

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Trương Thị Thùy Dung

MỘT SỐ BÀI TOÁN TRUYỀN SÓNG
TRONG MÔI TRƯỜNG ĐÀN HỒI PHỨC TẠP

Chuyên ngành: Cơ học vật rắn

Mã số: 9440109.02

DỰ THẢO TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ CƠ HỌC

Hà Nội – 2020

Công trình được hoàn thành tại: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên,
Đại học Quốc gia Hà Nội.

Người hướng dẫn khoa học: 1. TS. Trần Thanh Tuấn
2. GS. TS. Phạm Chí Vĩnh

Phản biện 1:
.....

Phản biện 2:
.....

Phản biện 3:
.....

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng cấp Đại học Quốc gia chấm luận án
tiến sĩ họp tại
vào hồi giờ ngày tháng năm 20.

Có thể tìm hiểu luận án tại:

- Thư viện Quốc gia Việt Nam
- Trung tâm Thông tin - Thư viện, Đại học Quốc gia Hà Nội

MỞ ĐẦU

Tính thời sự của đề tài luận án

Ảnh hưởng của động đất đối với thiên nhiên và con người là rất lớn, cụ thể là nó gây ra chuyển động rung lắc của bề mặt trái đất làm các toà nhà và cầu đường, các công trình,... sụp đổ, gây sạt lở đất, gián tiếp gây nên sóng thần, làm vỡ ống dẫn ga, thiệt hại về người và tài sản. Khi một trận động đất xảy ra, biên độ của sóng đàn hồi từ tâm chấn là xác định. Tuy nhiên, các nhà khoa học chỉ ra rằng ảnh hưởng đáng kể nhất đến sóng địa chấn truyền lên bề mặt trái đất là điều kiện nền, tính chất của địa tầng. Mức độ ảnh hưởng này được miêu tả thông qua *tần số cộng hưởng* của lớp và *hệ số khuếch đại* tương ứng, là những tham số thể hiện ảnh hưởng của điều kiện nền, và tham số này cần thiết trong công tác thiết kế và xây dựng các giải pháp kháng chấn. Việc đánh giá tác động địa chấn của một khu vực là rất quan trọng nhằm dự đoán nguy cơ, tránh các rủi ro và làm giảm thiệt hại sao cho nó ở mức ít nhất.

Trước đây, để đánh giá ảnh hưởng của lớp địa tầng tới sự khuếch đại sóng địa chấn người ta thường dùng phương pháp khoan thăm dò nhằm biết các tính chất cơ học của lớp địa tầng và tính toán trực tiếp hệ số khuếch đại. Tuy nhiên, phương pháp này không khả dụng đối với nhiều lớp địa tầng vì nó có nhược điểm là tốn kém, gây ảnh hưởng đến môi trường, gây ồn và mất nhiều thời gian, do đó khó thực hiện trong những vùng có mật độ dân cư cao. Và việc đánh giá hàm phản ứng của những nền địa tầng nằm dưới những đô thị lớn có ý nghĩa rất quan trọng nên việc tìm ra một phương pháp thay thế phương pháp khoan thăm dò là cần thiết. Một trong các phương pháp gián tiếp thay thế được sử dụng trong một vài thập kỷ gần đây để đánh giá ảnh hưởng của nền địa tầng tới sự khuếch đại dao động của động đất là phương pháp tỷ số H/V (Horizontal to Vertical ratio - tỷ số của phổ biên độ dao động theo phương ngang và phương thẳng đứng của chất điểm trên bề mặt trái đất)

Mục tiêu của luận án

- Luận án phát triển các công thức liên quan đến phương pháp tỷ số H/V cho môi trường có tính chất phức tạp hơn tính chất đẳng hướng. Do các lớp bề mặt của trái đất là môi trường đàn nhớt nên việc tìm công thức cộng hưởng của lớp đàn nhớt và hệ số khuếch đại của nó có ý nghĩa quan trọng. Đó là một mục tiêu của luận án.
- Phương pháp tỷ số H/V ngoài việc được áp dụng trong lĩnh vực địa vật lý thì nó còn có khả năng được sử dụng trong lĩnh vực khoa học vật liệu trong vấn đề đánh giá không phá hủy để tìm hiểu thực trạng của kết cấu. Mục tiêu tiếp theo của luận án là tìm ra công thức tỷ số H/V và công thức xấp xỉ của tần số cộng hưởng đối với lớp trực hướng. Từ

công thức tỷ số H/V thu được, luận án áp dụng vào bài toán ngược là tìm tham số vật liệu của lớp trực hướng từ dữ liệu đo đạc.

- Mục tiêu thứ ba của luận án là tìm công thức tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh truyền trong bán không gian có tính chất micropolar. Công thức này có thể được sử dụng để tìm tham số micropolar của bán không gian trong bài toán ngược.

Đối tượng nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu: Sóng khối SH và sóng mặt Rayleigh truyền trong một số môi trường đàn hồi phức tạp.

Phạm vi nghiên cứu

Luận án nghiên cứu hàm truyền của sóng SH của lớp đàn nhớt và tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh trong môi trường trực hướng, môi trường đàn nhớt và môi trường micropolar.

Phương pháp nghiên cứu

- Phương pháp ma trận chuyển: để tìm công thức hàm phản ứng sóng SH của lớp đàn nhớt và để tìm phương trình tán sắc và tỷ số H/V của sóng Rayleigh trong mô hình bán không gian trực hướng nén được phủ một (hoặc nhiều) lớp trực hướng nén được.

- Phương pháp vector phân cực: để tìm phương trình tán sắc và công thức tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh trong bán không gian đàn hồi micropolar.

Những đóng góp mới của luận án

- Tìm ra công thức tỷ số H/V của sóng Rayleigh trong bán không gian trực hướng nén được phủ một lớp trực hướng nén được.

- Tìm ra công thức xấp xỉ dạng hiện của tần số cộng hưởng của lớp composite trực hướng.

- Tìm ra công thức xấp xỉ của tần số cộng hưởng và hệ số khuếch đại của lớp đàn nhớt đặt trên bán không gian có hệ số cản nhớt.

- Tìm ra phương trình tán sắc và công thức tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh trong bán không gian trực hướng micropolar.

Cấu trúc của luận án

Chương 1. Tổng quan

Chương 2. Công thức tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh trong bán không gian trực hướng phủ một lớp trực hướng.

Chương 3. Công thức xấp xỉ tần số cộng hưởng của lớp composite trực hướng.

Chương 4. Công thức tần số cộng hưởng cơ bản và hệ số khuếch đại của lớp đàn nhớt.

Chương 5. Bài toán truyền sóng mặt Rayleigh trong bán không gian trực hướng micropolar.

CHƯƠNG 1. TỔNG QUAN

Bài toán truyền sóng phẳng gồm hai dạng bài toán chính với nhiều ứng dụng trong thực tế. Đối với bài toán truyền sóng khối (sóng P, sóng S), các vấn đề về phản xạ, khúc xạ của sóng được quan tâm, nhất là tìm hệ số phản xạ và khúc xạ để biết ảnh hưởng của môi trường tác động lên nguồn sóng tới. Đối với bài toán truyền sóng mặt (sóng Rayleigh, sóng Stonely, sóng Lamb), hai đại lượng đặc trưng của nó được quan tâm, đó là vận tốc truyền sóng mặt và sự phân cực của vector dịch chuyển. Việc nghiên cứu các bài toán truyền sóng này để áp dụng giải quyết các bài toán thực tế, ví dụ như vấn đề đánh giá kết cấu không phá hủy. Phương pháp tỷ số H/V là một phương pháp đánh giá không phá hủy và là đối tượng chính được nghiên cứu và phát triển ở trong luận án, cả về mặt lý thuyết và ứng dụng cho các lĩnh vực địa vật lý và lĩnh vực vật liệu.

1.1. Giới thiệu phương pháp tỷ số H/V

Ý tưởng của phương pháp tỷ số H/V lần đầu tiên được đề xuất bởi Nogoshi và Igarashi (1970, 1971), sau đó được phát triển bởi Nakamura (1989, 2000, 2008) và nó được sử dụng chủ yếu trong lĩnh vực địa vật lý. Do hạn chế của những dữ liệu đo đạc của sóng động chất nên phương pháp này sử dụng dữ liệu đo đạc của sóng nhiễu tại những điểm trên bề mặt trái đất. Sóng nhiễu này luôn tồn tại và thông tin đo đạc từ đường cong tỷ số H/V của sóng nhiễu này được sử dụng để biết thông tin về cấu trúc của lớp địa tầng mềm nằm dưới điểm đo đạc, ví dụ như tìm tần số cộng hưởng của lớp địa tầng mềm và giá trị của hệ số khuếch đại tương ứng.

Thông qua các dữ liệu đo đạc thực tế và các kết quả mô phỏng số, hiện có hai cách hiểu chính về đường cong đo đạc của phổ tỷ số H/V này. Cách hiểu thứ nhất là theo quan điểm của Nakamura, nghĩa là đường cong này có thể coi là đường cong hàm phản ứng sóng SH của lớp khi sóng SH đi từ bán không gian theo phương vuông góc với lớp và truyền năng lượng lên lớp địa tầng. Cách hiểu thứ hai từ quan điểm của một số nhà khoa học khác (ví dụ như, Field và Jacob (1993); Mucciarelli (1998); Bard (1998); Parolai và các cộng sự (2001)) khi cho rằng nó là đường cong ellipticity (cũng gọi là đường cong tỷ số H/V) của mode cơ bản của sóng mặt Rayleigh nếu độ cứng của lớp là nhỏ so với độ cứng của lớp đá địa tầng bên dưới (bán không gian). Nếu theo cách hiểu thứ nhất thì thông tin đo đạc được (tần số và biên độ điểm cực đại) của đường cong phổ H/V cho chúng ta trực tiếp giá trị tần số cộng hưởng của lớp và hệ số khuếch đại cực đại mà lớp gây ra khi có động đất. Nếu hiểu theo cách thứ hai (theo quan điểm sóng Rayleigh) thì thông tin tần số cộng hưởng và hệ số khuếch đại phải được tính

toán thông qua mối liên quan giữa bài toán truyền sóng khối SH và bài toán truyền sóng mặt Rayleigh.

