

Algoritmos para Juegos con Información Incompleta y No Determinismo

Rubmary Rojas

Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Enero 2020



Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de modelos matemáticos de conflicto y cooperación.*
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente.*

Aplicaciones



Ciencias sociales



Economía



Matemática



Computación

Teoría de Juegos

Definición

- Estudio de **modelos matemáticos** de conflicto y cooperación.
- Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente.

Aplicaciones



Ciencias sociales



Economía



Matemática



Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de **modelos matemáticos de conflicto y cooperación.***
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

Aplicaciones



Ciencias sociales



Economía



Matemática



Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de **modelos matemáticos de conflicto y cooperación.***
- *Agentes que toman decisiones de forma **racional e inteligente.***

Aplicaciones



Ciencias sociales



Economía



Matemática



Computación

Teoría de Juegos

Definición

- Estudio de **modelos matemáticos de conflicto y cooperación**.
- Agentes que toman decisiones de forma **racional e inteligente**.

Aplicaciones



Ciencias sociales



Economía



Matemática



Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de **modelos matemáticos** de **conflicto** y **cooperación**.*
- *Agentes que toman decisiones de forma **racional** e **inteligente**.*

Aplicaciones



Ciencias sociales



Economía



Matemática



Computación

Teoría de Juegos

Definición

- Estudio de **modelos matemáticos de conflicto y cooperación**.
- Agentes que toman decisiones de forma **racional e inteligente**.

Aplicaciones



Ciencias sociales



Economía



Matemática



Computación

Teoría de Juegos

Definición

- Estudio de **modelos matemáticos de conflicto y cooperación**.
- Agentes que toman decisiones de forma **racional e inteligente**.

Aplicaciones



Ciencias sociales



Economía



Matemática



Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de **modelos matemáticos de conflicto y cooperación.***
- *Agentes que toman decisiones de forma **racional e inteligente.***

Aplicaciones



Ciencias sociales



Economía



Matemática



Computación

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:

- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:

- Lanzar dados
- Repartir cartas



Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:

- Lanzar dados
- Repartir cartas



Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.



Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:

- Lanzar dados
- Repartir cartas



Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.



Interrogantes

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:

- Lanzar dados
- Repartir cartas



Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.



Interrogantes

- ¿Qué significa que un juego sea resuelto?

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:

- Lanzar dados
- Repartir cartas



Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.



Interrogantes

- ¿Qué significa que un juego sea resuelto?
- ¿Cuándo un jugador juega de forma óptima?

Objetivo General

Comprender los conceptos en el área de juegos de dos personas que involucran información incompleta y no determinismo, así como implementar los algoritmos para resolverlos, realizando experimentos sobre distintos juegos que son capturados por el modelo.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

jugador 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)	jugador 2
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1	
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1	
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0	

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

primer jugador **gana** 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

segundo jugador **pierde** 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Elementos

- 1 Jugadores.
- 2 Acciones o estrategias puras:
 \mathcal{R} , \mathcal{P} , \mathcal{S} .
- 3 Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Elementos

- 1 Jugadores.
- 2 Acciones o estrategias puras:
 \mathcal{R} , \mathcal{P} , \mathcal{S} .
- 3 Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Elementos

- 1 Jugadores.
- 2 Acciones o estrategias puras:
 \mathcal{R} , \mathcal{P} , \mathcal{S} .
- 3 Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Elementos

- 1 Jugadores.
- 2 Acciones o estrategias puras:
 $\mathcal{R}, \mathcal{P}, \mathcal{S}$.
- 3 Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Elementos

- 1 Jugadores.
- 2 Acciones o estrategias puras:
 \mathcal{R} , \mathcal{P} , \mathcal{S} .
- 3 Función de pago o utilidades.

Estrategias

- 1 Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
- 2 Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Elementos

- 1 Jugadores.
- 2 Acciones o estrategias puras:
 \mathcal{R} , \mathcal{P} , \mathcal{S} .
- 3 Función de pago o utilidades.

Estrategias

- 1 Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
- 2 Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Elementos

- 1 Jugadores.
- 2 Acciones o estrategias puras:
 \mathcal{R} , \mathcal{P} , \mathcal{S} .
- 3 Función de pago o utilidades.

Estrategias

- 1 Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
- 2 Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Elementos

- 1 Jugadores.
- 2 Acciones o estrategias puras:
 \mathcal{R} , \mathcal{P} , \mathcal{S} .
- 3 Función de pago o utilidades.

Estrategias

- 1 Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
- 2 Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

- Ninguno obtiene ganancia.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

- María obtiene una ganancia mayor que José.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

- José obtiene una ganancia mayor que María.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

Valor promedio que un determinado jugador obtendría si jugara infinitas veces y cada jugador utiliza una estrategia dada.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

- Si María siempre elige ballet.

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

- Lo mejor para José es siempre elegir ballet.

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

- María no tiene motivos para cambiar su estrategia.

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

- José no tiene motivos para cambiar su estrategia.

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

Conceptos

- 1 Ganancia Esperada
- 2 Mejor Respuesta
- 3 Equilibrio de Nash
- 4 Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	2, 1	0, 0
	béisbol	0, 0	1, 2

Lanzar una moneda

① cara \implies ballet

② sello \implies béisbol

Conceptos

- ① Ganancia Esperada
- ② Mejor Respuesta
- ③ Equilibrio de Nash
- ④ Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	\mathcal{R} (piedra)	\mathcal{P} (papel)	\mathcal{S} (tijera)
\mathcal{R} (piedra)	0, 0	-1, 1	1, -1
\mathcal{P} (papel)	1, -1	0, 0	-1, 1
\mathcal{S} (tijera)	-1, 1	1, -1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Teorema de Nash

Todo juego finito tiene al menos un equilibrio de Nash (en estrategias mixtas).