Primerjava reševanja ILP v Matlab in Gurobi

David Rubin (david.rubin@student.um.si)

1. januar 2021

1 Uvod

V tem poročilu si bomo ogledali kako se lahko pohitri reševanje ILP problemov z uvedbo distriburianega procesiranja. Kot standarden čas reševanja bomo uporabili MATLAB oziroma njegovo funkcijo intlinprog iz optimization toolbox-a. Kot predlagano pohitritev, smo si v tem poročilu ogledali orodje Gurobi ¹. Orodje prav tako omogoča določevanje števila uporabljenih niti, tako da lahko orodje tudi nekoliko bolj pošteno primerjamo z intlinprog, ko nastavimo enojno nit. Za testne probleme smo si izbrali zbirko MIPLIB2017 [1]. Ker je zbirka precej obsežna, smo iz nje izluščili nekaj problemov, za katere domnevamo, da dovolj dobro predstavljajo testno domeno. Izbrane testne probleme smo predstavili v poglavju 3. Predvidevamo, da je bralec seznanjen s programskim okoljem MATLAB, zato bomo podali le kratek uvod v Gurobi.

2 Gurobi

Gurobi je komercialna programska oprema, ki omogoča optimiziranje problemov iz:

- lineranega programiranja (angl. linear programming LP),
- mešanega celoštevilskega linearnega programiranja (angl. mixed-integer linear programming MILP),
- kvadratičnega programiranja (angl. quadratic programming QP),
- mešanega celoštevilskega kvadratičnega programiranja (angl. mixed-integer quadratic programming MIQP),
- kvadratično omejenega programiranja (angl. quadratically constrained programming QCP),
- mešano celoštevilskega kvadratično omejenega programiranja (angl. *Mixed-integer quadratically constrained programming* MIQCP.

¹Orodje Gurobi je dostopno na https://www.gurobi.com/. Za potrebe te naloge smo uporabili akademsko licenco

Pokriva torej veliko območje problemov, za zadnje štiri pa je vredno omeniti, da podpira tako konveksne kot tudi konkavne probleme. Za reševanje nabora problemov imajo implementirane metode Simplex in paralelno oviro s križanjem, sočasnostjo, in sejanjem (angl. parallel barrier with crossover, concurrent, and sifting) za bolj zahtevne pa uporabijo tudi deterministično paralelno ne-tradicionalno iskanje, hevristike, rezanja ravnin in pa razbijanje simetrij [3].

Algoritmi so zasnovani deterministično, torej bi več zagonov skozi isti model dalo enake rezultate. Zasnovani so tudi tako, da po privzetem uporabijo vsa jedra, ki so v nekem sistemu na voljo. Trdijo tudi, da njihovi QCP in MIQCP algoritmi nudijo dvakrat boljšo učinkovitost kot njihov glavni tekmeci [2]. Slednje trditve ne moremo sami potrditi, ne moremo pa je niti zavreči, tako da prepuščamo bralcu, da sam oceni resničnost. Podjetje so ustanovili dr. Robert Bixby, ki je pred tem tudi ustanovil CPLEX in pa Dr. Zonghao Gu ter Dr. Edward Rothberg. Slednja sta pred ustanovitvijo sodelovala pri CPLEX kot glavna inženirja [4]. Kot zanimivost, ime GuRoBi je nastalo iz njihovih priimkov. Med njihove partnerje spadajo podjetja kot je recimo Toyota, Microsoft, Google, AirFrance in pa tudi SAP.

Gurobi podpira množico programskih jezikov in oblik programiranja. Nudijo objektno orientirane vmesnike (JAVA, C++, .NET in Python), matrično orientiranie (C, MATLAB in R), povezavo do standardnih modelnih jezikov (AIMMS, AMPL, MPL) in druge [3]. V kolikor bi orodje želeli uporabljati le v jeziku Python se lahko preskoči namestitev celotne knjižnice in uporabi pip ali Anaconda paket. Nudijo pa tudi možnost porazdeljenega reševanja problemov na gruči (Gurobi Remote Services), ki pa zahteva ločeno licenco.