1.2. Tình hình nghiên cứu về phương pháp tỷ số H/V và các vấn đề luận án nghiên cứu giải quyết

Theo ý tưởng của Nakamura thì đường cong phổ H/V đo đặc của nhiều động là đường cong phổ phản ứng sóng SH đi từ bán không gian lên vuông góc với lớp bề mặt. Khi đó điểm cực đại của đường cong phổ đo đặc chính là điểm cực đại của đường cong phổ SH. Do đó tần số điểm cực đại đường cong đo đặc đó chính là tần số cộng hưởng của lớp và giá trị phổ tỷ số H/V tại tần số đó là hệ số khuếch đại cực đại của lớp. Với quan điểm này thì trong mô hình đơn giản gồm chỉ một lớp đặt trên bán không gian, lý thuyết truyền sóng khối SH cho công thức của tần số cộng hưởng (resonance frequency) là

$$f_r = \frac{V_S}{4h} \quad (1)$$

trong đó V_S là vận tốc truyền sóng SH trong lớp và h là độ dày của lớp. Giá trị của đường cong phổ phản ứng sóng SH tại tần số cộng hưởng là

$$A = \frac{I_{HS}}{I_L} \quad (2)$$

trong đó, I_{HS} và I_L tương ứng là giá trị trở kháng của bán không gian và của lớp với $I = \rho V_S$. Các ký hiệu HS và L tương ứng để ký hiệu cho bán không gian (half-space) và lớp bề mặt (layer).

Theo quan điểm sóng mặt thì đường cong phổ tỷ số tỷ số H/V đo đặc phải được coi là đường cong của phổ tỷ số H/V của mode cơ bản của sóng mặt Rayleigh. Với giả thiết độ cứng của bán không gian lớn hơn nhiều độ cứng của các lớp địa tầng bề mặt thì hai quan điểm trên cung cấp các giá trị của tần số cộng hưởng rất gần nhau và đã được chỉ ra khi xét các bộ dữ liệu trong những trận động đất trong quá khứ và khi xét các dữ liệu mô phỏng trong một số bài báo như Field và Jacob (1993); Mucciarelli (1998); Bard (1998); Parolai và các cộng sự (2001).

Về mặt lý thuyết, vấn đề trên được chứng minh đối với mô hình đơn giản một lớp trên bán không gian trong Malischesky (2008) và các cộng sự, Trần Thanh Tuấn (2011). Khi khảo sát phổ đường cong ellipticity (cũng được gọi là phổ đường cong tỷ số H/V) của mode cơ bản của sóng mặt Rayleigh, giá trị tần số của điểm cực đại f_p (peak frequency) có giá trị xấp xỉ

$$f_p = \frac{V_S}{4h} \quad (3)$$

khi độ cứng của bán không gian lớn hơn nhiều độ cứng của lớp. Giá trị trên cũng chính là giá trị của tần số cộng hưởng của lớp.

Mối liên hệ (1) hay (3) được gọi là nguyên lý một phần tư bước sóng, nghĩa là độ dày của lớp bằng một phần tư giá trị bước sóng của sóng truyền với tần số là tần số cộng hưởng.

Theo quan điểm của Nakamura, bài toán truyền sóng SH trong mô hình trên được xét đến để tìm giá trị của tần số cộng hưởng. Bài toán này liên quan đến bài toán phản xạ và khúc xạ của sóng khối SH và công thức dạng hiện của hệ số phản xạ và khúc xạ trong mô hình phân lớp phức tạp này được đưa ra lần đầu tiên trong Vinh và các cộng sự vào năm 2014. Bằng cách sử dụng công thức này, công thức dạng hiện của hàm phản ứng của lớp composite đẳng hướng đã được tìm ra và được sử dụng để tìm công thức tần số cộng hưởng (Tuấn, 2016):

$$f_r = \frac{\bar{V}_S}{4h} \sqrt{1 - \tilde{I}^2}. \quad (4)$$

Công thức này có dạng nguyên lý một phần tư bước sóng (1) với giá trị vận tốc sóng ngang V_S của lớp được thay bằng giá trị vận tốc sóng trung bình \bar{V}_S của các lớp composite được tính theo công thức sau:

$$\bar{V}_S = \frac{h}{\sqrt{2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\rho_i}{\rho_j V_j^2} h_i h_j + \sum_{i=1}^n \frac{h_i^2}{V_i^2}}} \quad (5)$$

trong đó $\rho_i (i = \overline{1, n})$ là khối lượng riêng của các lớp, $V_i, h_i (i = \overline{1, n})$ là các vận tốc sóng ngang và độ dày của n lớp và $h = h_1 + h_2 + \dots + h_n$ là tổng độ dày của tất cả các lớp. Công thức này được gọi là vận tốc trung bình động lực học do được nhận từ bài toán truyền sóng và để phân biệt với các công thức trung bình toán học, ví dụ như công thức trung bình điều hòa. Trong công thức (4), $\tilde{I} = \bar{\rho} \bar{V}_S / \rho_{HS} V_{HS}$ là tỷ lệ trở kháng trung bình của lớp và bán không gian, với $\bar{\rho}$ là khối lượng riêng trung bình của các lớp được tính bởi

$$\bar{\rho} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n \rho_i h_i. \quad (6)$$

Theo quan điểm sóng mặt Rayleigh, bài toán truyền sóng mặt Rayleigh trong mô hình lớp composite đẳng hướng có đáy bị ngàm được xét trong Trần Thanh Tuấn và các cộng sự (2016). Mô hình này là mô hình tối hạn của mô hình lớp composite đặt trên bán không gian khi độ cứng của bán không gian tiến ra vô cùng. Công thức tần số cực đại của đường cong tỷ số H/V của mode cơ bản của sóng mặt Rayleigh được tìm ra và có dạng:

$$f_p = \frac{\bar{V}_S}{4h}. \quad (7)$$

Từ hai công thức (4) và (7) ở trên chúng ta có thể thấy rằng khi giá trị trở kháng của bán không gian rất lớn (nghĩa là $\tilde{I} \rightarrow 0$) thì ta có $f_p = f_r$. Điều đó có nghĩa là giả thiết của phương pháp tỷ số H/V vẫn đúng đối với mô hình nhiều lớp đẳng hướng.

Các kết quả trên là những kết quả nghiên cứu lý thuyết mới nhất liên quan đến phương pháp tỷ số H/V nhưng vẫn chỉ mới dừng lại ở trường hợp vật liệu đẳng hướng. Nội dung chính của luận án là phát triển các kết quả trên cho các mô hình với vật liệu có tính chất phức tạp hơn tính chất đẳng hướng, ví dụ như tính trục hướng, tính nhớt và tính micropolar. Do có hai cách hiểu về phương pháp tỷ số H/V nên luận án tập trung vào hai bài toán bài toán truyền sóng khối SH và bài toán truyền sóng mặt Rayleigh trong một số mô hình khác nhau.

CHƯƠNG 2. CÔNG THỨC TỶ SỐ H/V CỦA SÓNG MẶT RAYLEIGH TRONG BÁN KHÔNG GIAN TRỤC HƯỚNG PHỦ MỘT LỚP TRỤC HƯỚNG

Nội dung chương 2 là khảo sát bài toán truyền sóng mặt Rayleigh trong mô hình một lớp trục hướng nén được phủ trên một bán không gian trục hướng nén được. Mục tiêu là tìm công thức dạng hiển của tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh trong mô hình này bằng phương pháp ma trận chuyển và điều kiện biên hiệu dụng. Và tính toán số áp dụng công thức mới nhận được trong bài toán ngược để đi xác định tính chất vật liệu của lớp phủ từ các dữ liệu đo đạc phổ tỷ số H/V giả định.

