Universidade do Minho
Escola de Ciências
DMAT

Análise Numérica
Lic. Ciências da Computação
2023/2024

Ficha de Exercícios 0 - Iniciação ao MATLAB

Exercício 1

a) Construa, de uma forma simples, os seguintes vetores:

$$u = (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1); \qquad v = (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10);$$

$$x = (0,0.25,0.5,0.75,1); \qquad y = (2,4,6,8,10,12,14,16);$$

$$z = (10,8,6,4,2,0,-2,-4,-6); \qquad w = (0,0,0,0,0,1,1,1,1,1).$$

b) Usando os vetores construídos na alínea anterior, construa os vetores:

$$U = (4,4,4,4,4,4,4,4,4,4); \qquad V = (e^1,e^2,e^3,e^4,e^5,e^6,e^7,e^8,e^9,e^{10});$$

$$X = (1,1.25,1.5,1.75,2); \qquad Y = (4,16,36,64,100,144,196,256);$$

$$Z = (-6,-4,-2,0,2,4,6,8,10); \qquad W = (0,0,0,1,1,1).$$

Exercício 2 Construa o vetor $x = (10,20,30,40,50,60,70,80)$. Indique que vetores se obtêm se efetuarmos cada um dos seguintes comandos:

a) `u=x(1:2:7)` `v=x(7:-2:1)` `w=x([3 4 8 1])`.

b) `x(1:2:7)=0` `x(7:-2:1)=ones(1,4)` `x(1:3)=[ ]`

Exercício 3 O comando `x=linspace(0,100,401)` gera um vetor x com 401 elementos (400 subintervalos) igualmente espaçados no intervalo $[0,100]$. Determine:

a) o 46^o elemento do vetor x;

b) os 10 últimos elementos de x;

c) um vetor com os elementos de ordem ímpar de x.

Exercício 4 Construa, de uma forma simples, as seguintes matrizes:

a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$; b) $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$;

c) $C = [c_{ij}]$, quadrada de ordem 15 e tal que

$$c_{ij} = \begin{cases} 4, & i = j; \\ -1, & i = j-1; \\ 1, & i = j+1; \\ 0, & |i-j| > 1. \end{cases}$$

Exercício 5 Construa, no MATLAB, a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

e obtenha, a partir de A, as seguintes matrizes

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -5 & 4 & 3 \end{bmatrix};$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}; \quad A_5 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}; \quad A_6 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix};$$

$$A_7 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 & 3 & 2 & -1 \\ 1 & -5 & 4 & 1 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_8 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}; \quad A_9 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Exercício 6 Forme, de forma eficiente, a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 25 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

e, a partir dela, construa as matrizes

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 16 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 9 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Exercício 7 Construa, no MATLAB, a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 9 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & 6 \\ 8 & 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

Obtenha e explique o resultado de cada um dos seguintes comandos do MATLAB:

a) `A(1,[2 3])`
b) `A(:,[1 4])`
c) `A(2,:)`
d) `B=A;B(2,:)=5`
e) `l=A(1,:)`
f) `B=A;B(1,:)=[ ]`
g) `B=A(:,[2 2 2])`
h) `C=repmat(A(:,2),1,3)`
i) `s=sum(A)`
j) `st=sum(A')`
k) `sum(A,2)`
l) `A(4:9)`
m) `A(11)`
n) `[l,c]=ind2sub(size(A),11)`
o) `indices=find(A)`
p) `[il,ic]=find(A)`
q) `B=flipud(A)`
r) `R=rot90(A)`

Exercício 8 Defina, no MATLAB, a matriz P de Pascal de ordem 4 e indique os comandos para:

a) construir uma matriz B cujas colunas são as colunas pares da matriz P;
b) calcular o inverso de cada elemento de P;
c) calcular a inversa da matriz P;
d) calcular o quadrado de cada elemento de P.

Exercício 9 Defina, no MATLAB, os vetores $x = (1, 5, 2, 8, 9, 0, 1)$ e $y = (5, 2, 2, 6, 0, 0, 2)$. Execute e explique o resultado dos seguintes comandos:

a) $x > y$
b) $x == y$
c) $x <= y$
d) $x|y$
e) $x\&y$
f) $x\&(\sim y)$
g) $\sim (x\&y)$
h) $(\sim x)|(\sim y)$

Exercício 10 Defina, no MATLAB, os vetores $x = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$ e $y = (3, 1, 5, 6, 8, 2, 9, 4, 7, 0)$. Execute e explique o resultado dos seguintes comandos:

a) $x(x > 5)$
b) $y(x <= 4)$
c) $x((x < 2)|(x >= 8))$
d) $y((x < 2)|(x >= 8))$
e) $y((x < 2)\&(x < 8))$
f) $x(y < 0)$

Exercício 11 Considere a função f definida por $f(x) = \text{sen}(2\pi x)$.

a) Use a função do MATLAB **linspace** para obter uma tabela de valores da função f em 100 pontos igualmente espaçados no intervalo $[0, 1]$. Use o comando **plot** para esboçar o gráfico da função f no intervalo $[0, 1]$.

b) Esboce agora o gráfico da função f no intervalo $[0, 1]$ usando o comando **fplot**.