2.1 Priprava okolja

Za uporabnike je na voljo vodič za hitro namestitev za vse tri večje operacijske sisteme². Posebno pozornost je potrebno posvetiti sekciji za pridobitev akademske licence. Zahtevana je uporaba epoštnnega naslova univerze in imeti dostop do spleta v času aktivacije. Po prijavi nam je na voljo dostop do prenosa njihove knjižnice in CLI orodja³. Znotraj dokumenta navajajo, da se za akademski dostop poleg licenčnega ključa preverja tudi domensko ime iz lokacije dostopa. Pri naši aktivaciji se ni pojavila težava (ukaz grbgetkey <koda>), kljub temu, da smo med aktivacijo dostopali do njihovega strežnika zunaj omrežja univerze. V kolikor Gurobi med aktivacijo sporoči kakšno napako (primer hostname ... not recognized as belonging to an academic domain), pa je možna uporaba VPN, ki je na voljo vsem študentom (in zaposlenim) Univerze v Mariboru.

V kolikor je orodje nameščeno in je bila aktivacija uspešna, bi sedaj morali imeti delujoč Gurobi optimizer kot je prikazano na sliki 1. Ob težavah se je najbolje obrniti na njih uraden vodič glede na vaš operacijski sistem [5]. CLI orodje podpira 14 formatov za podajanje optimizacijskega modela in drugih pomožnih podatkov [6]. V nadaljevanju bomo uporabljali dva: LP in MPS format. LP format je namenjen za boljšo berljivost iz strani človeka, medtem ko je MPS format najstarejši in najpogosteje uporabljen za shranjevanje matematičnih programskih modelov. MPS format je veliko strožji kar se tiče zapisa (fiksni začetni stolpci za vrednosti

²Vodič je dostopen na https://www.gurobi.com/documentation/quickstart.html

³Programska oprema Gurobi se pridobi na naslovu https://www.gurobi.com/downloads/gurobi-software/

```
david@Davids-MBP:~/Uni/Solver-compare

~/Uni/Solver-compare

~gurobi_cl --version
Gurobi Optimizer version 9.1.1 build v9.1.1rc0 (mac64)
Copyright (c) 2020, Gurobi Optimization, LLC

~/Uni/Solver-compare

~ gurobi_cl --license
Academic license - for non-commercial use only - expires 2021-02-24
Using license file /Users/david/gurobi.lic
Set parameter LogFile to value gurobi.log

~/Uni/Solver-compare

~ Uni/Solver-compare
```

Slika 1: Primer izpisa ukazov za podatke o verziji in licenci po uspešni namestitvi *Gurobi* optimizerja na macOS.

ipd.), zato ga bomo le uporabili pri testnih primerih.

2.2 Reševanje ILP problemov z Gurobi optimizer

Za boljši vploged v orodje, si bomo v nadaljevanju ogledali enostaven primer optimizacijskega problema in kako se le ta reši s pomčjo Gurobi optimizerja. Primer je prilagojena verzija, katere original se nahaja tudi v vodiču za hiter zagon [5].

2.2.1 Opis problema

V času pisanja poročila je blizu konec koledarskega leta. *United States Mint* (ustanova, ki proizvaja ameriške kovance), ima še nekaj neporabljene zaloge materialov za proizvodnjo kovancev. Predpostavimo, da si želijo porabiti vso preteklo zalogo, preden se lotijo nabave materialov za serijo kovancev novo leto. Ustanova proizvaja šest različnih kovancev, sestava katerih pa je podana v tabeli 1. Ustanova sedaj želi proizvesti takšne tipe kovancev, da bo njihova skupna vrednost največja. Kakšna naj bo količina vsakega proizvedenega kovanca, če imamo podano zalogo vsakega materiala?