2.1. Ma trận chuyển của lớp

Xét một lớp trục hướng có độ dày là h chiếm miền không gian $-h \leq x_2 \leq 0$. Xét bài toán truyền sóng của sóng mặt Rayleigh truyền theo hướng x_1 với vận tốc sóng c , số sóng k và tắt dần theo hướng x_2 . Ma trận (vuông cấp 4) \mathbf{T} được gọi là ma trận chuyển của lớp, nếu nó liên hệ các vector biên độ chuyển dịch-ứng suất tại hai đáy $x_2 = a$ và $x_2 = b$ bởi đẳng thức sau:

$$\bar{\xi}(a) = \mathbf{T}\bar{\xi}(b) \quad (8)$$

trong đó $\bar{\xi}(\cdot) = [\bar{U}_1(\cdot) \bar{U}_2(\cdot) \bar{\Sigma}_1(\cdot) \bar{\Sigma}_2(\cdot)]^T$ là vector biên độ chuyển dịch-ứng suất. Ma trận \mathbf{T} là ma trận chuyển cho lớp trục hướng nén được và nó có dạng

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & \mathbf{T}_2 \\ \mathbf{T}_3 & \mathbf{T}_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

với

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \frac{[\bar{\gamma}; \text{ch}\varepsilon]}{[\bar{\gamma}]} & \frac{-i[\bar{\beta}; \text{sh}\varepsilon]}{[\bar{\alpha}; \bar{\beta}]} \\ -i[\bar{\gamma}; \bar{\alpha}\text{sh}\varepsilon] & \frac{[\bar{\alpha}\text{ch}\varepsilon; \bar{\beta}]}{[\bar{\alpha}; \bar{\beta}]} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \frac{-[\bar{\alpha}; \text{sh}\varepsilon]}{[\bar{\alpha}; \bar{\beta}]} & \frac{-i[\text{ch}\varepsilon]}{[\bar{\gamma}]} \\ -i\bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_2[\text{ch}\varepsilon] & \frac{-[\bar{\alpha}\text{sh}\varepsilon]}{[\bar{\gamma}]} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} \frac{-[\bar{\gamma}; \bar{\beta}\text{sh}\varepsilon]}{[\bar{\gamma}]} & \frac{-i\bar{\beta}_1\bar{\beta}_2[\text{ch}\varepsilon]}{[\bar{\alpha}; \bar{\beta}]} \\ -i\bar{\gamma}_1\bar{\gamma}_2[\text{ch}\varepsilon] & \frac{[\bar{\beta}; \bar{\gamma}\text{sh}\varepsilon]}{[\bar{\alpha}; \bar{\beta}]} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_4 = \mathbf{T}_1^T,$$

trong đó $\varepsilon_n = \varepsilon \bar{b}_n$, $n = 1, 2$, $\varepsilon = kh$ và $[\text{ch}\varepsilon] = \text{ch}\varepsilon_2 - \text{ch}\varepsilon_1$, $[\bar{\alpha}\text{ch}\varepsilon] = \bar{\alpha}_2\text{ch}\varepsilon_2 - \bar{\alpha}_1\text{ch}\varepsilon_1$, $[\bar{\alpha}; \bar{\alpha}\text{sh}\varepsilon] = \bar{\alpha}_2\bar{\beta}_1\text{ch}\varepsilon_1 - \bar{\alpha}_1\bar{\beta}_2\text{sh}\varepsilon_2, \dots$ và các đại lượng $\bar{\alpha}_k$ và \bar{b}_k được cho bởi

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_k &= -\frac{(\bar{c}_{12} + \bar{c}_{66})\bar{b}_k}{\bar{c}_{22}\bar{b}_k^2 - \bar{c}_{66} + \bar{X}}, \quad k = 1, 2, \quad \bar{X} = \bar{\rho}c^2, \\ \bar{\beta}_k &= \bar{c}_{66}(\bar{b}_k - \bar{\alpha}_k), \quad \bar{\gamma}_k = \bar{c}_{12} - \bar{c}_{22}\bar{b}_k\bar{\alpha}_k, \quad k = 1, 2, \\ \bar{b}_1 &= \sqrt{\frac{\bar{S} + \sqrt{\bar{S}^2 - 4\bar{P}}}{2}}, \quad \bar{b}_2 = \sqrt{\frac{\bar{S} - \sqrt{\bar{S}^2 - 4\bar{P}}}{2}} \\ \bar{S} &= \frac{\bar{c}_{22}(\bar{c}_{11} - \bar{X}) + \bar{c}_{66}(\bar{c}_{66} - \bar{X}) - (\bar{c}_{12} + \bar{c}_{66})^2}{\bar{c}_{22}\bar{c}_{66}} \\ \bar{P} &= \frac{(\bar{c}_{11} - \bar{X})(\bar{c}_{66} - \bar{X})}{\bar{c}_{22}\bar{c}_{66}} \end{aligned} \quad (11)$$

Ma trận \mathbf{T} này sẽ được dùng để nhận được công thức tỷ số H/V.

2.2. Công thức tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh

Công thức tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh được tìm bằng kỹ thuật điều kiện biên hiệu dụng trong đó ảnh hưởng của lớp trực hướng sẽ được thay thế bằng một điều kiện biên thuần nhất trên mặt của bán không gian. Sau đó điều kiện biên này sẽ được dùng trong bài toán sóng mặt Rayleigh của mô hình chỉ gồm bán không gian và chúng ta có thể nhận được phương trình tán sắc và công thức tỷ số H/V của bài toán đối với mô hình một lớp đặt trên bán không gian.

2.2.1. Điều kiện biên hiệu dụng

Xét bán không gian trực hướng nén được nằm trong miền không gian $x_2 \geq 0$ được phủ một lớp mỏng trực hướng nén được với độ dày h nằm trong miền $-h \leq x_2 \leq 0$. Giả sử rằng lớp và bán không gian là gắn chặt và bề mặt của lớp ($x_2 = -h$) là tự do đối với ứng suất.

Áp dụng (8) với $a = -h$, $b = 0$ kết hợp với điều kiện tự do đối với ứng

suất tại $x_2 = -h$ của mặt trên của lớp $\bar{\sigma}_{12}(-h) = \bar{\sigma}_{22}(-h) = 0$, ta có

$$\mathbf{T}_3 \bar{\mathbf{U}}(0) + \mathbf{T}_4 \bar{\mathbf{\Sigma}}(0) = 0, \quad (12)$$

trong đó $\bar{\mathbf{\Sigma}}(\cdot) = [\bar{\Sigma}_1(\cdot) \ \bar{\Sigma}_2(\cdot)]^T$, $\bar{\mathbf{U}}(\cdot) = [\bar{U}_1(\cdot) \ \bar{U}_2(\cdot)]^T$.

Do liên kết giữa lớp và bán không gian là gắn chặt, chuyển vị và ứng suất liên tục tại mặt phân chia $x_2 = 0$ nên $\bar{\mathbf{U}}(0) = \mathbf{U}(0)$, $\bar{\mathbf{\Sigma}}(0) = \mathbf{\Sigma}(0)$. Do đó, từ phương trình (12), ta có

$$\mathbf{T}_3 \mathbf{U}(0) + \mathbf{T}_4 \mathbf{\Sigma}(0) = 0. \quad (13)$$

Phương trình (13) thể hiện ảnh hưởng của lớp lên bán không gian và được gọi là điều kiện biên hiệu dụng. Hơn nữa, từ phương trình (8) với $a = -h$, $b = 0$ và điều kiện liên tục tại $x_2 = 0$, ta có vector biên độ chuyển dịch tại mặt trên của lớp có dạng

$$\bar{\mathbf{U}}(-h) = \mathbf{T}_1 \mathbf{U}(0) + \mathbf{T}_2 \mathbf{\Sigma}(0). \quad (14)$$

Công thức này sẽ được dùng để đi tìm công thức tỷ số H/V.

2.2.2. Công thức tỷ số H/V

Xét sóng Rayleigh truyền trong mô hình bán không gian $x_2 \geq 0$ chịu ảnh hưởng bởi điều kiện biên (13).

Tỷ số H/V là tỷ số biên độ chuyển dịch theo phương ngang và phương thẳng đứng của phần tử tại bề mặt trên của lớp. Do đó, ta có

$$\chi := \left| \frac{\bar{U}_1(-h)}{\bar{U}_2(-h)} \right|. \quad (15)$$

Sau đó dùng một số phép biến đổi, ta nhận được công thức tỷ số H/V sau

$$\chi = \frac{A_0 + A_1 \text{ch}\varepsilon_1 \text{ch}\varepsilon_2 + A_2 \text{sh}\varepsilon_1 \text{sh}\varepsilon_2 + A_3 \text{ch}\varepsilon_1 \text{sh}\varepsilon_2 + A_4 \text{sh}\varepsilon_1 \text{ch}\varepsilon_2}{B_1 \text{ch}\varepsilon_1 \text{ch}\varepsilon_2 + B_2 \text{sh}\varepsilon_1 \text{sh}\varepsilon_2 + B_3 \text{ch}\varepsilon_1 \text{sh}\varepsilon_2 + B_4 \text{sh}\varepsilon_1 \text{ch}\varepsilon_2}, \quad (16)$$

trong đó

$$\begin{aligned} A_0 &= -\bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 (\bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_2) [\alpha] + (2\bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 + \bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_1 \bar{\gamma}_2 + \bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_2 \bar{\gamma}_1) [\beta] + \\ &\quad + (\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_1 + \bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_2) [\gamma; \beta], \\ A_1 &= -A_0 + [\bar{\alpha}; \bar{\beta}] [\bar{\gamma}] [\beta], \\ A_2 &= -(\bar{\beta}_2^2 \bar{\gamma}_1 + \bar{\beta}_1^2 \bar{\gamma}_2) [\alpha] + (\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 \bar{\gamma}_1 + \bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{\gamma}_2 + \bar{\beta}_1^2 + \bar{\beta}_2^2) [\beta] + \\ &\quad + (\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 + \bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2) [\gamma; \beta], \\ A_3 &= \bar{\beta}_1 [\bar{\gamma}] [\alpha; \beta] - \bar{\beta}_2 [\bar{\alpha}; \bar{\beta}] [\gamma], \quad A_4 = -\bar{\beta}_2 [\bar{\gamma}] [\alpha; \beta] + \bar{\beta}_1 [\bar{\alpha}; \bar{\beta}] [\gamma], \end{aligned} \quad (17)$$

và

$$\begin{aligned} B_1 &= [\bar{\alpha}; \bar{\beta}] [\bar{\gamma}] [\alpha; \beta], \quad B_2 = [\bar{\alpha}; \bar{\beta}]^2 [\gamma], \\ B_3 &= [\bar{\alpha}; \bar{\beta}] [\bar{\beta}_2 \bar{\gamma}_1 - (\bar{\alpha}_2 \bar{\gamma}_1 + \bar{\beta}_2) [\alpha] - \bar{\alpha}_2 [\gamma; \beta]], \\ B_4 &= [\bar{\alpha}; \bar{\beta}] [-\bar{\beta}_1 \bar{\gamma}_2 + (\bar{\alpha}_1 \bar{\gamma}_2 + \bar{\beta}_1) [\alpha] + \bar{\alpha}_1 [\gamma; \beta]]. \end{aligned} \quad (18)$$

