

Risanje sinusoid

David Rubin (david.rubin@student.um.si)

26. marec 2019

1 Uvod

V programskem orodju Octave ali Python izdelajte program,, ki omogoča prikaz sinusoide s poljubno frekvenco, amplitudo in fazo, in sicer na poljubnem časovnem intervalu in s poljubno frekvenco vzorčenja. Vsi ti parametri naj bodo interaktivno nastavljivi preko grafičnega vmesnika.

Odgovorite na naslednja vprašanja:

1. Pri katerih vzorčevalnih frekvencah se izbrana sinusoida ne prikaže pravilno in katera izmed njenih lastnosti (amplituda, frekvenca, faza) se pri tem spremeni ter kako (t.j. kako se spremeni amplituda, kako faza in kako frekvenca prikazane sinusoide)?
2. Se je ob tem spremenila dejanska sinusoida ali le njen prikaz? Kaj to pomeni za analizo digitalnih signalov?
3. Kako pa se s frekvenco vzorčenja spremenijo amplituda, faza in frekvenca sinusoide, če uporabimo analitičen zapis sinusoide, torej če sinusoido zapišemo s kompleksnimi števili: $s(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi) + j \cdot A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi)$, kjer je A amplituda, f frekvenca in φ faza, j pa je imaginarna enota ($\sqrt{-1}$)?
4. Kaj smo torej pridobili z analitičnim zapisom sinusoide in kaj smo za to žrtvovali?

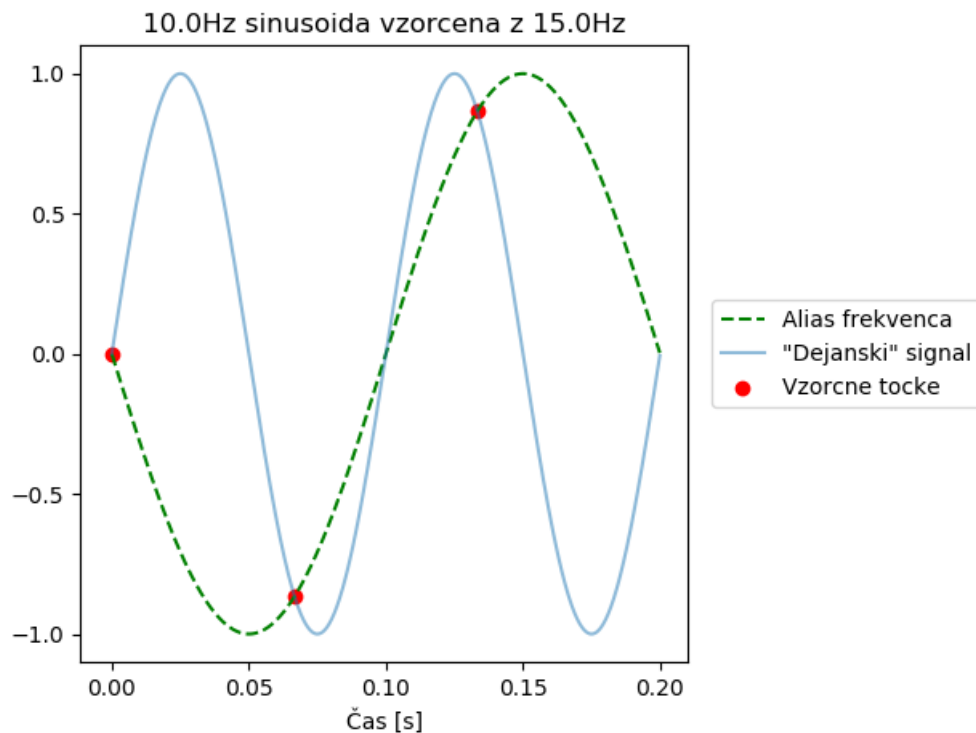
2 Poročilo

Rešitev sem implementiral kot Python program (za delovanje potrebuje PyQt5, matplotlib in numpy), ki je priložen poročilu (*sinus.py*).

1. **Pri katerih vzorčevalnih frekvencah se izbrana sinusoida ne prikaže pravilno in katera izmed njenih lastnosti (amplituda, frekvenca, faza) se pri tem spremeni ter kako (t.j. kako se spremeni amplituda, kako faza in kako frekvenca prikazane sinusoide)?**

V kolikor smo signal vzorčili s frekvenco, ki je nižja od $2 \cdot f$, se nam pojavijo tako imenovane alias frekvence. Točke pri vzorčenju nam pri prenizki vzorčevalni frekvenci ($f_s < 2 \cdot f$) sovpadajo s sinusoidami nižjih frekvenc. Amplituda se načeloma ne spremeni (v kolikor

jo znamo iz realnega grafa pravilno prebrati), spremenita se pa frekvenca, saj je sedaj v signalu poleg dejanske prisotna tudi nižja, ki ima lahko tudi različno fazo od prvotne (glej sliko 1).



Slika 1: Pojavitev nižje frekvence pri nezadostno visoki frekvenci vzorčenja.

2. Se je ob tem spremenila dejanska sinusoida ali le njen prikaz? Kaj to pomeni za analizo digitalnih signalov?

Ob tem pojavu se dejanska sinusoida ne spremeni. Zaradi "slabega" vzorčenja, ki smo ga izvajali pa smo popačili našo predstavitev tega signala. V kolikor te popačene podatke uporabimo za analizo prvotnega signala (ali pa ga poskušamo rekonstruirati) bomo dobili slabe rezultate. S prenizko vzorčevalno frekvenco nismo samo izgubili del podatkov, ampak smo v signal vnesli tudi *aliasing* in si popačili preostali signal.

3. Kako pa se s frekvenco vzorčenja spremenijo amplituda, faza in frekvenca sinusoide, če uporabimo analitičen zapis sinusoide, torej če sinusoido zapišemo s kompleksnimi števili: $s(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi) + j \cdot A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi)$, kjer je A amplituda, f frekvenca in φ faza, j pa je imaginarna enota ($\sqrt{-1}$)?

V kolikor uporabimo analitičen zapis lahko vzorčimo z enako frekvenco kot je najvišja v signalu in bomo še zmeraj razbrali ven sinusoido.

4. Kaj smo torej pridobili z analitičnim zapisom sinusoide in kaj smo za to žrtvovali?

Z analitičnim zapisom smo veliko bolje predstavili našo sinusoido, saj je trivialno razbrati amplitudo in fazo podanega signala. Pri tem pa smo porabili $2\times$ več prostora za opis krivulje.