Tabela 1: Vsebnost materialov v ameriških kovancih glede na US Mint specifikacijo [7]

		${f Cent}$	\mathbf{Nickel}	\mathbf{Dime}	Quarter	\mathbf{Half}	\mathbf{Dollar}
	Baker (Cu)	0.0625g	3.7500g	2.0791g	5.1977g	10.3954g	7.1685g
	Nikelj (Ni)		1.2500g	0.1889g	0.4723g	0.9446g	0.1620g
•	Cink (Zn)	2.4375g					0.4860g
	Mangan (Mn)						0.2835g
	Skupaj	2.5g	5.0g	2.268g	5.670g	11.340g	8.1g

2.2.2 Priprava vhodnih datotek

Za rešitev problema potrebujemo izvesti 3 korake:

1. Določitev odločitvenih spremenljivk

- 2. Določitev odločitvene funkcije (v tem primeru linearne)
- 3. Določitev omejitev

Odločitvene spremenljivke so dokaj jasne: zanima nas količina vsakega kovanca, ki ga naj proizvedemo. Ker smo programerji in za lepšo nazornost jim bomo podali opisna imena, za matematike pa še vektorske spremenljivke. Spremenljivke torej poimenujemo Cents, Nickels, Dimes, Quarters, Halves, Dollars (oziroma $x_1, x_2 \dots x_6$). Vpeljimo pa še imena spremenljivk za porabljeno količino materialov Cu, Ni, Zn, Mn (y_1, y_2, y_3 in y_4). Te spremenljivke so določene in predstavljajo material, ki je na zalogi. Za zalogo bomo predpostavili 1000g bakra in po 50g vsakega ostalega materiala. Formalen matematični zapis modela (ki ga maksimiziramo) se glasi:

$$f(x) = 0.01x_1 + 0.05x_2 + 0.1x_3 + 0.25x_4 + 0.5x_5 + 1x_6 \tag{1}$$

pri čemer so x_n količine proizvedenih kovancev, koeficienti pred njimi pa predstavljajo vrednost posameznega kovanca. Omejitve so sledeče:

$$0.0625x_1 + 3.7500x_2 + 2.0791x_3 + 5.1977x_4 + 10.3954x_5 + 7.1685x_6 \le 1000$$

$$1.2500x_2 + 0.1889x_3 + 0.4723x_4 + 0.9446x_5 + 0.1620x_6 \le 50$$

$$2.4375x_1 + 0.4860x_6 \le 50$$

$$0.2835x_6 \le 50$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{N}$$

Skratka količina porabljenega materiala ne sme presegati zaloge, prav tako pa ne moremo proizvesti manj kot celoto kovanca (celoštevilska omejitev). Isto omejitev lahko zapišemo na programerski način (prej omenjene opisne spremenljivke) in LP format zapisa (glej kodo 1). Slednje nam predstavlja enega izmed možnih vhodov v Gurobi optimizer.

Koda 1: Primer LP formata za problem proizvodnje kovancev

```
Maximize
  .01 Pennies + .05 Nickels + .1 Dimes + .25 Quarters + .5 Halves + 1 Dollars
Subject To
  Copper: .0625 Pennies + 3.75 Nickels + 2.0791 Dimes + 5.1977 Quarters +
      \hookrightarrow 10.3954 Halves + 7.1685 Dollars - Cu = 0
  Nickel: 1.25 Nickels + .1889 Dimes + .4723 Quarters + .9446 Halves + .162
     → Dollars - Ni = 0
  Zinc: 2.4375 Pennies + .486 Dollars - Zn = 0
  Manganese: .2835 Dollars - Mn = 0
Bounds
  Cu <= 1000
  Ni <= 50
  Zn <= 50
  Mn \le 50
Integers
  Pennies Nickels Dimes Quarters Halves Dollars
```