2.3.3. Trường hợp đẳng hướng

Bằng cách thực hiện một số biến đổi, công thức tỷ số H/V (16) có thể đưa về dạng công thức tỷ số H/V trong trường hợp đẳng hướng của Malischewsky và Scherbaum cho trường hợp vật liệu nén được.

$$\chi = f_{12} f_3 \quad (19)$$

trong đó

$$f_{12} = \frac{\bar{\beta}_2}{\bar{\gamma}_2 [\bar{\beta}; \bar{\alpha}]} \quad (20)$$

và

$$f_3 = \frac{\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \text{ch}\varepsilon_1 \text{ch}\varepsilon_2 + \tilde{A}_2 \text{sh}\varepsilon_1 \text{sh}\varepsilon_2 + \tilde{A}_3 \text{ch}\varepsilon_1 \text{sh}\varepsilon_2 + \tilde{A}_4 \text{sh}\varepsilon_1 \text{ch}\varepsilon_2}{\tilde{A}_4 \text{ch}\varepsilon_1 \text{ch}\varepsilon_2 + \tilde{A}_3 \text{sh}\varepsilon_1 \text{sh}\varepsilon_2 + \tilde{A}_2 \text{ch}\varepsilon_1 \text{sh}\varepsilon_2 + \tilde{A}_1 \text{sh}\varepsilon_1 \text{ch}\varepsilon_2} \quad (21)$$

trong đó

$$\begin{aligned} \tilde{A}_0 &= \bar{\beta}_1 (-\bar{\beta}_2 \bar{\gamma}_2 [\alpha] + (\bar{\beta}_2 + \bar{\alpha}_2 \bar{\gamma}_2) [\beta] + \bar{\alpha}_2 [\gamma; \beta]), \\ \tilde{A}_1 &= \bar{\beta}_2 (\bar{\beta}_1 \bar{\gamma}_2 [\alpha] - (\bar{\beta}_1 + \bar{\alpha}_1 \bar{\gamma}_2) [\beta] - \bar{\alpha}_1 [\gamma; \beta]), \\ \tilde{A}_2 &= \bar{\beta}_2 (-\bar{\beta}_2 \bar{\gamma}_1 [\alpha] + (\bar{\beta}_2 + \bar{\alpha}_2 \bar{\gamma}_1) [\beta] + \bar{\alpha}_2 [\gamma; \beta]), \\ \tilde{A}_3 &= -\bar{\beta}_2 [\bar{\alpha}; \bar{\beta}] [\gamma], \quad \tilde{A}_4 = -\bar{\beta}_2 [\bar{\gamma}] [\alpha; \beta]. \end{aligned} \quad (22)$$

2.4. Tính toán minh họa số và bài toán ngược đánh giá tính chất cơ học của lớp trực hướng

Phương trình tán sắc và tỷ số H/V phụ thuộc vào 8 tham số không thứ nguyên đó là e_i , \bar{e}_i ($i = 1, 3$) và r_μ , r_ν . Để khảo sát số, ta xét các tham số thông qua các hằng số đàn hồi kỹ thuật bằng mối liên hệ

$$\alpha = \frac{c_{22}}{c_{11}} = \frac{\nu_{21}}{\nu_{12}}, \quad \delta = 1 - \frac{c_{12}^2}{c_{11} c_{22}} = 1 - \nu_{12} \nu_{21}, \quad \gamma = \frac{c_{66}}{c_{11}} = \delta \frac{G_{12}}{E_1} \quad (23)$$

trong đó ν_{12} và ν_{21} là các hệ số Poisson trong mặt phẳng (x_1, x_2) , G_{12} là modul cắt trong mặt phẳng (x_1, x_2) và E_1 là modul Young theo hướng x_1 . Từ đó, ta có mối liên hệ giữa tham số mới và tham số cũ của lớp và bán không gian như sau

$$\alpha = \frac{e_2}{e_1}, \quad \gamma = \frac{1}{e_1}, \quad \delta = 1 - \frac{e_3^2}{e_1 e_2}$$

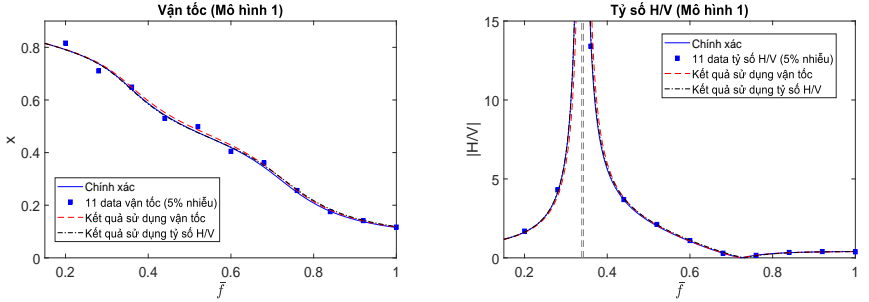
và

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{\bar{e}_1 \bar{e}_2}, \bar{\gamma} = \frac{1}{\bar{e}_1}, \bar{\delta} = 1 - \frac{\bar{e}_2 \bar{e}_3^2}{\bar{e}_1}, \quad (24)$$

Xét mô hình một lớp vật liệu trực hướng đặt trên bán không gian đẳng hướng với các tham số cho như sau

$$\bar{\alpha} = 2, \alpha = 1, \bar{\gamma} = 0.0782, \gamma = 0.2368, \bar{\delta} = 0.5, \delta = 0.7228 \quad (25)$$

và tỷ số giữa khối lượng riêng và vận tốc sóng ngang giữa lớp và bán không gian là $r_d = \bar{\rho}/\rho = 0.7391$ và $r_s = \bar{c}_2/c_2 = 0.2473$.



Hình 1: Bài toán ngược cho mô hình 1: $\bar{\alpha} = 2$ và $\bar{\delta} = 0.5$

Hình vẽ 1 biểu thị đường cong tán sắc và tỷ số H/V của mô hình kết quả của bài toán ngược khi áp dụng cho mô hình 1 ($\bar{\alpha} = 2$ và $\bar{\delta} = 0.5$). Trong trường hợp này, dữ liệu đầu vào giả định được thực hiện với nhiễu 5%. Thuật toán genetic trong MATLAB R2018a được dùng để tìm điểm cực tiểu toàn cục của hàm mục tiêu trong miền $1.5 \leq \bar{\alpha} \leq 2.5$ và $0.3 \leq \bar{\delta} \leq 0.7$. Đối với mô hình 1, ta thu được $\bar{\alpha}_{inv} = 2.0402$ và $\bar{\delta}_{inv} = 0.5002$ với sai số tương đối so với giá trị chính xác tương ứng là 2.1% và 0.1%. Khi sử dụng dữ liệu tỷ số H/V là dữ liệu đầu vào, bài toán ngược cho kết quả $\bar{\alpha}_{inv} = 2.0394$ và $\bar{\delta}_{inv} = 0.4963$ với sai số tương đối tương ứng là 2.0% và 0.7%. Ta có thể thấy rằng bài toán ngược cho kết quả với độ chính xác khá là giống nhau nhau khi sử dụng tỷ số H/V hoặc vận tốc làm giá trị đầu vào.

2.5. Kết luận chương

Trong chương này, bài toán truyền sóng Rayleigh trong lớp trực hướng nén được được phủ một lớp mỏng trực hướng nén được đã được nghiên cứu. Luận án đã thiết lập công thức chính xác của sóng Rayleigh bằng cách sử dụng ma trận chuyển cho lớp trực hướng nén được và kỹ thuật điều kiện biên hiệu dụng. Luận án thu được công thức tỷ số H/V dạng hiện và có thể chuyển về công thức của Malischewsky và Scherbaum

cho trường hợp nén được. Một số tính toán số minh họa cho các bài toán ngược cho thấy rằng công thức nhận được của tỷ số H/V là công cụ tốt để đánh giá tính chất cơ học của lớp phủ trong bài toán ngược.

CHƯƠNG 3. CÔNG THỨC XẤP XỈ TẦN SỐ CỘNG HƯỞNG CỦA LỚP COMPOSITE TRỰC HƯỚNG

Chương 3 khảo sát bài toán truyền sóng mặt Rayleigh trong một lớp composite trực hướng có đáy bị ngàm. Mục tiêu của chương là thiết lập một công thức xấp xỉ cho tần số cực đại của đường cong tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh truyền trong mô hình này bằng phương pháp ma trận chuyển của lớp trực hướng.

3. 1. Bài toán

Xét một lớp composite gồm N lớp trực hướng, giả sử lớp thứ N bị ngàm và lớp trên cùng với mặt tự do, các lớp gắn chặt với nhau và có hướng chính vật liệu trùng nhau. Sóng Rayleigh được truyền theo hướng x_1 và tắt dần theo hướng x_2 , độ dày của lớp composite bằng tổng độ dày của các lớp thành phần $h = h_1 + h_2 + \dots + h_N$.

Xét lớp thứ j có độ dày h_j , mối liên hệ giữa vector chuyển dịch-ứng suất $\xi(x_2) = [U_1 \ U_2 \ \Sigma_1 \ \Sigma_2]^T(x_2)$ tại bề mặt ($x_2 = 0$) và tại đáy ($x_2 = h_j$) của lớp được tính thông qua ma trận chuyển

$$\xi(\text{bề mặt}) = \mathbf{T}^{(j)} \xi(\text{đáy}). \quad (26)$$

Ma trận chuyển (được trình bày trong chương 2) và có dạng

$$\mathbf{T}^{(j)} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}_1^{(j)} & \mathbf{T}_2^{(j)} \\ \mathbf{T}_3^{(j)} & \mathbf{T}_4^{(j)} \end{pmatrix} \quad (27)$$

trong đó, các ma trận thành phần của ma trận chuyển \mathbf{T}_m của lớp thứ m có dạng như công thức đã được trình bày trong Chương 2.