Exercício 12 Considere as funções f e g definidas por

$$f(x) = \frac{x^2 \text{sen}(x)}{2\pi} \quad \text{e} \quad g(x) = \pi^2 \cos(x).$$

a) Defina, no MATLAB, as funções f e g.

b) Faça uma tabela de valores destas funções para inteiros $x \in [-4, 4]$. Esta tabela deverá ter um formato análogo ao seguinte:

```
x        f(x)          g(x)
------------------------------
-4     1.927e+00     -6.45120
-3    -2.021e-01     -9.77083
-2    -5.789e-01     -4.10720
-1    -1.339e-01      5.33257
 0     0.000e+00      9.86960
 1     1.339e-01      5.33257
 2     5.789e-01     -4.10720
 3     2.021e-01     -9.77083
 4    -1.927e+00     -6.45120
```

c) Apresente, na mesma figura, o gráfico de cada uma das funções, no intervalo $[-4, 4]$. Use cores e estilos diferentes para cada caso e inclua uma legenda e um título.

Exercício 13

a) Utilize o comando `help polyfun` para obter uma lista de funções para operações com polinómios.

b) Defina, no MATLAB, os polinómios $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ e $q(x) = x^3 + 1$ e:

   i. calcule

$$p * q; \quad p'; \quad p(5); \quad [p(1), p(2), p(3)];$$

   ii. determine os zeros de p e q;

   iii. sobreponha os gráficos dos polinómios p e q (no intervalo $[-1, 1]$).

Exercício 14 Escreva uma função **tridiagonal** que, dado o valor de um inteiro positivo n e de dois reais c e d gere uma matriz tridiagonal T de ordem n que tenha o valor d na diagonal principal e o valor c nas diagonais abaixo e acima da diagonal principal.

Exercício 15 Dada uma matriz A, escreva uma *script* para obter a soma de cada coluna de A, usando:

a) a instrução **for**;

b) a função **sum**.

Exercício 16 A seguinte *script* define um vetor b, usando um ciclo **for**.

```
% Define o vetor b=(bi)=sqrt(i); i=1, ..., 10000
% usando um ciclo FOR

clear;
tic;
for i=1:10000
b(i)=sqrt(i);
end
t=toc;
disp([O tempo de execução do ciclo FOR foi ',num2str(t)]);
```

a) Escreva uma versão 'vetorizada' desta *script*.

b) Compare o tempo de execução das duas scripts.

Exercício 17 Chama-se número harmónico a todo o número h_n que possa ser escrito como

$$h_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}.$$

Escreva uma *script* que lhe permita, dado um determinado natural n, encontrar o valor de h_n. O inteiro n deve ser pedido interativamente ao utilizador através do uso da instrução **input**.

Exercício 18

a) Escreva uma função

s=somaprog(r,n)

que calcule a soma de uma progessão geométrica $1+r+r^2+\cdots+r^n$ para r e n variáveis. Teste essa função com os valores de $r = 0.5$ e $n = 10, 20, 100$ e 1000. Tente escrever a sua função da forma o mais vetorizada possível, isto é, sem recurso a ciclos.

b) Faça **help nargin** para obter informação sobre a função pré-definida **nargin**. Utilize **nargin** para poder invocar a sua função apenas com um argumento de entrada, tomando, por defeito, $n = 20$.

Exercício 19 Considere um polinómio p de grau $n-1$

$$p(x) = a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

e suponha que se pretende calcular o seu valor num determinado ponto u.

a) Considere o algoritmo

$p = a_n$
para $k = 1 : n-1$
  $p = p + a_{n-k} * u^k$
fim

Indique o número de adições/subtrações e multiplicações/divisões exigidas por este algoritmo.

b) Considere agora o polinómio escrito na *forma encaixada* ou de *Horner*

$$p(x) = (\cdots((a_1x + a_2)x + a_3)x + \cdots + a_{n-1})x + a_n$$

e o correspondente algoritmo para o cálculo de $p(u)$

$p = a_1$
para $k = 2 : n$
  $p = p * u + a_k$
fim

Indique o número de adições/subtrações e multiplicações/divisões exigidas por este algoritmo.

c) Escreva uma função

```
valpol=horner(a,u)
```

destinada a calcular o valor de um determinado polinómio

$$p(x) = a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$$

num certo ponto u, usando a forma de Horner. Mais precisamente, a sua função deve ter:

- como parâmetros de entrada:
  - um vetor $a = (a_1, \ldots, a_n)$ (coeficientes de um dado polinómio);
  - um escalar u;
- como parâmetro de saída: um escalar

$$valpol = (\cdots((a_1u + a_2)u + a_3)u + \cdots + a_{n-1})u + a_n.$$

d) Modifique convenientemente a função anterior de forma a que ela admita como parâmetro de entrada um determinado vetor $u = (u_1, \ldots, u_m)$, tendo então como parâmetro de saída um vetor $valpol = (p(u_1), \ldots, p(u_m))$ com os valores de p em cada uma das componentes de u.

e) Teste a função **horner** no cálculo de $p([-1, 2, 3])$ com $p(x) = 5x^3 + 7x^2 - 2x + 1$.

Referências

1. *Análise Numérica, um curso prático com MATLAB*, Maria Irene Falcão e Maria Joana Soares, Publicações pedagógicas, DMAT-UM.

2. *Matemática Computacional I: programar em Matlab* (2009/2010), Maria Irene Falcão, Publicações pedagógicas, DMAT-UM. `http://hdl.handle.net/1822/17080`