

# Designnotat

Tittel: Frekvensfordobler

Forfattere: Ruben Johnsen

Versjon: 2.0

Dato: 16.05.2025

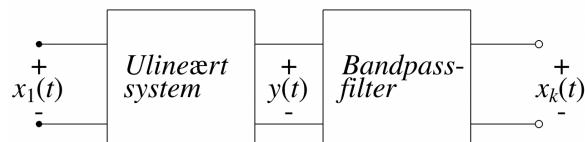
## Innhold

1 Problembehandling	1
2 Prinsipiell løsning	2
3 Realisering og test	4
4 Konklusjon	6
Referanser	7

---

## 1 Problembehandling

Det skal designes en frekvensfordobler. Systemet skal operere på et sinussignal  $x_1 = A_1 \cos(2\pi ft)$  med kjent frekvens  $f = 2250$  Hz og produsere et nytt signal  $x_2 = A_2 \cos(2\pi 2ft + \phi)$  med den doble frekvensen  $2f$ . Det stilles ingen krav til amplituden  $A_2$  eller fasen  $\phi$ . Systemet skal realiseres slik vist i figur 1.



**Figur 1:** En frekvensmultiplikator bestående av en ulineær del og et bandpassfilter

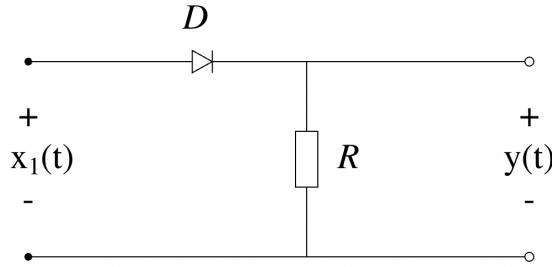
Det er videre ønskelig å undersøke hvor godt systemet fungerer gjennom en SDR-analyse.

## 2 Prinsipiell løsning

I dette notatet benyttes et ulineært system bestående av en diode i kombinasjon med en motstand for å forvrengne et rent sinusformet signal,

$$x_1(t) = A_1 \cos(2\pi ft).$$

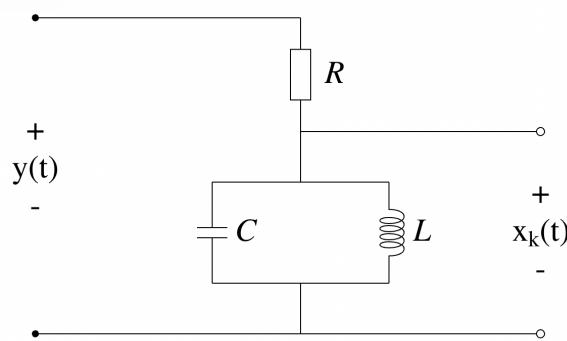
Dioden leder kun for de positive spenningene, slik at den negative delen av signalet blir kuttet bort. Et slikt system ser vi i figur 2.



**Figur 2:** En mulig implementering av et ulineært system ved bruk av en diode og en motstand.

Klippingen som skjer ved at dioden  $D$  bare leder strøm for de positive spenningene, fører til at det dannes et forvrengt signal  $y(t)$ , og resulterer i at overharmoniske komponenter oppstår. Blandt disse overharmoniske komponentene genereres den andre harmoniske ved  $2f$ , som senere kan isoleres med et båndpassfilter.

Etter at den ulineære delen har generert en rekke harmoniske komponenter, brukes båndpassfilteret til å isolere den ønskede komponenten, altså den andre harmoniske. Et mulig oppsett av båndpassfilteret er vist i figur 3.



**Figur 3:** Kretsskjema av en mulig implementering av et bandpassfilter ved bruk av en spole og kondensator.

Filtreringen sikrer at resten av forvrengningen og uønsket støy fjernes fra det endelige signalet.

