

# Filtri

David Rubin (david.rubin@student.um.si)

4. junij 2019

## 1 Zahteve naloge

Filtru pravimo, da je stabilen, kadar se njegov impulzni odziv  $h(n)$  približuje vrednosti 0, ko gre  $n$  proti neskončnosti. V kontekstu ničel in polov  $Z$  transformacije to pomeni, da je filter stabilen samo takrat, kadar so vsi njegovi poli znotraj enotskega kroga v kompleksni ravnini  $Z$ .

Vaša naloga je izdelati svoj lasten ARMA filter vsaj petega reda in določiti koeficiente  $a$  in  $b$  tako, da bo filter nestabilen. Vsak študent mora imeti izbrane svoje unikatne koeficiente (očitne podobnosti in trivialne transformacije koeficientov filtrov drugih študentov niso dovoljene). Za svoj filter odgovorite na naslednja vprašanja:

1. Kako se glasi  $Z$  transformiranka vašega filtra?
2. Kje v  $Z$  ravnini ležijo ničle vašega filtra?
3. Kje v  $Z$  ravnini ležijo poli vašega filtra?
4. Približno katere frekvence vaš filter prepušča in zakaj?
5. Približno katere frekvence vaš filter zapira in zakaj?
6. Kaj je treba narediti, da bo vaš filter postal stabilen in ohranil čim več originalnih frekvenčnih karakteristik?
7. Kako se s stabilizacijo filtra spremenijo koeficienti  $a$ ?
8. Kako se s stabilizacijo filtra spremenijo koeficienti  $b$ ?

$Z$  transformacijo filtra naredite ročno. Iskanje ničel polinomov, ki vam določajo ničle in pole filtra, lahko izvedete v različnih orodjih, ki omogočajo iskanje ničel.

## 2 Poročilo

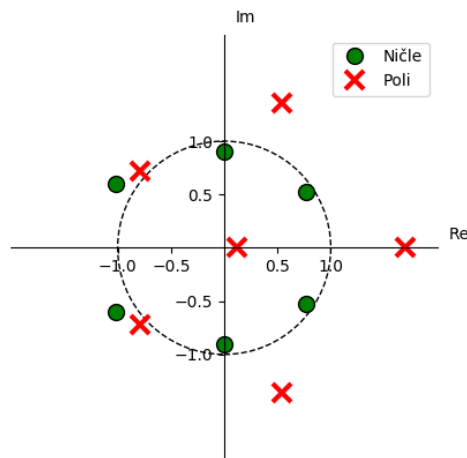
Koda, s katero sem pridobil naslednje odgovore, je priložena k poročilu.

1. **Kako se glasi  $Z$  transformiranka vašega filtra?**

$$H(z) = \frac{2 + 1z^{-1} - \frac{1}{9}z^{-2} + z^{-4} - \frac{7}{11}z^{-5} + 2z^{-6}}{\frac{3}{4} - z^{-1} + \frac{2}{3}z^{-2} - \frac{6}{13}z^{-3} - \frac{25}{29}z^{-4} - 3z^{-5} + \frac{3}{8}z^{-6}}$$

2. Kje v Z ravnini ležijo ničle vašega filtra?

Glej sliko 1.



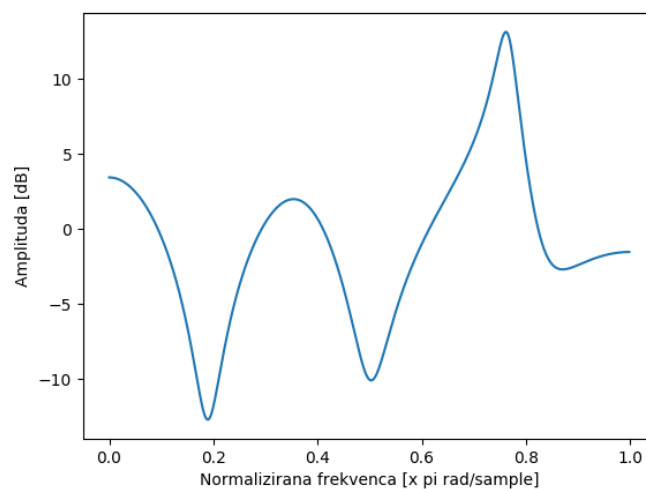
Slika 1: Ničle in poli filtra pred stabilizacijo.

3. Kje v Z ravnini ležijo poli vašega filtra?

Glej sliko 1.

4. Približno katere frekvence vaš filter prepušča in zakaj?

Iz frekvenčnega odziva na sliki 2 lahko vidimo, da filter prepušča frekvence  $0 - 0.1 \cdot f_s$ ,  $0.3 - 0.4 \cdot f_s$  in  $0.6 - 0.8 \cdot f_s$ .



Slika 2: Frekvenčni odziv nestabilnega filtra.

5. **Približno katere frekvence vaš filter zapira in zakaj?**

Na sliki 2 zopet lahko vidimo, da filter zapira frekvence  $0.2 \cdot f_s$ ,  $0.5 \cdot f_s$  in od  $0.8 \cdot f_s$  dalje ( $f_s$  predstavlja vzorčevalno frekvenco).

6. **Kaj je treba narediti, da bo vaš filter postal stabilen in ohranil čim več originalnih frekvenčnih karakteristik?**

Pole, ki so na sliki 1 zunaj enotskega kroga preslikamo znotraj kroga, tako da jih zamaknemo pod istim kotom in približno toliko kot so bili zunaj kroga so zatem znotraj kroga. Če z  $p$  označimo prvotni pol, potem naš novi ocenjen pol  $\tilde{p}$  pridobimo z naslednjo transformacijo:

$$\tilde{p} = \frac{1}{\bar{p}}, \quad (1)$$

kjer  $\bar{p}$  predstavlja kompleksno konjugacijo.

