     |
|         | Quick Sort     | 3,06143   | 3,07247    | 3,11214    | 3,24917     | 3,26390     | 3,30737     |

Figura 13: Relação entre número de comparações enúmero de trocas

| Método         | Função de Relação    |
|----------------|----------------------|
| Bubble Sort    | $f(x) = 4x$          |
| Selection Sort | <i>INDETERMINADA</i> |
| Insertion Sort | $f(x) = x$           |
| Heap Sort      | $f(x) = (13/10)x$    |
| Merge Sort     | $f(x) = (2/5)x$      |
| Quick Sort     | $f(x) = 3x$          |