LP format ima nekaj posebnosti. V podanem primeru imamo štiri sekcije (*Maximize*, *Subject to*, *Bounds*, *Integers*), ki si morajo vedno slediti v tem vrstnem redu. Sekcij je lahko več in tudi

znotraj sekcij se lahko pojavi več scenarijev. Vse to je opisano v navodilih za uporabo⁴. Druga posebnost je zapis vrednosti (spremenljivk, konstant, operatorjev ...). Te morajo biti ločene s presledki oziroma novimi vrsticami. Tako je + 0.1x napačen zapis. Pravilno je + 0.1 x. Tretje splošno pravilo je, da se spremenljivke vedno pišejo na levi in konstante na desni (primer tega je v sekciji *Subject to*). Na koncu pa naj še omenimo, da je po privzetem spodnja meja enaka 0, razen če je eksplicitno zapisana. Zapis Cu <= 1000 je v resnici 0 <= Cu <= 1000. To pomeni, da Gurobi po privzetem vsako spremenljivko omeji na nenegativna števila.

2.2.3 Zagon in rešitve

Najenostavnejši način uporabe Gurobi, kadar imamo podan model v datoteki, je preko ukazne vrstice. Z ukazom gurobi_cl <model.lp> lahko poženemo orodje in se problem prične reševati. Kot rešitev imamo na standardnem izhodu podano samo vrednost cenitvene funkcije, če želimo videti še vrednosti posameznih spremenljivk, je potrebno dodati parameter ResultFile=<izhod.sol>. Celoten ukaz je torej:

gurobi_cl ResultFile=code/coins.sol code/coins.lp

Izpis ukaza je viden na sliki 2, izhodna datoteka z rešitvami pa v kodi 2.

```
david@Davids-MBP.~/Uni/Solver-compare

- Juroi/Solver-compare
- gurobi_cl ResultFile=code/coins.sol code/coins.lp
Academic license - for non-commercial use enty - expires 2021-02-24

Using license file /Users/david/gurobi.lic
Set parameter LogFile to value gurobi.log

Gurobi Optimizer version 9.1.1 build v9.1.1rc0 (mac64)
Copyright (c) 2020, Gurobi Optimization, LLC

Read LP format model from file code/coins.lp
Reading time = 0.00 seconds
: 4 rows, 10 columns, 18 nonzeros

Thread count: 4 physical cores, 8 logical processors, using up to 8 threads
Optimize a model with 4 rows, 10 columns and 18 nonzeros

Model fingerprint: 0x90cc2da6

Variable types: 4 continuous, 6 integer (0 binary)
Coefficient statistics:

Matrix range [6e-02, 1e+00]
Bounds range [5e-01, 1e+03]
RHS range [0e-00, 0e+00]
Found heuristic solution: objective -0.0000000
Presolve removed 1 rows and 6 columns
Presolve time: 0.00s

Presolve time: 0.00s
Presolved: 3 rows, 4 columns, 9 nonzeros

Variable types: 0 continuous, 4 integer (0 binary)

Root relaxation: objective 1.149294e+02, 2 iterations, 0.00 seconds

Nodes | Current Node | Objective Bounds | Work
Expl Unexpl | Obj Depth IntInf | Incumbent Best8d Gap | It/Node Time

0 0 114.92942 0 1 -0.00000 114.92942 - 0.05
H 0 0 114.92941 0 1 114.90000 114.92942 0.07% - 0s
114.9300000 114.92942 0.03% - 0s
0 1 114.92941 0 1 114.900000 114.92941 0.03% - 0s

Explored 94 nodes (94 simplex iterations) in 0.01 seconds

Thread count was 8 (of 8 available processors)

Solution count 3: 114.9 114.85 -0

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 1.1490000000e+02, best bound 1.14900000000e+02, gap 0.0000x

Wrote result file 'code/coins.sol'
```

Slika 2: Primer izpisa na standardni izhod pri reševanju problema s kovanci.

⁴Navodila za LP format v Gurobi https://www.gurobi.com/documentation/9.1/refman/lp_format.html#format:LP.