Mối liên hệ giữa vector chuyển dịch-ứng suất tại bề mặt tự do và tại đáy bị ngàm của lớp có dạng

$$\xi(0) = \mathbf{T} \xi(h), \quad (28)$$

trong đó \mathbf{T} là ma trận chuyển toàn cục và là tích của tất cả các ma trận chuyển địa phương của N lớp và được biểu diễn dưới dạng

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^{(N)} \dots \mathbf{T}^{(2)} \mathbf{T}^{(1)}. \quad (29)$$

Thay hai vector chuyển dịch-ứng suất tại hai bề mặt của lớp (28) ta thu được phương trình tán sắc của sóng mặt Rayleigh dùng để xác định vận tốc truyền sóng c

$$T_{33}T_{44} - T_{34}T_{43} = 0, \quad (30)$$

Tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh được định nghĩa là tỷ số biên độ chuyển dịch theo phương ngang và phương thẳng đứng của các phần tử tại bề mặt tự do của tấm composite và có dạng

$$\chi = \left| \frac{U_1(0)}{U_2(0)} \right| = \left| \frac{T_{13}\Sigma_1(h) + T_{14}\Sigma_2(h)}{T_{23}\Sigma_1(h) + T_{24}\Sigma_2(h)} \right|. \quad (31)$$

Sử dụng phương trình (28) và điều kiện ngàm tại đáy, ta thu được công thức tỷ số H/V

$$\chi = \left| \frac{-T_{13}T_{44} + T_{14}T_{43}}{-T_{23}T_{44} + T_{24}T_{43}} \right|. \quad (32)$$

3.2. Phương trình xác định tần số tới hạn

Để xác định tần số cực đại (điểm kì dị) của tỷ số H/V của sóng Rayleigh cho mode cơ bản, ta tìm tần số tới hạn của mode cơ bản bằng cách xác định tần số thấp nhất mà tại đó vận tốc tiến ra vô cùng.

Khi $c \rightarrow \infty$, phương trình tán sắc (30) trở thành

$$T_{33}T_{44} = 0 \quad (33)$$

do số hạng $T_{34}T_{43}$ có bậc $1/c^2$, tiến về 0 khi $c \rightarrow \infty$ nên được bỏ qua. Phương trình này dùng để xác định tần số tới hạn và tần số tại điểm kì dị.

3.2.1. Mô hình một lớp thành phần

Phương trình xác định tần số tới hạn của sóng Rayleigh (33) trở thành

$$T_{33}T_{44} = \cos \bar{\varepsilon}_2 \cos \bar{\varepsilon}_1 = 0. \quad (34)$$

Nghiệm của phương trình $T_{33} = \cos \bar{\varepsilon}_2 = 0$ có dạng

$$\frac{fh}{c_2} = \frac{1}{4} + \frac{n}{2}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (35)$$

trong đó $c_2 = \sqrt{c_{66}/\rho}$ là vận tốc của sóng SH truyền trong lớp.

Nghiệm của phương trình $T_{44} = \cos \bar{\varepsilon}_1 = 0$ là

$$\frac{fh}{c_2\sqrt{e_2}} = \frac{1}{4} + \frac{l}{2}, \quad (l = 0, 1, 2, \dots) \quad (36)$$

và là tần số tới hạn của mode phản đối xứng.

3.2.2. Mô hình lớp composite nhiều lớp thành phần

Phương trình xác định tần số tới hạn của mô hình trục hướng như sau:

$$1 + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_j (2\pi f)^{2j} = 1 - I_1 (2\pi f)^2 + I_2 (2\pi f)^4 - \dots = 0. \quad (37)$$

Phương trình xấp xỉ của (37) có dạng

$$1 - I_1(2\pi f)^2 = 0 \quad (38)$$

trong đó

$$I_1 = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\rho_i}{\rho_j c_2^{(j)2}} h_i h_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{h_i^2}{c_2^{(j)2}} \quad (39)$$

với $c_2^{(j)} = \sqrt{c_{66}^{(j)}/\rho_j}$ là vận tốc của sóng SH trong lớp trực hướng j .

Khi đó, nghiệm của phương trình xấp xỉ (38) cho tần số điểm cực đại là

$$f_p = \frac{1}{4} \frac{\bar{V}}{h} \quad (40)$$

với \bar{V} vận tốc sóng ngang trung bình của lớp composite

$$\bar{V} = \frac{h}{\sqrt{2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\rho_i}{\rho_j c_2^{(j)2}} h_i h_j + \sum_{i=1}^N \frac{h_i^2}{c_2^{(j)2}}}}. \quad (41)$$

3.3. Kết luận chương

Luận án thu được một công thức xấp xỉ dạng hiện của tần số cực đại của đường cong tỷ số H/V cho các lớp trực hướng đặt trên bán không gian bằng cách sử dụng ma trận chuyển với giả thiết rằng độ tương phản trở kháng giữa bán không gian và các lớp là cao.

CHƯƠNG 4. CÔNG THỨC TẦN SỐ CỘNG HƯỞNG CƠ BẢN VÀ HỆ SỐ KHUẾCH ĐẠI CỦA LỚP ĐÀN NHỐT

Nội dung chính của chương 4 là xét hàm truyền sóng S loại II trong mô hình lớp composite đàn nhót đặt trên bán không gian đàn nhót. Sóng S loại II này là sóng SH trong mô hình đàn hồi. Bài toán truyền sóng S loại II được nghiên cứu bằng phương pháp ma trận chuyển. Mục tiêu của chương này là tìm ra công thức tần số cộng hưởng của lớp composite đàn nhót và công thức của hệ số khuếch đại tương ứng với tần số cộng hưởng.

4.1 Bài toán

Xét mô hình n lớp đàn nhót đặt trên bán không gian đàn nhót. Bán không gian và các lớp được giả thiết là thuần nhất và đẳng hướng. Mối liên hệ giữa vector chuyển dịch-ứng suất tại mặt dưới của lớp thứ

n và vector chuyển dịch-ứng suất tại mặt trên của lớp (tự do) trên cùng có dạng:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_n(0) \\ U_n(0) \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{(n)} \begin{bmatrix} \Sigma_1(-h) \\ U_1(-h) \end{bmatrix}, \quad (42)$$

trong đó

$$\mathbf{T}^{(n)} := \mathbf{T}_n \mathbf{T}_{n-1} \dots \mathbf{T}_1, \quad (43)$$

và

$$\mathbf{T}_m = \begin{bmatrix} \cos \theta_m & \frac{\sin \theta_m}{a_m} \\ -a_m \sin \theta_m & \cos \theta_m \end{bmatrix} \quad (44)$$

với

$$\theta_m = \eta_m h_m, \quad a_m = -\frac{1}{M_m \eta_m}, \quad \eta_m = \sqrt{k_{S(m)}^2 - k^2}, \quad m = \overline{1, n}. \quad (45)$$

$\mathbf{T}^{(n)}$ là tích của các ma trận chuyển địa phương \mathbf{T}_m ($m = \overline{1, n}$) của toàn bộ các lớp thành phần. Ma trận $\mathbf{T}^{(n)}$ được gọi là ma trận chuyển toàn cục của lớp composite.

Tại mặt phẳng $z = 0$, do điều kiện liên tục của chuyển dịch và ứng suất nên vector chuyển dịch-ứng suất của lớp n tại mặt phẳng này cũng là vector chuyển dịch-ứng suất của mặt trên của bán không gian. Do đó, ta có:

$$U_n(0) = (1 + R)A_0, \quad \Sigma_n(0) = i\eta_{(n+1)}M_{(n+1)}(1 - R)A_0, \quad (46)$$

trong đó A_0 là biên độ của sóng tới S loại II truyền từ bán không gian, R là hệ số phản xạ của sóng tại mặt phân cách giữa lớp dưới cùng và bán không gian.

Tại mặt phẳng trên của lớp trên cùng, do điều kiện tự do với ứng suất ta có

$$U_1(-h) = A_{suf}, \quad \Sigma_1(0) = 0 \quad (47)$$

với A_{suf} là biên độ của sóng tới S loại II đi từ bán không gian.

Trong trường hợp không có lớp đặt trên bán không gian, sóng tới sẽ có biên độ chuyển dịch bằng $2A_0$ trên bề mặt của bán không gian. Do đó, hàm truyền sóng S loại II (phụ thuộc vào tần số sóng $\omega = 2\pi f$) có dạng

$$H(\omega) = \left| \frac{A_{suf}}{2A_0} \right|. \quad (48)$$

Hàm này biểu thị ảnh hưởng khuếch đại của lớp bề mặt đối với các dao động từ bán không gian.

Trong mô hình phân lớp bán không gian, biên độ chuyển dịch trên bề

mặt tự do sẽ phụ thuộc vào biên độ của sóng tới, các tham số của các lớp và bán không gian, có thể tính toán thông qua ma trận chuyển của lớp và có dạng

$$A_{suf} = 2A_0 \left(\frac{T_{12}^{(n)}}{\eta_{(n+1)} M_{(n+1)}} + iT_{22}^{(n)} \right)^{-1} \quad (49)$$

trong đó, $M_{(n+1)}$ là modul cắt phức của bán không gian và $\eta_{(n+1)} = k_{S(n+1)} \cos \phi$ là số sóng phức của sóng trong bán không gian dọc theo hướng z .

