

**63.** Seja  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  uma função definida por  $f(x, y) = e^x \sin(y)$ . Utilize a fórmula de Taylor de ordem dois para calcular um valor aproximado de  $e^{0.01} \sin(-0.03)$ .

**64.** Determine e classifique os pontos críticos das funções definidas pelas seguintes expressões:

$$f_1(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$$

$$f_2(x, y) = x^3 + 3xy - y^3$$

$$f_3(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2 + 1}$$

$$f_4(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

**65.** Assumindo que o problema tem solução, determine três reais positivos cuja soma seja 1000 e cujo produto seja máximo.

**66.** Pretende-se construir uma caixa de cartão paralelepipedica (aberta no topo) com uma capacidade de  $32 \text{ cm}^3$ . Assumindo que o problema tem solução, quais devem ser as suas dimensões, de modo a minimizar a quantidade de cartão utilizada?

**67.** Calcule as coordenadas do(s) ponto(s) da superfície esférica centrada na origem e de raio  $r = 6$  que se encontra(m) mais distante(s) do ponto  $M(1, 2, 2)$ . Qual (Quais) o(s) ponto(s) mais próximo(s)?

**68.** Mostre que o valor máximo da função  $f(x, y, z) = x^2 y^2 z^2$  quando sujeita à restrição  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  é igual a  $(R^2/3)^3$ . Deduza a desigualdade:

$$\forall \alpha, \beta, \gamma > 0, \quad (\alpha\beta\gamma)^{\frac{1}{3}} \leq \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3}.$$

(Isto é, a média geométrica de três números é inferior à sua média aritmética.)

**69.** A temperatura de um ponto  $(x, y)$  de uma placa metálica é dada por

$$T(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2.$$

Uma formiga percorre a circunferência centrada em 0 e de raio 5. Qual a maior e a menor temperatura que encontra?

**70.** Qual é o volume do maior paralelepípedo rectangular que pode ser inscrito no elipsóide

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{36} = 1?$$

**71.** Calcule o máximo e o mínimo das funções  $f_i$  nos conjuntos  $D_i$  indicados:

**a.**  $f_1(x, y) = x^2 - 2xy + 5y^2$ ,  $D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$

**b.**  $f_2(x, y) = x + y$ ,  $D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 3y^2 \leq 3\}$

**c.**  $f_3(x, y) = xy(1 - x^2 - y^2)$  no quadrado  $[-1, 1] \times [-1, 1]$