Koda 2: Generirana datoteka z reštivami za problem kovancev

```
# Objective value = 114.9
Pennies 0
Nickels 0
Dimes 4
Quarters 50
Halves 0
Dollars 102
Cu 999.3884
Ni 40.8946
Zn 4.957199999999996e+01
Mn 2.89169999999998e+01
```

Na standardnem izhodu ukaza lahko vidimo nekaj podatkov o problemu, vidimo da se je problem reševal v 8 nitih in da je potreboval 94 Simplex iteracij za doseženo rešitev \$114.9. V izhodni datoteki z rešitvami pa se nahajajo še količine posameznih kovancev: 4 *Dimes*, 50 *Quarters* in 102 *Dollars*.

Obstaja tudi *Gurobi Interactive Shell*, ki temelji na *Python Shell*. Potek ukazov je zelo podoben programiranju v Python, omogoča pa hitrejše spreminjanje modela in zaganjanje v primerjavi z ročnim spreminjanjem vhodne datoteke in vnovičnega poganjanja ukazov. Bolj podroben opis je na voljo v uradni dokumentaciji ali v hitrem vodiču [5].

2.3 Uporaba s Python

Gurobi ima na voljo tudi vmensik za Python. Slednjega lahko namestimo na tri načine: preko pip, ročno ali pa uproabimo Anaconda. Ne glede na način, ki ga izberemo bo še vedno potrebna pridobitev in namestitev veljavne licence, kot smo opisali v enemu izmed prejšnjih poglavjih. Za potrebe te naloge smo se odločili za namestitev v Python virtualno okolje in uporabo pip. Paket se imenuje gurobipy in v času pisanja naloge (še) ni bil dostopen v javnem PyPi strežniku. Zato se za namestitev uporabi njihov privaten strežnik in ukaz:

```
python3 -m pip install -i https://pypi.gurobi.com gurobipy
```

Ročna namestitev se izvede s pomočjo setup.py, ki se nahaja znotraj mape kamor smo namestili Gurobi med pridobivanjem licence. Pri obeh omenjenih načinih namestitve je potrebno paziti na kompatibilno verzijo Python (podprte so 2.7 in 3.6 - 3.9 in le 64-bitne različice). Zadnja možnost pa je uporaba Anaconde⁵

```
conda config --add channels https://conda.anaconda.org/gurobi
conda install gurobi
```

Namestitev se lahko preveri tudi s pomočjo Jupyter notebook, ki bi moral biti priložen temu poročilu (nahaja se v code/Gurobi-demo.ipynb). V kolikor si pa bralec želi igrati s tem Jupyter zvezkom, pa je na voljo tudi requirements.txt. V splošnem za zvezek potrebujete numpy, scipy in gurobipy (iz privatnega strežnika), vse drugega so odvisnosti teh paketov. Primer ukazov za macOS/Linux, ki pripravijo okolje in odprejo zvezek za urejanje:

```
python3 -m venv genv
source genv/bin/activate
python3 -m pip install -r requirements.txt
```

⁵Anaconda je distribucija Pythona dosegljiva na https://www.anaconda.com/

jupyter notebook code/Gurobi-demo.ipynb

Bralec, ki si ne želi urejati zvezek, si lahkotudi ogleda statičen zvezek na Github repozitoriju kjer se nahaja to poročilo⁶. Hiter povzetek uporabe Gurobi v Python skupaj z LP datotekami je viden v kodi 3.

Koda 3: Primer uporabe LP formatov in gurobipy

```
import gurobipy as gp

m = gp.read('coins.lp') # preberi model
m.optimize() # optimiziraj

# izpisi rezultate
for v in m.getVars():
    print(f'{v.varName}={v.x}')
print(f'vrednost: {m.objVal}')
```