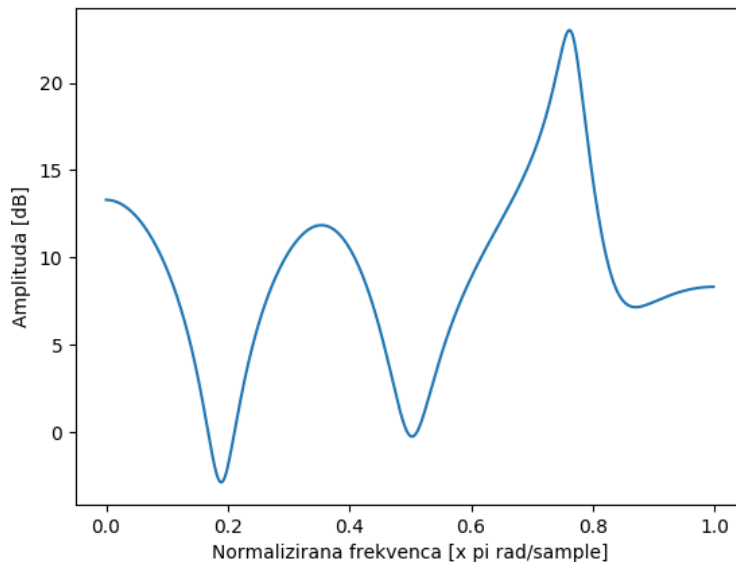
7. **Kako se s stabilizacijo filtra spremenijo koeficienti  $a$ ?**

Poli, ki so zunaj kroga se prestavijo v krog, tako dobimo nove koeficiente  $a$ :

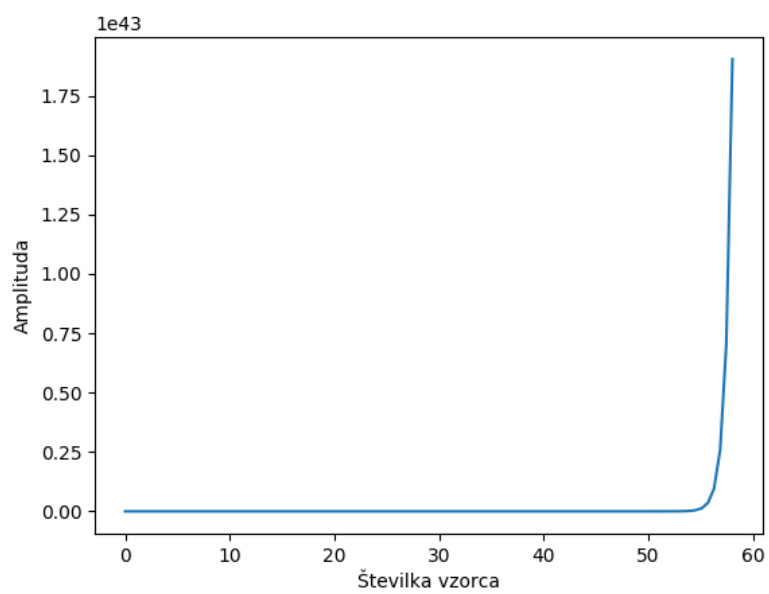
$$1 + 0.172z^{-1} + 0.092z^{-2} - 0.194z^{-3} + 0.314z^{-4} - 0.276z^{-5} + 0.029z^{-6}$$

8. **Kako se s stabilizacijo filtra spremenijo koeficienti  $b$ ?**

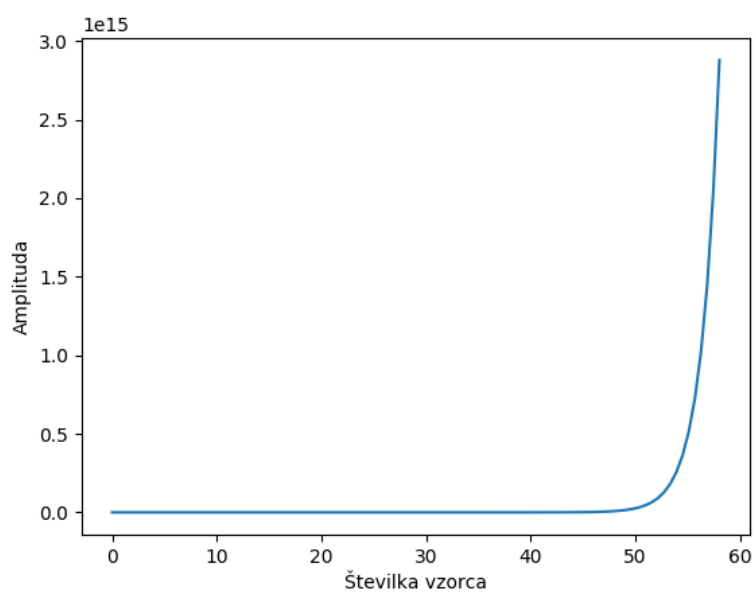
Koeficienti  $b$  ostanejo nespremenjeni.



Slika 3: Frekvenčni odziv stabilnega filtra.



Slika 4: Impulzni odziv nestabilnega filtra.



Slika 5: Impulzni odziv stabilnega filtra.