Với $n \geq 2$, các giá trị của $T_{12}^{(n)}$ và $T_{22}^{(n)}$ được chứng minh bằng phương pháp quy nạp (xem Vinh và các cộng sự, 2015) và có dạng

$$T_{12}^{(n)} = \sum_{j=1}^m (-1)^j \sum_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_{2j-1} \\ i \in \{1, \dots, n\} \\ i \neq i_1, i_2, \dots, i_{2j}}}^{C_n^{2j-1}} \left[\frac{a_{i_2} \cdot a_{i_4} \dots a_{i_{2j-2}}}{a_{i_1} \cdot a_{i_3} \dots a_{i_{2j-1}}} \cdot \sin \theta_{i_1} \cdot \sin \theta_{i_2} \dots \sin \theta_{i_{2j-1}} \right] \times \prod_{i \in \{1, \dots, n\} \\ i \neq i_1, i_2, \dots, i_{2j}} \cos \theta_i, \quad (50)$$

$$T_{22}^{(n)} = \prod_{i=1}^n \cos \theta_i + \sum_{j=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^j \sum_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_{2j} \\ i \in \{1, \dots, n\} \\ i \neq i_1, i_2, \dots, i_{2j}}}^{C_n^{2j}} \left[\frac{a_{i_2} \cdot a_{i_4} \dots a_{i_{2j-2}}}{a_{i_1} \cdot a_{i_3} \dots a_{i_{2j-1}}} \cdot \sin \theta_{i_1} \cdot \sin \theta_{i_2} \dots \sin \theta_{i_{2j}} \right] \times \prod_{i \in \{1, \dots, n\} \\ i \neq i_1, i_2, \dots, i_{2j}} \cos \theta_i \quad (51)$$

trong đó $i_k \in \{1, 2, \dots, n\}$, $m = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ nếu n là số chẵn và $m = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1$ nếu n là số lẻ.

Theo quan điểm của Nakamura, hàm phản ứng của lớp khi đo đặc trong thực tế ứng với sóng tới là sóng vuông góc, do đó góc tới $\phi = 0$, khi đó, $k \simeq 0$. Hơn nữa, trong thực tế hệ số cản nhớt của lớp bề mặt trái đất nói chung là nhỏ nên $\gamma_{u_{1m}} = 0$. Trong trường hợp này thì phương trình (48) trở thành

$$H(\omega) = \left| \bar{T}_{12}^{(n)} + i\bar{T}_{22}^{(n)} \right|^{-1} = \frac{1}{\sqrt{\left(\bar{T}_{12}^{R(n)} - \bar{T}_{22}^{I(n)} \right)^2 + \left(\bar{T}_{12}^{I(n)} + \bar{T}_{22}^{R(n)} \right)^2}} \quad (52)$$

trong đó, các chữ cái “ R ” và “ I ” được kí hiệu là phần thực và phần ảo của các số hạng và $\bar{T}_{12}^{(n)} = \frac{T_{12}^{(n)}}{M_{n+1}\eta_{(n+1)}}$ và $\bar{T}_{22}^{(n)} = T_{22}^{(n)}$ là các đại lượng không thứ nguyên có dạng

$$\bar{T}_{12}^{(n)} = \sum_{j=1}^m (-1)^j \sum_{\substack{i_1 < i_2 < \dots < i_{2j-1} \\ i \in \{1, \dots, n\}}}^{C_n^{2j-1}} \left(\frac{\bar{a}_{i_2} \cdot \bar{a}_{i_4} \dots \bar{a}_{i_{2j-2}}}{\bar{a}_{i_1} \cdot \bar{a}_{i_3} \dots \bar{a}_{i_{2j-1}}} \cdot \sin \theta_{i_1} \cdot \sin \theta_{i_2} \dots \sin \theta_{i_{2j-1}} \right) \times \prod_{\substack{i \in \{1, \dots, n\} \\ i \neq i_1, i_2, \dots, i_{2j-1}}} \cos \theta_i \quad (53)$$

và

$$\bar{T}_{22}^{(n)} = \prod_{i=1}^n \cos \theta_i + \sum_{j=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^j \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_{2j}}^{C_n^{2j}} \left[\frac{\bar{a}_{i_2} \cdot \bar{a}_{i_4} \dots \bar{a}_{i_{2j-2}}}{\bar{a}_{i_1} \cdot \bar{a}_{i_3} \dots \bar{a}_{i_{2j-1}}} \cdot \sin \theta_{i_1} \cdot \sin \theta_{i_2} \dots \sin \theta_{i_{2j-1}} \right] \times \prod_{\substack{i \in \{1, \dots, n\} \\ i \neq i_1, i_2, \dots, i_{2j}}} \cos \theta_i \quad (54)$$

Ở đây, ta sử dụng ký hiệu $\bar{a}_i = \frac{1 - iq_i}{(1 - iq_{(n+1)})} \bar{I}_i$ với $\bar{I}_i \equiv \frac{I_i}{I_{(n+1)}}$ được gọi là hệ số trở kháng giữa lớp thứ i và bán không gian.

Các công thức xấp xỉ

Sử dụng khai triển Taylor $\sin \theta_i \approx \theta_i + \frac{\theta_i^3}{3!} + \dots$, $\cos \theta_i \approx 1 - \frac{\theta_i^2}{2!} + \dots$, ta xấp xỉ $\bar{T}_{12}^{(n)}$ và $\bar{T}_{22}^{(n)}$ đến bậc hai của ω và sau một số biến đổi đại số ta có:

$$\bar{T}_{12} = \omega \frac{\bar{\rho}h}{I_{(n+1)}} (-1 + iq_{(n+1)}) \quad (55)$$

và

$$\bar{T}_{22} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega h}{\bar{V}_d} \right)^2 + i \left(\frac{\omega h}{\bar{V}_d} \right)^2 \bar{q} \quad (56)$$

với vận tốc trung bình động lực học của các lớp cho bởi

$$\bar{V}_d = \frac{h}{\sqrt{2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\rho_i}{\rho_j V_{(S(j))}^2} h_i h_j + \sum_{i=1}^n \frac{h_i^2}{V_{S(i)}^2}}}. \quad (57)$$

Thay các biểu thức xấp xỉ của $\bar{T}_{12}^{(n)}$ và $\bar{T}_{22}^{(n)}$ thay vào hàm phản ứng (52), từ điều kiện để hàm phản ứng đạt cực đại, ta thu được phương trình xác định tần số không thứ nguyên tại đó hàm phản ứng có giá trị cực đại có dạng

$$x(\tilde{I} + x\bar{q})(\tilde{I} + 2x\bar{q}) - (1 + \tilde{I}q_{(n+1)}x - \frac{x^2}{2})(x - \tilde{I}q_{(n+1)}) = 0. \quad (58)$$

4.2. Trường hợp đàn hồi

Trong môi trường đàn hồi, $\bar{q} = q_{(n+1)} = 0$, phương trình (58) trở thành

$$x \left(\tilde{I}^2 - 1 + \frac{1}{2}x^2 \right) = 0 \Rightarrow x^2 = 2(1 - \tilde{I}^2). \quad (59)$$

Khi đó, tần số cộng hưởng trong trường hợp đàn hồi là

$$\frac{fh}{\bar{V}_d} = \frac{1}{4} \sqrt{1 - \tilde{I}^2}. \quad (60)$$

Hệ số khuếch đại xấp xỉ trong trường hợp đàn hồi thu được là

$$A = \frac{1}{\tilde{I}} \left(1 - \frac{\tilde{I}^2}{2} \right)^{-1/2}. \quad (61)$$

4.3. Trường hợp đàn nhớt

Ta thu được công thức xác định tần số cộng hưởng của lớp đàn nhớt như sau

$$\frac{f_p h}{\bar{V}_d} = \frac{1}{4} \sqrt{1 - \tilde{I}^2} \left[1 - \frac{\tilde{I}(1 - \tilde{I}^2)^{-1/2}(3\bar{q} - q_{(n+1)})}{\sqrt{2}} \right]. \quad (62)$$

Hệ số khuếch đại tương ứng của lớp đàn nhớt là

$$A = \frac{1}{\tilde{I}} \left(1 - \tilde{I}^2/2 + 2\sqrt{2}(1 - \tilde{I}^2)^{3/2} \frac{\bar{q}}{\tilde{I}} + \sqrt{2}\tilde{I}(1 - \tilde{I}^2)^{-1/2}q_{(n+1)} \right)^{-1/2}. \quad (63)$$

4.4. Kết luận chương

Trong chương này, hàm truyền sóng tới của sóng S loại II theo phương thẳng đứng trong mô hình lớp composite đàn nhớt đặt trên bán không gian đàn nhớt đã được thiết lập dưới dạng hiển bằng phương pháp ma trận chuyển. Từ công thức này, luận án thu được các biểu thức giải tích xấp xỉ của tần số cộng hưởng và hệ số khuếch đại tương ứng của lớp composite đàn nhớt.

CHƯƠNG 5. BÀI TOÁN TRUYỀN SÓNG MẶT RAYLEIGH TRONG BÁN KHÔNG GIAN TRỰC HƯỚNG MICROPOLAR

Nội dung chính của chương 5 là xét bài toán truyền sóng Rayleigh trong bán không gian đàn hồi trực hướng micropolar. Mục tiêu của chương này là tìm ra công thức tỷ số H/V dạng hiện của sóng Rayleigh trong bán không gian trực hướng micropolar. Phương pháp sử dụng để tìm ra công thức tỷ số H/V là phương pháp vector phân cực.