2.4 Uporaba z MATLAB

Enako kot pri Python paketu je treba najprej namestiti knjižnice in pridobiti veljavo licenco (opisano v poglavju 2.1). Za delo z MATLAB so pri Gurobi pripravili skripto, ki nam pomaga pri namestitvi vmesnika. Ta skripta (gurobi_setup.m) se nahaja v mapi matlab v direktoriju kamor smo namestili Gurobi. Privzeta lokacija (verzija 9.1.1) na macOS je /Library/gurobi911/-mac64/matlab in na Windows c:\gurobi911\win64\matlab. Celoten ukaz namestitve na macOS (klican znotraj MATLAB-a) je potemtakem:

```
cd /Library/gurobi911/mac64/matlab
gurobi_setup
```

V kolikor se pojavi kakšna napaka je dobro najprej preveriti ali upoštevamo kompatibilnost, saj Gurobi podpira le 64-bitno različico MATLAB-a. Ob uspešeni namestitvi bi se moral pojaviti napis podoben temu na sliki 3.



Slika 3: Izpis skripte po uspešni namestivi Gurobi rutin v MATLAB na macOS.

Pokažimo osnovno uporabo na enakem problemu kot pri Python. V kolikor niste sledili

 $^{^6\}mathrm{Povezava}$ do Jupyter zvezka https://github.com/rubinda/gurobi-vs-matlab/blob/main/code/Gurobi-demo.ipynb

Python zvezku, je problem sledeč:

maksimiziraj
$$x+y+2z$$
 ob omejitvah $x+2y+3z\leq 4$
$$x+y\geq 1$$
 x,y,z so binarne
$$(3)$$

V MATLAB si lahko pripravimo skript, ki s pomočjo Gurobi opiše problem, ga shrani kot LP format in požene optimizacijo (koda 4).

Koda 4: Reševanje osnovnega problema v MATLAB s pomočjo Gurobi

```
function gurobi_demo()
    % Povzeto po Gurobi Quickstart vodicu
    names = {'x'; 'y'; 'z'}; % Imena spremenljivk
   model.A = sparse([1 2 3; 1 1 0]); % Redka matrika A
   model.obj = [1 1 2]; % Cenitvena funkcija
   model.rhs = [4; 1]; % b (Right-hand side)
    model.vtype = 'B'; % tip spremenljivk (B - binarne)
   model.modelsense = 'max'; % maksimiziraj
   model.varnames = names;
    gurobi_write(model, 'gurobi_demo.lp'); % Zapisi problem v LP
   params.outputflag = 0; % Prepreci Gurobi izpis med optimizacijo
   result = gurobi(model, params); % Pozeni optimizacijo
   % Izpisi resitve
    disp(result);
    for v=1:length(names)
        fprintf('%s %d\n', names{v}, result.x(v));
    fprintf('Resitev: %e\n', result.objval);
```

Standardni izhod ob klicanju skripte je prikazan na sliki 4. Glaven ukaz je gurobi (model, params), kjer podamo podatke o problemu in pa parametre za optimizacijo. Vse parametre in več o uporabi si bralec lahko prebere v uradni dokumentaciji ⁷. Za boljšo predstavo pa je na voljo tudi več primerov uporabe, ki se nahajajo v mapi namestitve Gurobi (torej <direktorij namestitve>/examples/matlab).

Poglejmo si zdaj še primer, kadar želimo uporabiti obsotejčo LP datoteko preko MATLAB vmesnika. Gurobi ponuja med drugim tudi funkcijo, ki to omogoča na zelo enostaven način (glej kodo 5 in sliko 5).

Koda 5: Primer reševanja LP problema s Gurobi MATLAB vmesnikom

```
function gurobi_demo_file()
    % Prebere problem iz LP datoteke in ga resi
    model = gurobi_read('coins.lp'); % Deluje tudi s *.mps
    params.outputflag = 0; % Prepreci izpis med optimizacijo

result = gurobi(model, params); % Pozeni optimizacijo
    % Izpisi rezultate
```

⁷Uradna Gurobi dokumentacija za MATLAB vmesnik je dostopna na https://www.gurobi.com/documentation/9.1/refman/matlab_api_overview.html#matlab:MATLAB

Slika 4: Izpis rešitve ob uporabi gurobi_demo skripte.

```
disp(result)
fprintf('Resitev: %e\n', result.objval);
for v=1:length(result.x)
     fprintf('%s = %d\n', model.varnames{v}, result.x(v));
end
end
```

Slika 5: Standardni izhod pri zagou gurobi_demo_file.m skripte.

