

# WuS - Lecture Notes Week 11

Ruben Schenk, ruben.schenk@inf.ethz.ch

June 24, 2022

## 1 Konfidenzintervalle

Die Grundidee ist wie folgt: Wie im vorigen Abschnitt suchen wir aus einer Familie  $(\mathbb{P}_\theta)_{\theta \in \Theta}$  von Modellen eines, das zu unseren Daten  $x_1, \dots, x_n$  passt. Ein Schätzer für  $\theta$  gibt uns dabei einen einzelnen zufälligen möglichen Parameterwert. Weil es schwierig ist, mit diesem einen Wert den richtigen Parameter zu treffen, suchen wir nun stattdessen eine **zufällige Teilmenge des Parameterbereichs**, die hoffentlich den wahren Parameter enthält.

### 1.1 Definitionen

Eir reichhaltig sind diese Schätzer? Werfen wir zum Beispiel eine Münze 100 mal, ohne die Wahrscheinlichkeit  $p$  von Kopf zu kennen. Falls wir 70 mal Kopf erhalten, ist der Maximum-Likelihood-Schätzer für  $p$   $T_{ML} = 0.7$ . Wie weit ligt  $T_{ML}$  von dem wahren Wert  $p$  entfernt? Um diese Art von Fragen zu beantworten, führen wir den Begriff der Konfidenzintervalle ein.

**Def:** Sei  $\alpha \in [0, 1]$ . Ein **Konfidenzintervall für  $\theta$  mit Niveau  $1 - \alpha$**  ist ein Zufallsintervall  $I = [A, B]$ , sodass gilt

$$\forall \theta \in \Theta \quad \mathbb{P}_\theta[A \leq \theta \leq B] \geq 1 - \alpha,$$

wobei  $A, B$  Zufallsvariablen der Form  $A = a(X_1, \dots, X_n)$ ,  $B = b(X_1, \dots, X_n)$  mittels  $a, b : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  sind.