

ANILLO DE POLINOMIOS SOBRE UN CUERPO

ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

- Ejercicio 1.-** Calcula $(2x^3 + 3x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3)$ en $\mathbb{Z}_5[x]$.
- Ejercicio 2.-** Calcula el cociente y el resto de dividir $2x^4 + 3x^3 + x^2 + 6x + 1$ entre $3x^2 + 1$ en $\mathbb{Z}_7[x]$.
- Ejercicio 3.-** Calcula todos los polinomios irreducibles de grado dos en $\mathbb{Z}_2[x]$.
- Ejercicio 4.-** Demuestra que el polinomio $x^4 + x + 1$ es irreducible en $\mathbb{Z}_2[x]$.
- Ejercicio 5.-** Calcula un máximo común divisor de $a(x)$ y $b(x)$ en los siguientes casos:
- (a) $a(x) = x^4 + 2x^2 + 1, b(x) = x^4 - 1$ en $\mathbb{Q}[x]$.
 - (b) $a(x) = x^4 + 2x^2 + 1, b(x) = x^2 + 2$ en $\mathbb{Z}_3[x]$.
- Ejercicio 6.-** Calcula las raíces en \mathbb{Z}_5 del polinomio $x^2 + x + 4$.
- Ejercicio 7.-** Calcula las raíces en \mathbb{Z} del polinomio $x^4 - x^3 + x^2 - x - 10$.
- Ejercicio 8.-** Calcula en $\mathbb{Q}[x]$ el resto de dividir
- (a) $x^7 + x^2 + 1$ entre $x - 1$,
 - (b) $x^n + 1$ entre $x - 1$.
- Ejercicio 9.-** Calcula en $\mathbb{Z}_5[x]$ el resto de dividir $x^n + 2$ entre $x + 4$.
- Ejercicio 10.-** Calcula en $\mathbb{Z}_5[x]$ el resto de dividir $x^{1513} + x^2 + 1$ entre $x + 3$.
- Ejercicio 11.-** Demuestra que el polinomio $x^n + 1$ no tiene raíces múltiples en \mathbb{R} .
- Ejercicio 12.-** Determina cuáles de los siguientes polinomios tienen raíces múltiples en \mathbb{Q} .
- (a) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$,
 - (b) $x^3 + x^2 + 1$,
 - (c) $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.
- Ejercicio 13.-** Factoriza en $\mathbb{Z}_2[x]$ el polinomio $1 + x + x^5$.
- ¿Cuántos elementos tiene $\mathbb{Z}_2[x]_{1+x+x^5}$?
 - En caso de existir, calcula un divisor no nulo de cero de $\mathbb{Z}_2[x]_{1+x+x^5}$.
 - ¿Es $\mathbb{Z}_2[x]_{1+x+x^5}$ un cuerpo?
- Ejercicio 14.-** Factoriza en $\mathbb{Z}_2[x]$ el polinomio $1 + x^4 + x^6$.
- ¿Cuántos elementos tiene $\mathbb{Z}_2[x]_{1+x^4+x^6}$?
 - En caso de existir, calcula un divisor de cero de $\mathbb{Z}_2[x]_{1+x^4+x^6}$.
 - ¿Es $\mathbb{Z}_2[x]_{1+x^4+x^6}$ un cuerpo?
 - Determina si existe el inverso de x^2 en $\mathbb{Z}_2[x]_{1+x^4+x^6}$, y en caso de existir, calcúlalo.