3 Testna zbirka

Izbrei in opisi probleme iz Miplib2017

4 Primerjava Gurobi in Matlab

Metodologija testiranja

4.1 Testno okolje

Testiranje se je izvajalo na prenosnem računalniku v operacijskem sistemu macOS. Procesor je 4-jedrni (8 niti) Intel Core i7 4700HQ, na voljo pa je imel 8GB delovnega pomnilnika (glej sliko 6). Verzija MATLAB je bila R2020b (9.9.0.1467703) 64-bitna različia iz 26. avgusta 2020, verzija Gurobi pa 9.1.1 build v9.1.1rc0 (mac64). Med posameznimi zagoni so tekli le najnujnejši procesi (torej ali MATLAB ali okno ukazne vrstice z Gurobi), prav tako pa je bil prenosnik priključen v napajanje in ni izvajal kakršnihkoli drugih opravil.



Slika 6: Podaki računalnika, na katerem se je izvajalo performančno testiranje

4.2 Performančni rezultati

Izrisi grafe za zagone in resene probleme

5 Zaključek

Povzemi kaj smo naredili, kaj smo ugotovili.

Priloge

A Podrobni rezultati poskusov

Če je rezultatov v smislu tabel ali pa grafov v nalogi mnogo, predstavi v osnovnem besedilu samo glavne, podroben prikaz rezultatov pa lahko predstaviš v prilogi. V glavnem besedilu ne pozabi navesti, da so podrobni rezultati podani v prilogi.

B Programska koda

Za domače naloge bo tipično potrebno kaj sprogramirati. Če ne bo od vas zahtevano, da kodo oddate posebej, to vključite v prilogo. Čisto za okus sem tu postavil nekaj kode, ki uporablja Orange (http://www.biolab.si/orange) in razvrščanje v skupine.

Literatura

- [1] GLEIXNER, A., HENDEL, G., GAMRATH, G., ACHTERBERG, T., BASTUBBE, M., BERTHOLD, T., CHRISTOPHEL, P. M., JARCK, K., KOCH, T., LINDEROTH, J., LÜBBECKE, M., MITTELMANN, H. D., OZYURT, D., RALPHS, T. K., SALVAGNIN, D., AND SHINANO, Y. MIPLIB 2017: Data-Driven Compilation of the 6th Mixed-Integer Programming Library. *Mathematical Programming Computation* (2020 [obiskano 26. decembra, 2020]). http://miplib.zib.de/.
- [2] GUROBI OPTIMIZATION LLC. Gurobi Corporate Brochure, 2020 [obiskano 26. decembra, 2020]. https://www.gurobi.com/pdfs/Gurobi-Corporate-Brochure.pdf.
- [3] GUROBI OPTIMIZATION LLC. *Gurobi Optimizer*, 2020 [obiskano 26. decembra, 2020]. https://www.gurobi.com/products/gurobi-optimizer/.
- [4] GUROBI OPTIMIZATION LLC. Our Team Gurobi, 2020 [obiskano 26. decembra, 2020]. https://www.gurobi.com/company/our-team/.
- [5] GUROBI OPTIMIZATION LLC. Quick Start Guides, 2020 [obiskano 26. decembra, 2020]. https://www.gurobi.com/documentation/quickstart.html.
- [6] GUROBI OPTIMIZATION LLC. *Model File Formats*, 2020 [obiskano 27. decembra, 2020]. https://www.gurobi.com/documentation/9.1/refman/model_file_formats.html.
- [7] U.S. MINT. Coin Specifications, 2019 [obiskano 27. decembra, 2020]. https://www.usmint.gov/learn/coin-and-medal-programs/coin-specifications.