

ESPACIOS VECTORIALES

ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

- Ejercicio 1.-** Sea $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{Q}^3 \mid x + y + z = 1\}$. ¿Es U un subespacio vectorial de \mathbb{Q}^3 ?
- Ejercicio 2.-** Dados U y W los subespacios de \mathbb{Z}_5^3 generados respectivamente por $\{(2, 3, 1), (3, 4, 2)\}$ y $\{(1, 1, 1)\}$. Calcula una base de $U + W$.
- Ejercicio 3.-** Sea U el subespacio vectorial de \mathbb{Z}_7^4 generado por $\{(2, 3, 1, 4), (1, 1, 1, 1), (0, 1, 6, 2)\}$. Calcula un complementario de U .
- Ejercicio 4.-** Encuentra las coordenadas de $(2, 3, 1)$ respecto de la base $B = \{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$ de \mathbb{Z}_5^3 .
- Ejercicio 5.-** Demuestra que $B = \{(1, 1, 1), (1, 2, 2), (1, 1, 2)\}$ es una base de \mathbb{Q}^3 .
- Ejercicio 6.-** Dadas las bases $B = \{(1, 1, 1), (1, 2, 2), (1, 1, 2)\}$ y $B' = \{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$ de \mathbb{Q}^3 . Determina las ecuaciones de cambio de base de B a B' .
- Ejercicio 7.-** Sea U el subespacio vectorial de \mathbb{Z}_5^3 generado por $\{(1, 2, 3), (2, 2, 1), (4, 2, 1)\}$. Calcula sus ecuaciones paramétricas respecto de la base $B = \{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$.
- Ejercicio 8.-** Dada la aplicación $f : \mathbb{Z}_7^3 \rightarrow \mathbb{Z}_7^4$, definida por $f(x, y, z) = (x + y, x + z, 2x + y + z, x + 6z)$. Calcula una base del núcleo y de la imagen de f .
- Ejercicio 9.-** Encuentra una expresión de $f(x, y, z)$ para la aplicación lineal $f : \mathbb{Z}^3 \rightarrow \mathbb{Z}^4$ de forma que $(1, 1, 1)$ esté en su núcleo y su imagen esté generada por $\{(1, 2, 3, 4)\}$.
- Ejercicio 10.-** Dada la aplicación lineal $f : \mathbb{Q}^3 \rightarrow \mathbb{Q}^4$, definida por $f(x, y, z) = (x + y, x + z, 2x + y + z, x - z)$. Calcula su expresión matricial respecto de las bases $B = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$ y $B' = \{(1, 1, 1, 1), (0, 1, 1, 1), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 0, 1)\}$.
- Ejercicio 11.-** Sea $U = \langle (2, 3, 4), (3, 2, 1) \rangle \subseteq \mathbb{Z}_5^3$. Calcula una base del espacio vectorial cociente \mathbb{Z}_5^3/U .
- Ejercicio 12.-** Encuentra la dimensión de $\langle (1, 1, 1), (2, 1, 1) \rangle \cap \langle (0, 0, 2), (3, 1, 3) \rangle \subseteq \mathbb{Z}_7^3$.