5.1. Sóng Rayleigh và biểu diễn Stroh

Thay các thành phần chuyển dịch, ứng suất vào các phương trình chuyển động và phương trình trạng thái, ta thu được một hệ phương trình vi phân cấp một đối với chuyển dịch và ứng suất. Hệ phương trình vi phân này được viết dưới dạng ma trận như sau

$$\boldsymbol{\xi}'(y) = i\mathbf{N}\boldsymbol{\xi}(y). \quad (64)$$

Phương trình (64) được gọi là phát biểu Stroh. Trong đó kí hiệu ' chỉ đạo hàm theo biến $y = kx_2$, $\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} & \mathbf{t} \end{bmatrix}^T$, trong đó $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 & \Xi \end{bmatrix}^T$ và $\mathbf{t} = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & M \end{bmatrix}^T$ là vector chuyển dịch-ứng suất (còn gọi là vector trạng thái) và ma trận \mathbf{N} có dạng

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1 & \mathbf{N}_2 \\ \mathbf{K} & \mathbf{N}_1^T \end{bmatrix}. \quad (65)$$

Các ma trận thành phần \mathbf{N}_k và \mathbf{K} có dạng cụ thể như sau:

$$\mathbf{N}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\left(1 + \frac{K_1}{A_{88}}\right) & -\frac{K_1}{A_{88}} \\ -\frac{A_{12}}{A_{88}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{N}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_{88}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{B_{44}F} \end{bmatrix}, \quad (66)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -A_{11} + \frac{A_{12}^2}{A_{22}} + \rho c^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_1^2}{A_{88}} + K_m + X & \frac{K_1^2}{A_{88}} + K_m \\ 0 & \frac{K_1^2}{A_{88}} + K_m & -B_{66}F + \left(1 + \frac{K_1}{A_{88}}\right) K_1 - K_2 + jXF \end{bmatrix} \quad (67)$$

với $K_m = K_1 - K_2$, $X = \rho c^2$, $F = k^2 j$.

5.2. Trường hợp vật liệu đẳng hướng

Các ma trận thành phần của ma trận \mathbf{N} có dạng

$$\mathbf{N}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\mu}{b} & -\frac{\kappa}{b} \\ -\frac{\lambda}{a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{N}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{b} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k^2\gamma} \end{bmatrix}, \quad (68)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -a + \frac{\lambda^2}{a} + \rho c^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu^2}{b} - b + \rho c^2 & \frac{\mu^2}{b} - b \\ 0 & \frac{\mu^2}{b} - b & k^2(j\rho c^2 - \gamma) - \frac{\kappa(\mu + b)}{b} \end{bmatrix} \quad (69)$$

trong đó $a = \lambda + 2\mu + \kappa$, $b = \mu + \kappa$, $\gamma = \mu/(\lambda + 2\mu)$.

Nghiệm của hệ phương trình vi phân cấp một (64) có dạng

$$\boldsymbol{\xi}(y) = \boldsymbol{\xi}^{(p)} e^{ipy} \quad (70)$$

trong đó giá trị riêng p và vector riêng $\boldsymbol{\xi}^{(p)}$ tương ứng là các đại lượng cần tìm. Thay dạng nghiệm trên vào hệ phương trình vi phân (64), ta có $\boldsymbol{\xi}^{(p)}$ và p thỏa mãn ($i = 1, \dots, 6$)

$$\mathbf{N}\boldsymbol{\xi}^{(p)} = -p\boldsymbol{\xi}^{(p)}. \quad (71)$$

Các giá trị riêng p_i được tìm từ phương trình đặc trưng $|\mathbf{N} - kp\mathbf{I}| = 0$. Tương ứng với mỗi giá trị riêng p_i là một vector riêng $\boldsymbol{\xi}^{(i)}$ được tìm từ phương trình $(\mathbf{N} - p_i\mathbf{I})\boldsymbol{\xi}^{(i)} = 0$ ($i = 1, 2, 3$).

Do điều kiện tắt dần tại vô cùng ($\boldsymbol{\xi}$ tiến tới 0 khi y tiến ra vô cùng), nghiệm tổng quát của hệ phương trình vi phân (64) là tổ hợp tuyến tính của các nghiệm riêng ứng với p_i có phần ảo dương. Do đó, nghiệm tổng quát của phương trình (71) có dạng

$$\boldsymbol{\xi}(x_1, x_2, t) = a_1\boldsymbol{\xi}^{(1)} + a_2\boldsymbol{\xi}^{(2)} + a_3\boldsymbol{\xi}^{(3)}. \quad (72)$$

Công thức tỷ số H/V

Tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh được định nghĩa là tỷ số giữa biên độ của chuyển dịch theo phương ngang và biên độ của chuyển dịch theo phương thẳng đứng của các phần tử tại bề mặt tự do nên ta có:

$$\chi = \frac{U_1(0)}{iU_2(0)}. \quad (73)$$

Sau một số phép biến đổi, ta thu được công thức tỷ số H/V

$$\chi = \frac{\kappa - 2b + X}{ip_1(\kappa - 2b)}. \quad (74)$$

Công thức xấp xỉ

Xét trường hợp ảnh hưởng của hệ số micropolar là khá nhỏ, cụ thể là nếu $\varepsilon = \frac{\kappa}{\mu} \ll 1$, bằng cách bỏ qua các số hạng bậc cao của ε , phương trình tán sắc có thể được xấp xỉ dưới dạng

$$(-2b + \kappa)^2 p_1 p_2 + (-2b + \kappa + X)^2 = 0 \quad (75)$$

trong đó $p_1 = \sqrt{\frac{X}{a} - 1}$ và giá trị xấp xỉ $p_2 = \sqrt{\frac{X}{b} - 1}$.

Do $a = \lambda + 2\mu + \kappa$, $b = \mu + \kappa$ ta có

$$\chi^2 = \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{\frac{x}{1+\varepsilon} - 1}{\frac{1}{\gamma} + \varepsilon}} \quad (76)$$

trong đó $\gamma = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu}$, $x = \frac{X}{\mu} = \frac{\rho c^2}{\mu}$. Khi $\varepsilon \rightarrow 0$ thì $\chi^2 = \sqrt{\frac{x-1}{x\gamma-1}}$.

Đây là công thức chính xác của χ^2 trong môi trường đàn hồi cổ điển. Vận tốc truyền sóng x là nghiệm của phương trình tán sắc xấp xỉ (75) và nó có dạng tường minh (Giang, 2017):

$$x = 4 + 2\varepsilon - \frac{(2 + \varepsilon)^2}{\sqrt{(1 + \varepsilon) \left(\frac{1}{\gamma} + \varepsilon \right)}} - I_0. \quad (77)$$

Công thức xấp xỉ cho vận tốc ở trên là của kết quả thu được bằng cách sử dụng phương pháp hàm biến phức với các tham số

$$I_0 = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{1}{1+\varepsilon}}^{\frac{1}{\gamma} + \varepsilon} \theta(t) dt \quad (78)$$

và

$$\theta(t) = \arctan \frac{(2 + \varepsilon)^2 \sqrt{-t + \frac{1}{\gamma} + \varepsilon} \sqrt{t - (1 + \varepsilon)}}{(2 + \varepsilon - t)^2 \sqrt{\left(\frac{1}{\gamma} + \varepsilon \right) (1 + \varepsilon)}}. \quad (79)$$

Công thức của vận tốc x (77) và (76) cho ta một công thức xấp xỉ biểu diễn tỷ số H/V phụ thuộc trực tiếp vào tham số micropolar của môi trường ε .

5.3. Trường hợp trục hướng

Từ biểu diễn Stroh (64) và áp dụng phương pháp vector phân cực (Vĩnh và các cộng sự, 2014) ta có đẳng thức

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}^T(0)\hat{\mathbf{N}}^{(n)}\boldsymbol{\xi}(0) = 0 \quad (80)$$

trong đó n là số nguyên dương hoặc âm và ma trận $\mathbf{N}^{(n)}$ ký hiệu lũy thừa bậc n của ma trận \mathbf{N} và có dạng

$$\mathbf{N}^{(n)} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1^{(n)} & \mathbf{N}_2^{(n)} \\ \mathbf{K}^{(n)} & \mathbf{N}_1^{T(n)} \end{bmatrix}. \quad (81)$$

Từ điều kiện tự do đối với ứng suất tại $x_2 = 0$, ta nhận được

$$\mathbf{u}^T(0)\mathbf{K}^{(n)}\mathbf{u}(0) = 0. \quad (82)$$

Giả sử rằng $U_1(0) \neq 0$, chúng ta sử dụng ký hiệu

$$\alpha = \frac{U_2(0)}{U_1(0)}, \beta = \frac{\Xi(0)}{U_1(0)} \quad (83)$$

là các số phức tương ứng $\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$, $\beta = \beta_1 + i\beta_2$ với $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ là các số thực.

