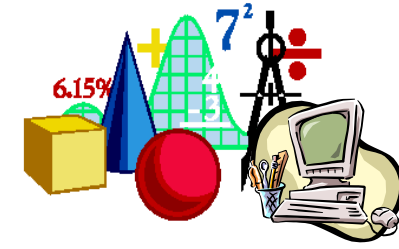


Introdução
à



INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

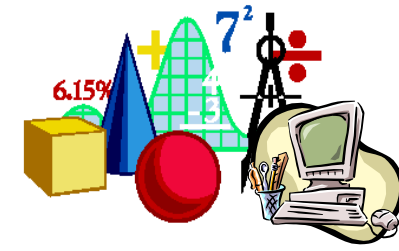


INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

- A **Investigação Operacional (IO)** surgiu para resolver, de uma forma eficiente, os problemas que envolvem a gestão otimizada de recursos escassos
- Esta aplica uma **análise quantitativa** aos problemas reais complexos que envolvem a **tomada de decisões**, utilizando um conjunto de métodos baseados essencialmente em **procedimentos matemáticos**

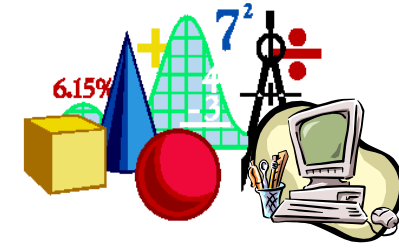
- ❖ O objetivo consiste em encontrar a **melhor solução** para os problemas, isto é, a **solução ótima**, de forma a poder tomar-se a melhor decisão
- ❖ A origem da **IO** como ciência, data de 1947, quando George Dantzig, cientista que trabalhava no Pentágono como conselheiro matemático para a administração da Força Aérea Norte Americana (USAF), inventou um método prático - o **método Simplex** - para resolver problemas de otimização de recursos que se verificavam durante e após a 2ª Guerra Mundial.





PROGRAMAÇÃO LINEAR

- A **Programação Linear (PL)** é um dos ramos mais desenvolvidos e mais utilizados da IO
- Otimiza problemas de decisão, representando-os em termos de um **modelo matemático de PL**
- Este modelo caracteriza-se pelo facto de todas as **expressões matemáticas** que o compõem serem **lineares**



PROGRAMAÇÃO LINEAR

Formular um problema em termos de um **modelo de PL** consiste em especificar:

- **Variáveis de decisão** (o que se pretende determinar)
- **Função objetivo** (o que se pretende otimizar)
- **Restrições** (condições que têm de ser respeitadas)

EXEMPLO DE UM PROBLEMA DE PL

O dilema do Sr. Josué

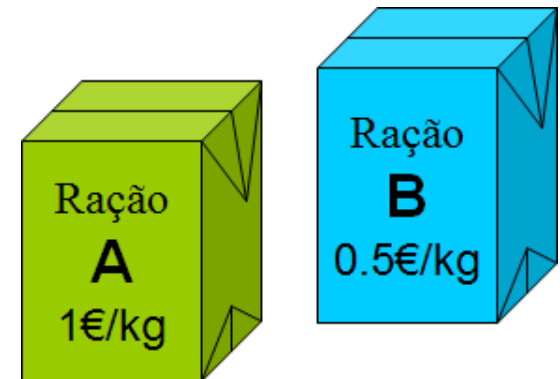


O Sr. Josué dedica-se à criação e venda de cães de determinada raça, com bastante procura no mercado.



Como pretende que os seus animais cresçam saudáveis e bonitos, ele sabe que deve proporcionar-lhes uma alimentação equilibrada.

Na verdade, o Sr. Josué tem à sua disposição dois tipos de rações, **A** e **B**, com características e preços diferentes.



Composição em termos de nutrientes das rações **A** e **B**:



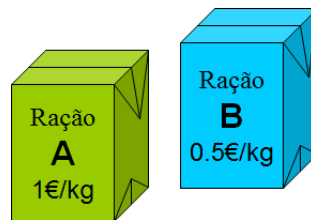
Nutrientes	Rações	
	A	B
	(g/kg)	(g/kg)
Sais minerais	20	50
Vitaminas	50	10
Cálcio	30	30

Quantidades mínimas de nutrientes, por semana, para uma alimentação equilibrada (segundo os veterinários):

Nutrientes	Quantidade mínima requerida (em g)
Sais minerais	200
Vitaminas	150
Cálcio	210

O Sr. Josué reflete sobre aquilo que pretende:

- Por um lado, quer **respeitar as indicações dadas pelos veterinários** no sentido de proporcionar aos cachorros uma dieta nutritiva adequada



- Mas, por outro lado, quer **minimizar os gastos** com a alimentação de cada animal



Assim, a questão a resolver é a seguinte:

Que quantidade de cada tipo de ração (**A** e **B**) deve o Sr. Josué dar semanalmente a cada cachorro de forma a:

- ➡ respeitar as quantidades mínimas de nutrientes aconselhadas e
- ➡ minimizar o custo da alimentação de cada animal