For å la den ønskede overtonen passere gjennom bandpassfilteret er det nødvindig å regne på komponentveridene. Spolens impedans  $Z_L$  og kondensatorens impedans  $Z_C$  er gitt ved:

$$Z_L = j\omega L, Z_C = \frac{1}{j\omega C}. \quad (1)$$

Resonans oppstår når de imaginære delene kansellerer hverandre, det vil si når

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}. \quad (2)$$

Løsning av (2) gir

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3)$$

Siden vinkelfrekvensen  $\omega$  er relatert til frekvensen  $f$  ved

$$\omega = 2\pi f, \quad (4)$$

får vi uttrykket for resonansfrekvensen

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (5)$$

Dette gir oss de to uttrykkene for kondensatoren og spolen:

$$L = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C} \quad \text{og} \quad C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L}, \quad (6)$$

For å sikre et klarest mulig utgangssignal  $\hat{x}_k$  er det også viktig at kvalitetsfaktoren  $Q$  er høy nok. Dette sikrer at bandpassfilteret er smalt rundt den ønskede resonansfrekvensen, slik at støy minimeres og kun den ønskede frekvensdelen forsterkes. Q-verdien for bandpassfilteret vist i figur 3 er gitt ved [1]:

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (7)$$

Dette gir oss et uttrykk for hvilken verdi motstanden  $R$  skal ha i bandpassfilteret for å oppnå en ønsket Q-verdi:

$$R = Q\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (8)$$

### Signal-to-Distorsjon-Forhold (SDR)

Signal-til-distorsjon-forholdet (SDR) viser hvor stor andel av utgangssignalets effekt som stammer fra den ønskede harmoniske komponenten  $x_k(t)$  sammenlignet med all annen forvrengning. Dersom det målte signalet kan skrives som

$$\hat{x}_k(t) = x_k(t) + d(t),$$

der  $d(t)$  er forvrengningen, defineres effekten til den ønskede komponenten og totaleffekten som

$$P_{x_k} = V_{x_k}^2, \quad P_{\hat{x}_k} = V_{\hat{x}_k}^2,$$

hvor  $V_{x_k}$  og  $V_{\hat{x}_k}$  er spenningene til signalene  $x_k(t)$  og  $\hat{x}_k(t)$ . Forvrengningseffekten blir dermed

$$P_d = P_{\hat{x}_k} - P_{x_k}.$$

SDR uttrykkes som forholdet

$$\text{SDR} = \frac{P_{x_k}}{P_d} = \frac{V_{x_k}^2}{V_{\hat{x}_k}^2 - V_{x_k}^2},$$

og ofte som et desibelnivå

$$\text{SDR}_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left( \frac{V_{x_k}^2}{V_{\hat{x}_k}^2 - V_{x_k}^2} \right). \quad (9)$$

En høy SDR indikerer at signalet i hovedsak består av den ønskede frekvenskomponenten, mens en lav SDR viser betydelig forvrengning.

### 3 Realisering og test

#### Beregning av komponentverdier for båndpassfilter

Det ønskes å konstruere et båndpassfilter som slipper gjennom den andre harmoniske av inngangssignalet, altså  $f_0 = 2 \cdot 2250 \text{ Hz} = 4500 \text{ Hz}$ . Filteret skal bygges med en spole  $L = 105,8 \text{ mH}$ , og en passende Q-verdi. Verdier for kondensatoren  $C$  og motstanden  $R$  må identifiseres, for å oppnå den ønskelige resonansfrekvensen  $f_0$  og Q-faktoren.

I dette notatet er Q-verdien satt til 10. Dette vil gi en båndbredde som er smal nok til å undertrykke de uønskede harmoniske komponentene, samtidig som filteret er bredt nok til å tåle små avvik i frekvens- og komponentverdier [2].

Først settes verdiene for spolen og resonansfrekvensen inn i ligning 6, slik at verdien for kondensatoren blir:

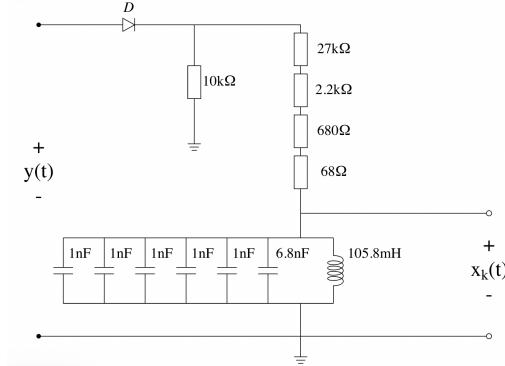
$$C = \frac{1}{(2\pi \cdot 4500)^2 \cdot 0,1058} = 11,8 \text{ nF}$$