Thay $\mathbf{u}(0) = U_1(0) \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \beta \end{bmatrix}^T$ vào (82) và sử dụng tính đối xứng của ma trận $\mathbf{K}^{(n)}$, ta có

$$\begin{aligned} & K_{11}^{(n)} + K_{22}^{(n)} (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) + K_{33}^{(n)} (\beta_1^2 + \beta_2^2) + 2K_{12}^{(n)} \alpha_1 \\ & + 2K_{13}^{(n)} \beta_1 + 2K_{23}^{(n)} (\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2) = 0, \quad n = -2, -1, 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (84)$$

Ma trận đối xứng $\mathbf{K}^{(n)}$ có dạng

$$\begin{bmatrix} 0 & * & * \\ * & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ khi } n = -2, 2, \quad \begin{bmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & * & * \\ 0 & * & * \end{bmatrix} \text{ khi } n = -1, 1, 3. \quad (85)$$

Khi đó, phương trình (84) với $n = -2, 2$ có dạng:

$$\begin{aligned} & K_{12}^{(-2)} \alpha_1 + K_{13}^{(-2)} \beta_1 = 0, \\ & K_{12}^{(2)} \alpha_1 + K_{13}^{(2)} \beta_1 = 0. \end{aligned} \quad (86)$$

Do ma trận \mathbf{K}^{-2} và \mathbf{K}^2 độc lập tuyến tính nên hai phương trình (86) thỏa mãn khi $\alpha_1 = \beta_1 = 0$. Với $n = -1, 1, 3$, từ (84) và (85), ta có

$$\begin{aligned} K_{11}^{(-1)} + K_{22}^{(-1)}\alpha_2^2 + K_{33}^{(-1)}\beta_2^2 + 2K_{23}^{(-1)}\alpha_2\beta_2 &= 0, \\ K_{11}^{(1)} + K_{22}^{(1)}\alpha_2^2 + K_{33}^{(1)}\beta_2^2 + 2K_{23}^{(1)}\alpha_2\beta_2 &= 0, \\ K_{11}^{(3)} + K_{22}^{(3)}\alpha_2^2 + K_{33}^{(3)}\beta_2^2 + 2K_{23}^{(3)}\alpha_2\beta_2 &= 0 \end{aligned} \quad (87)$$

trong đó các phần tử $K_{ij}^{(-1)}$, $K_{ij}^{(1)}$, $K_{ij}^{(3)}$ có dạng:

$$\begin{aligned} K_{11}^{(1)} &= -A_{11} + \frac{A_{12}^2}{A_{22}} + X, K_{22}^{(1)} = \frac{K_1^2}{A_{88}} + K_m + X, \\ K_{33}^{(1)} &= -B_{66}F + \frac{K_1^2}{A_{88}} + K_m + FX, \\ K_{23}^{(1)} &= \frac{K_1^2}{A_{88}} + K_m, K_{11}^{(3)} = \frac{A^2 A_{22}^2 + A_{12}^2 A_{88} B + 2A A_{12} A_{22} (A_{88} + K_1)}{A_{22}^2 A_{88}}, \\ K_{22}^{(3)} &= \frac{H^2}{B_{44}F} + \frac{AK_1^2}{A_{88}^2} + \frac{G(G + 2A_{12}K_1)}{A_{22}A_{88}}, \\ K_{23}^{(3)} &= \frac{A_{88}^2 G[(A_{12} + B)B_{44}F + A_{22}H] + A_{88}B_{44}F[AA_{22} + A_{12}(B + G)]K_1 + AA_{22}B_{44}FK_1^2}{A_{22}A_{88}^2 B_{44}F}, \\ K_{11}^{(-1)} &= \frac{A_{88}^2 (G^2 - BH)}{A_{88}[G^2 + (A_{88} - B)H] + 2A_{88}(-G + H)K_1 + (B - 2G + H)K_1^2}, \\ K_{22}^{(-1)} &= \frac{AA_{22}^2}{-A_{12}^2 + AA_{22}}, K_{33}^{(-1)} = B_{44}F, K_{23}^{(-1)} = 0 \end{aligned}$$

với các ký hiệu $A = K_{11}^{(1)}$, $B = K_{22}^{(1)}$, $G = K_{23}^{(1)}$, $H = K_{33}^{(1)}$.

Công thức tỷ số H/V

Ký hiệu các cột của hệ phương trình (87) bởi các vector

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} K_{11}^{(-1)} \\ K_{11}^{(1)} \\ K_{11}^{(3)} \end{bmatrix}, \mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} K_{22}^{(-1)} \\ K_{22}^{(1)} \\ K_{22}^{(3)} \end{bmatrix}, \mathbf{D}_3 = \begin{bmatrix} K_{33}^{(-1)} \\ K_{33}^{(1)} \\ K_{33}^{(3)} \end{bmatrix}, \mathbf{D}_4 = \begin{bmatrix} K_{23}^{(-1)} \\ K_{23}^{(1)} \\ K_{23}^{(3)} \end{bmatrix}. \quad (88)$$

Khi đó, phương trình (87) trở thành

$$\mathbf{D}_2\alpha_2^2 + \mathbf{D}_3\beta_2^2 + 2\mathbf{D}_4\alpha_2\beta_2 = -\mathbf{D}_1. \quad (89)$$

Nghiệm của phương trình (89) là

$$\alpha_2^2 = -\frac{|\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_3, \mathbf{D}_4|}{|\mathbf{D}_2, \mathbf{D}_3, \mathbf{D}_4|}, \beta_2^2 = \frac{|\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \mathbf{D}_4|}{|\mathbf{D}_2, \mathbf{D}_3, \mathbf{D}_4|}, \alpha_2\beta_2 = -\frac{|\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \mathbf{D}_3|}{2|\mathbf{D}_2, \mathbf{D}_3, \mathbf{D}_4|}. \quad (90)$$

Công thức tỷ số H/V được định nghĩa trong (73) và do $\alpha_1 = 0$ nên từ (83) ta có

$$\chi = \frac{U_1(0)}{iU_2(0)} = \frac{1}{i\alpha} = -\frac{1}{\alpha_2} \quad (91)$$

trong đó α_2 được tính từ (90).

5.4. Kết luận chương

Trong chương này, bài toán truyền sóng Rayleigh trong bán không gian trục hướng micropolar được nghiên cứu. Công thức tỷ số H/V của sóng Rayleigh được tìm ra bằng phương pháp vector phân cực. Trong trường hợp bán không gian là vật liệu đẳng hướng, thu được một công thức xấp xỉ dạng hiển biểu diễn trực tiếp giá trị của tỷ số H/V theo các tham số vật liệu.

KẾT LUẬN

Bằng việc khảo sát bài toán truyền sóng mặt Rayleigh và truyền sóng khối SH trong các môi trường phức tạp hơn môi trường đàn hồi đẳng hướng, cụ thể là các môi trường đàn hồi trục hướng, đàn nhớt và đàn hồi micropolar, luận án đã thu được một số kết quả chính sau:

- Tìm ra công thức tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh trong bán không gian trục hướng nén được phủ một lớp trục hướng nén được. Công thức này được sử dụng trong bài toán ngược để đánh giá tham số của vật liệu trục hướng từ dữ liệu đo đặc giả định của tỷ số H/V.
- Tìm công thức xấp xỉ của tần số điểm cực đại của đường cong phổ tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh trong mô hình phân lớp trục hướng. Công thức này được sử dụng để đánh giá tần số cộng hưởng đối với sóng SH của lớp composite trục hướng.
- Tìm ra công thức xấp xỉ của tần số cộng hưởng cơ bản và hệ số khuếch đại của lớp composite đàn nhớt đặt trên bán không gian có tính đến hệ số cản nhớt.
- Tìm ra đi tìm phương trình tán sắc và công thức tỷ số H/V của sóng mặt Rayleigh truyền trong bán không gian đàn hồi micropolar trục hướng.

Các kết quả nghiên cứu trong luận án là các kết quả mới và có thể được áp dụng vào một số bài toán trong thực tế ví dụ như bài toán ngược xác định tham số vật liệu, bài toán đánh giá ước lượng ảnh hưởng của sóng động đất.

CÁC VẤN ĐỀ TIẾP TỤC PHÁT TRIỂN SAU LUẬN ÁN

Trong quan điểm của Nakamura về hàm phản ứng của lớp địa tầng mềm chỉ xét đến sóng SH. Điều này là hợp lý vì các nghiên cứu tính

toán số đối với mô hình một lớp thì hệ số khuếch đại sóng P của lớp địa tầng mềm có giá trị gần bằng một và được coi là hằng số. Tuy nhiên trong mô hình nhiều lớp, hệ số khuếch đại sóng P có thể có giá trị biến đổi đáng kể xung quanh tần số cộng hưởng nên cần có những nghiên cứu xét đến ảnh hưởng của sóng P. Do đó, luận án có thể phát triển hướng tìm các công thức xấp xỉ của tần số cộng hưởng của lớp có xét thêm bài toán truyền sóng P cùng với bài toán truyền sóng SH. Khi đó các kết quả sẽ có thêm hệ số ảnh hưởng đến từ giá trị của hệ số Poisson của vật liệu.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC ĐÃ CÔNG BỐ

1. P.C. Vinh, T.T. Tuan, L.T. Hue, V.T.N Anh, **T.T.T Dung**, N.T.K Linh, P. Malischewsky (2019). Exact formula for the H/V ratio of Rayleigh waves in compressible orthotropic half-space coated by an orthotropic elastic layer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 146(2), 1279-1289.
2. **T.T.T. Dung**, T.T. Tuan, P.C. Vinh and G.K. Trung (2020). An approximate formula of first peak frequency of ellipticity of Rayleigh surface waves in orthotropic layered half-space model, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 15, No. 1, pp. 61-74.
3. T.T. Tuan, P.C. Vinh, A. Aoudia, **T.T.T. Dung**, D. Manu-Marfo (2018). Approximate Analytical Expressions of the Fundamental Peak Frequency and the Amplification Factor of S-wave Transfer Function in a Viscoelastic Layered Model. *Pure and Applied Geophysics*, 176 (4), 1433-1443.
4. Trần Thanh Tuấn, **Trương Thị Thùy Dung**, Nguyễn Thị Loan và Đỗ Xuân Tùng (2017). Tỷ số H/V (ellipticity) của sóng mặt Rayleigh trong bán không gian micropolar đẳng hướng, Tuyển tập Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ X, Hà Nội, Tập 3, Quyển 2, pp. 1381-1387.