Para determinar a resposta a esta questão, torna-se necessário traduzir o problema num **modelo matemático de PL**



Modelo de programação linear

● Variáveis de decisão:

x_1 – Quantidade (em Kg) de ração **A** a dar a cada animal por semana

x_2 – Quantidade (em Kg) de ração **B** a dar a cada animal por semana

● Função objetivo:

minimizar custo (em €), ou seja,

$$\min z = 1 x_1 + 0.5 x_2$$

● **Restrições:**

$$20 x_1 + 50 x_2 \geq 200 \quad \} \text{ Sais minerais}$$

$$50 x_1 + 10 x_2 \geq 150 \quad \} \text{ Vitaminas}$$

$$30 x_1 + 30 x_2 \geq 210 \quad \} \text{ Cálcio}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Obtenção da solução ótima

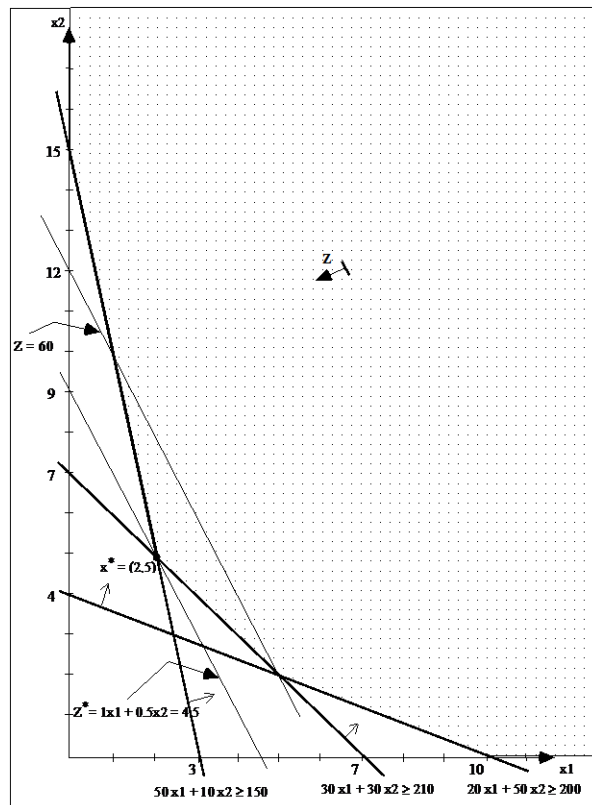
❖ Método gráfico

Utilizado na resolução de problemas simples

❖ Método algébrico

Um dos algoritmos de programação linear, como por exemplo, o **método Simplex**

Método gráfico / Método Simplex



x_B	c'_B	c_i	5	2	0	0	0	b	
		x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
x_3	0		$\frac{1}{5}$	0	1	0	0	3	(3/1)
x_4	0		0	1	0	1	0	4	
x_5	0		1	2	0	0	1	9	(9/1)
$z_j - c_j$			-5	-2	0	0	0	0	

com $z=0$

x_B	c'_B	c_i	5	2	0	0	0	b	
		x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
x_1	5		1	0	1	0	0	3	
x_4	0		0	1	0	1	0	4	(4/1)
x_5	0		0	2^*	-1	0	1	6	(6/2)
$z_j - c_j$			0	-2	5	0	0	15	

com $z=15$

x_B	c'_B	c_i	5	2	0	0	0	b	
		x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
x_1	5		1	0	1	0	0	3	x_1 ótimo
x_4	0		0	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	1	x_4 ótimo
x_2	2		0	1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	3	x_2 ótimo
$z_j - c_j$			0	0	4	0	1	21	z ótimo

Quadro ótimo pois não há valores negativos na linha $z_j - c_j$.

Apresentação da solução



Resolvendo por qualquer dos dois métodos anteriormente referidos, obter-se-ia $x_1=2$, $x_2=5$ e $z=4.5$, pelo que a solução a apresentar ao Sr. Josué seria a seguinte:



Deverá alimentar cada cachorro com **2 kg** de ração **A** e **5 kg** de ração **B**, por semana, de modo a conseguir fornecer ao animal os nutrientes indispensáveis a um crescimento saudável, gastando um mínimo de **4.5 €** semanais.

EXEMPLOS DE APLICAÇÕES REAIS DA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Os exemplos foram retirados do livro “Casos de Aplicação da Investigação Operacional”,
C. H. Antunes e L. V. Tavares, McGraw-Hill Portugal, 2000

Exemplo 1

Determinação de circuitos eficientes para a circulação de veículos de recolha de resíduos sólidos urbanos

Objetivo: Minimização da distância total percorrida e, consequentemente, economia de custos de mão-de-obra, de combustível e de desgaste do material, bem como benefícios para o ambiente

Exemplo 2

Apoio ao planeamento de produção de uma empresa do sector têxtil - planeamento otimizado da largura dos rolos de tecido a produzir e respetivos comprimentos, bem como a determinação dos correspondentes planos de corte

Objetivo: Minimização do desperdício de tecido