Deretter er det ønskelig å regne ut verdien R i båndpassfilteret gjennom ligning 8:

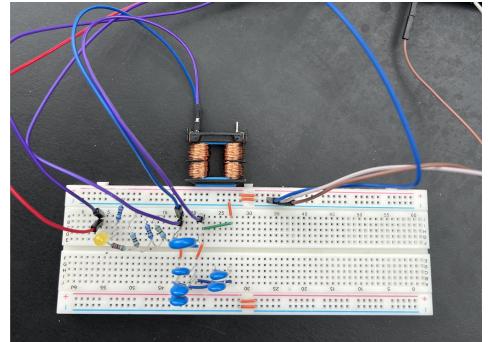
$$R = \frac{10}{\sqrt{\frac{11,8 \cdot 10^{-9}}{0,1058}}} = 29943 \Omega$$

Til slutt er det ønskelig å bestemme verdien til motstanden R i figur 2. Det er viktig at motstanden er høy nok til at den begrenser strømmen gjennom dioden, slik at den ikke overbelastes. Samtidig er det viktig at nok strøm går gjennom dioden, slik at inngangssignalet klippes tilstrekkelig. I dette notatet er det valgt å bruke en motstandsverdi på  $R = 10k\Omega$ .

Figur 4 er et kretsskjema som viser hvordan systemet kan implementeres ved bruk av de utvalgte verdiene på komponentene. Figur 5 viser en realisering av systemet.

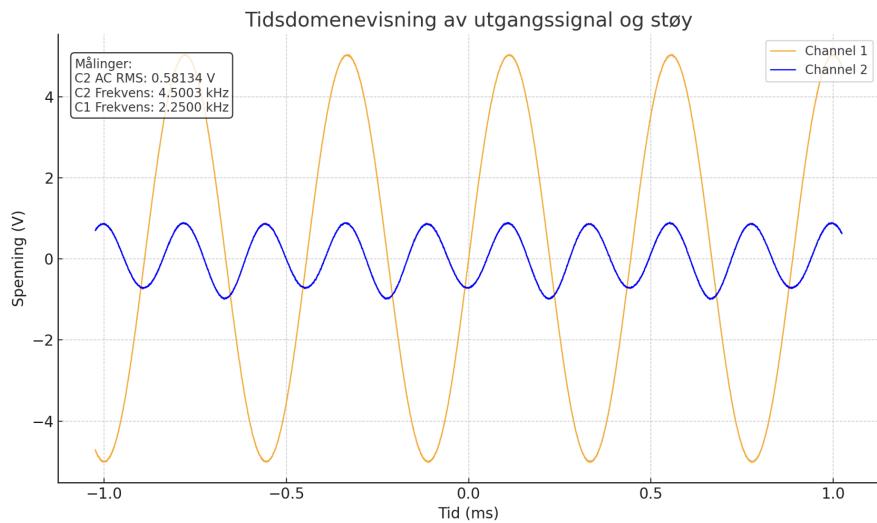


**Figur 4:** kretsskjema som viser hvordan systemet kan implementeres ved bruk av de utvalgte verdiene.



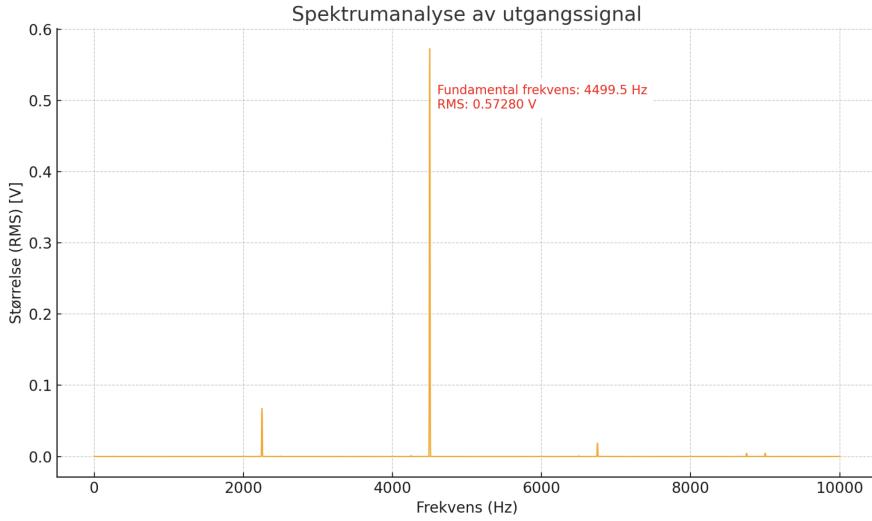
**Figur 5:** Realisering av systemet på et koblingsbrett.

