

$$\textcircled{1} \quad \lambda t. [\lambda x. t(x x)] \lambda x. t(x x) \Rightarrow \alpha$$

$$\lambda x. [(\lambda r. t(r r)) (x x)]$$

$$\boxed{\lambda x. (t [(x x) (x x)])}$$

$$\textcircled{2} \quad \boxed{\lambda x. (x (\lambda y. (y x)))}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{aligned} \lambda xyz. [x (z (y z)) \lambda xy. x] & \quad \lambda jk. j \\ \lambda yz. [\lambda jk. j (z (y z)) \lambda lm. l] & \quad \boxed{\lambda yz. (z (y z))} \\ \lambda k. (z (y z)) & \quad \lambda lm. l \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \quad \begin{aligned} \lambda x. (\lambda y. y y) & \quad z \quad \lambda w. w \times \quad \rightarrow (\lambda w. w \quad \lambda w. w) \quad x \\ \lambda y. (y y) & \quad \lambda w. w \quad x \quad \quad \quad \quad \quad \boxed{x} \end{aligned}$$

$$\textcircled{5} \quad \begin{aligned} \lambda x. [(\lambda y. y z) (\lambda w. w)] & \quad z \quad x \\ [(\lambda y. y z) (\lambda w. w)] & \quad x \\ \boxed{(z \lambda w. w) \quad x} \end{aligned}$$

$$\textcircled{6} \quad \lambda xy. y \quad 5 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda y. y}$$

Ruben Cuadra A01019102

Solve:

$$① (\lambda_{mnfx.m} f(n f x)) (\lambda_{fx.f} x) (\lambda_{fx.f} x)$$

$$\lambda_{nfx.((\lambda_{ry.r} y) (f(n f x)))} \lambda_{fx.f} x$$

$$\lambda_{fx.((\lambda_{ry.r} y) (f((\lambda_{jk.j} k) f x)))}$$

$$\lambda_{K.FK} x$$

$$\lambda_{ry.r} y (f)(f x)$$

$$\lambda_y.Fy f x$$

$$\boxed{\lambda_{fx.(F)(f x)}}$$

②

$$[\lambda_{mnfx.m} f(n f x)] [\lambda_{fx.(f)(f x)}] [\lambda_{fx.(f)(f x)}]$$

$$(\lambda_{nfx.((\lambda_{ry.r} ry) f (n f x))}) (\lambda_{jk.j} j k)$$

$$\lambda_{fx.((\lambda_{ry.r} ry) f ((\lambda_{jk.j} j k) f x))}$$

$$(\lambda_y.Fy) ( " )$$

$$\cdot f [f ((\lambda_{jk.j} j k) f x)]$$

$$\boxed{\lambda_{fx.f(f(f f x))}}$$

③

$$(\lambda_{mnfx.m} f(n f x)) (\lambda_{fx.[F(f(f(f(f x)))])} ( \lambda_{fx.f(f(f(f x)))}))$$

$$\lambda_{nfx.[(\lambda_{ry.((r(r r) ry))} f (n f x))] "}$$

$$\cdot [\lambda_y.(f [f (f f y)]) (n f x)] " "$$

$$\lambda_{nfx.(f [f (f (f (f (n f x))))])} < " "$$

$$\lambda_{fx.[f (f (f (f (f [(\lambda_{jk.j} j (j j k)) f x]))))])}$$

$$\lambda_{K.f(f(f(f f K)))} x$$

$$[f (f (f (f f x)))]$$

$$\boxed{\lambda_{fx.[f (f (f (f (f (f (f (f f x)))))))])}}$$

Ruben Gaudra

Mult 2 2

$$\lambda xyz. (x[y z]) \quad \lambda jk. (j(j k)) \quad \lambda rs. (r(r s))$$

$$\lambda yz. (\lambda jk. (j(j k)) [y z]) \quad \lambda rs. (r(r s))$$

$$\lambda z. [(\lambda jk. (j(j k))) [\lambda rs. (r(r s)) z]]$$

$$\lambda jk. (j(j k)) \quad \lambda s. (z(z s))$$

$$\lambda z. ( \quad \lambda K. ((\lambda s. (z(z s)) [\lambda s. (z(z s)) K])) )$$

$$\lambda K. (\Downarrow [z(z K)])$$

$$\boxed{\lambda zK. (z(z(z[z K])))}$$

Mult 3 3

$$\lambda xyz. (x[y z]) \quad (\lambda jk. j(j(j k))) \quad (\lambda rs. r(r(r s)))$$

$$\lambda yz. [\lambda jk. j(j(j k)) [y z]] \quad \lambda rs. r(r(r s))$$

$$\lambda z. [\lambda jk. j(j(j k)) [\lambda rs. r(r(r s)) z]]$$

$$\lambda z. [\lambda jk. j(j(j k)) \quad \lambda s. z(z(z s))]$$

$$\lambda z. [\lambda K. [\lambda S. z(z(zS)) (\lambda S. z(z(zS)) (\lambda S. z(z(zS)) K)))]]$$
$$\lambda z K. [\lambda S. z(z(zS)) (\lambda S. z(z(zS)) (\lambda S. z(z(zS)) K)))]$$

||

↓

$z(z(zK))$

$z(z(z(z(z(zK))))))$

$$\boxed{\lambda z K. [z(z(z(z(z(z(z(z(zK))))))))]}$$

$$2 = \lambda r s. r(r\;s)$$

$$8 = \lambda jk.j(j(j(j(j(j(j(j\ k)))))))$$

MULT =  $\lambda xyz.(x(yz))$

MULT 8 2 = ?

$\lambda xyz.(x(yz)) \quad \lambda jk.j(j(j(j(j(j(j(j(k))))))) \quad \lambda rs.r(rs)$

$\lambda yz.(\lambda jk.j(j(j(j(j(j(j\ k)))))))\ (y\ z)\ )\ \lambda rs.r(r\ s)$

$\lambda z.(\lambda j k. j(j(j(j(j(j(j\ k))))))) \ (\lambda r s. r(r\ s)\ z) )$

$\lambda z.(\lambda jk.[j(i(i(i(i(i(i(i(i(k))))))))))\ \lambda s.z(z\ s)]$

```
λzk.[λs.z(z s)(λs.z(z s)(λs.z(z s)(λs.z(z s)(λs.z(z s)(λs.z(z s)(z(z (z(z k))))))))])
```

```

λzk.[λs.z(z s)(λs.z(z s)(λs.z(z s)(λs.z(z s)(λs.z(z s)(λs.z(z s)(z(z(z(z(z k))))))))))]

```

```
λzk.(λs.z(z s)(λs.z(z s)(λs.z(z s)( λs.z(z s) (z(z(z(z(z(z(z k)))))))) ))))
```

```

λzk.(λs.z(z s)(λs.z(z s)(λs.z(z s) (z(z(z(z(z(z(z(z(z(z k))))))))))) )

```

$\lambda zk.(\lambda s.z(z\ s)(\ \textcolor{blue}{\lambda s.z(z\ s)\ (\textcolor{red}{z(z(z(z(z(z(z(z(z(z\ k))))))))}))}))$

$\lambda z k . ( \lambda s . z (z\; s) \; (z(z(z(z(z(z(z(z(z(z(z(z(z(z(z(z\; k)))))))))))))))$