For å finne en SDR-verdi måles RMS-verdiene til det ønskede signalet  $x_k(t)$ , og utgangssignalet fra kretsen vår  $\hat{x}_k(t)$ . Figur 6 viser RMS-verdien til  $\hat{x}_k(t)$ .



**Figur 6:** Graf som viser inngangssignalet (oransj), sammen med utgangssignalet (blått). Til venstre i figuren ser vi RMS-verdien til  $\hat{x}_k(t)$  [3].

Fra figuren ser vi at RMS-verdien til  $\hat{x}_k(t)$  er  $\tilde{V} = 0.5813$ . For å finne RMS-verdien til det ønskede signalet  $x_k(t)$ , bruker vi en spektralanalyse. Dette ser vi i figur 7.



**Figur 7:** Måling av RMS-verdien til  $x_k(t)$  med en spekteranalyse [3].

Fra figuren ser vi at RMS-verdien til  $x_k(t)$  er  $\tilde{V} = 0.5728$ . Settes nå disse to RMS-verdiene inn i formel 9 får vi SDR-verdien

$$\text{SDR[dB]} = 10 \log_{10} \left( \frac{0.5728^2}{0.5813^2 - 0.5728^2} \right) = 15.24 \text{dB}. \quad (10)$$

Det finnes ikke noe enkelt svar på om dette er en tilfredsstillende SDR-verdi, da dette kommer an på hvordan systemet skal anvendes. Det kunne vært ønskelig å få en noe høyere verdi.

Det relative avviket mellom målt frekvens  $f_{\text{målt}} = 4.5003$  kHz fra figur 6 og ønsket frekvens  $f_{\emptyset \text{nsket}} = 4.5000$  kHz kan også beregnes:

$$\delta = \frac{f_{\text{målt}} - f_{\emptyset \text{nsket}}}{f_{\emptyset \text{nsket}}} \times 100\% = \frac{4.5003 - 4.5000}{4.5000} \times 100\% \approx 0.0067\%.$$

Med andre ord var den målte frekvensen omrent 0.0067% høyere enn det ønskede verdien på 4.5000 kHz. Dermed er systemet realisert innenfor rammebetingelsene til problembeskrivelsen.

## 4 Konklusjon

Det er designet og realisert en frekvensmultiplikator somdobler inngangssignalets frekvens. Systemet bruker et ulineært system for å skape harmoniske overtoner, kombinert med et båndpassfilter for å filtrere ut de uønskede overtonene. Systemet er realisert og testet med en inngangsfrekvens på 2250 Hz, og ga et utgangssignal  $\hat{x}_k(t)$  med en frekvens på 4503 Hz. SDR[dB] ble målt til 15.24 dB, og det relative avviket fra ønsket frekvens var 0.0067%.

## Referanser

- [1] Wikipedia, *Q factor – RLC circuits*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Q\\_factor](https://en.wikipedia.org/wiki/Q_factor), accessed 2025-05-16.
- [2] Texas Instruments Incorporated, *High-Q Active Differential Band-Pass Filter Reference Design for Instrumentation Qualification (Reference Design TIDA-01036, TIDUCC9A)*, <https://www.ti.com/lit/pdf/tiducc9a>, accessed 2025-05-16.
- [3] Johnsen, Ruben, *frekvensfordobler-designnotat*, GitHub repository, commit `a1b2c3d`, [https://github.com/rubenJohnsen/Designnotat\\_4](https://github.com/rubenJohnsen/Designnotat_4), accessed 2025-05-16.