# Algoritmos para Juegos con Información Incompleta y No Determinismo

Rubmary Rojas

Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Enero 2020

# Teoría de Juegos

## Definición

- *Estudio de modelos matemáticos de conflicto y cooperación .*
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

### Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

# Teoría de Juegos

**Definición**

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de conflicto y cooperación .*
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

## Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

# Teoría de Juegos

## Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

## Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

# Teoría de Juegos

## Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación***.*
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente***.*

## Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

# Teoría de Juegos

## Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación***.*
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente***.*

## Aplicaciones

Ciencias sociales


Economía

Matemática

Computación

# Teoría de Juegos

## Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

### Aplicaciones

Ciencias sociales


Economía

Matemática

Computación

# Teoría de Juegos

## Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

### Aplicaciones

Ciencias sociales


Economía

Matemática

Computación

# Teoría de Juegos

## Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

### Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

# Teoría de Juegos

## Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

### Aplicaciones

Ciencias sociales | Economía | Matemática | Computación

# Juegos no deterministas con información incompleta

**No determinismo**

*Incertidumbre probabilística:*
*- Lanzar dados*
*- Repartir cartas*

**Información incompleta**

*Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.*

# Juegos no deterministas con información incompleta

## No determinismo

*Incertidumbre probabilística:*

*- Lanzar dados*

*- Repartir cartas*

## Información incompleta

*Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.*

# Juegos no deterministas con información incompleta

## No determinismo

*Incertidumbre probabilística:*
*- Lanzar dados*
*- Repartir cartas*

## Información incompleta

*Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.*

# Juegos no deterministas con información incompleta

## No determinismo

*Incertidumbre probabilística:*
*- Lanzar dados*
*- Repartir cartas*

## Información incompleta

*Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.*

### Interrogantes

# Juegos no deterministas con información incompleta

**No determinismo**

*Incertidumbre probabilística:*
*- Lanzar dados*
*- Repartir cartas*

**Información incompleta**

*Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.*


## Interrogantes

- ¿Qué significa que un juego sea resuelto?

# Juegos no deterministas con información incompleta

## No determinismo

*Incertidumbre probabilística:*
*- Lanzar dados*
*- Repartir cartas*

## Información incompleta

*Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.*

### Interrogantes

- ¿Qué significa que un juego sea resuelto?
- ¿Cuándo un jugador juega de forma óptima?

# Objetivo General

Comprender los conceptos en el área de juegos de dos personas que involucran información incompleta y no determinismo, así como implementar los algoritmos para resolverlos, realizando experimentos sobre distintos juegos que son capturados por el modelo.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1,-1$ | $0, 0$ |

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1, -1$ | $0, 0$ |

jugador 1

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) | jugador 2 |
|---|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ | |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ | |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1, -1$ | $0, 0$ | |

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1, -1$ | $0, 0$ |

primer jugador **gana** 1

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1, -1$ | $0, 0$ |

segundo jugador **pierde** 1

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0,0$ | $-1,1$ | $1,-1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1,-1$ | $0,0$ | $-1,1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1,1$ | $1,-1$ | $0,0$ |

## Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1, -1$ | $0, 0$ |

## Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1, -1$ | $0, 0$ |

## Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0,0$ | $-1,1$ | $1,-1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1,-1$ | $0,0$ | $-1,1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1,1$ | $1,-1$ | $0,0$ |

## Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1, -1$ | $0, 0$ |

Juego de dos jugadores de suma cero

## Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1, -1$ | $0, 0$ |

Juego de dos jugadores de suma cero

## Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

## Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1, -1$ | $0, 0$ |

Juego de dos jugadores de suma cero

## Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

## Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0,0$ | $-1,1$ | $1,-1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1,-1$ | $0,0$ | $-1,1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1,1$ | $1,-1$ | $0,0$ |

Juego de dos jugadores de suma cero

## Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

## Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | $0, 0$ | $-1, 1$ | $1, -1$ |
| $\mathcal{P}$ (papel) | $1, -1$ | $0, 0$ | $-1, 1$ |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | $-1, 1$ | $1, -1$ | $0, 0$ |

Juego de
dos jugadores
de suma cero

## Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

## Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

José

| | | ballet | béisbol |
|---|---|---|---|
| María | ballet | $2,1$ | $0,0$ |
| | béisbol | $0,0$ | $1,2$ |

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José ballet | José béisbol |
|---|---|---|---|
| María | ballet | $2,1$ | $0,0$ |
| María | béisbol | $0,0$ | $1,2$ |

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

- Ninguno obtiene ganancia.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

- María obtiene una ganancia mayor que José.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

- José obtiene una ganancia mayor que María.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

## Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2,1$ | $0,0$ |
| | béisbol | $0,0$ | $1,2$ |

### Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Valor promedio que un determinado jugador obtendría si jugara infinitas veces y cada jugador utiliza una estrategia dada.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

### Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

- Si María siempre elige ballet.

## Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| María | | José: ballet | José: béisbol |
|---|---|---|---|
| | ballet | $2,1$ | $0,0$ |
| | béisbol | $0,0$ | $1,2$ |

- Lo mejor para José es siempre elegir ballet.

## Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

## Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

## Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | 2, 1 | 0, 0 |
| | béisbol | 0, 0 | 1, 2 |

- María no tiene motivos para cambiar su estrategia.

## Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

- José no tiene motivos para cambiar su estrategia.

## Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

## Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

## Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

# Juegos en Forma Normal o Estratégica

## Batalla de los sexos

| | | José | |
|---|---|---|---|
| | | ballet | béisbol |
| María | ballet | $2, 1$ | $0, 0$ |
| | béisbol | $0, 0$ | $1, 2$ |

Lanzar una moneda

1. cara $\Longrightarrow$ ballet
2. sello $\Longrightarrow$ béisbol

## Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

# Equilibrio de Nash

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | 0, 0 | -1, 1 | 1,-1 |
| $\mathcal{P}$ (papel) | 1,-1 | 0, 0 | -1, 1 |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | -1, 1 | 1,-1 | 0, 0 |

# Equilibrio de Nash

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | 0, 0 | -1, 1 | 1,-1 |
| $\mathcal{P}$ (papel) | 1,-1 | 0, 0 | -1, 1 |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | -1, 1 | 1,-1 | 0, 0 |

# Equilibrio de Nash

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | 0, 0 | -1, 1 | 1,-1 |
| $\mathcal{P}$ (papel) | 1,-1 | 0, 0 | -1, 1 |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | -1, 1 | 1,-1 | 0, 0 |

# Equilibrio de Nash

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | 0, 0 | -1, 1 | 1,-1 |
| $\mathcal{P}$ (papel) | 1,-1 | 0, 0 | -1, 1 |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | -1, 1 | 1,-1 | 0, 0 |

# Equilibrio de Nash

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | 0, 0 | -1, 1 | 1,-1 |
| $\mathcal{P}$ (papel) | 1,-1 | 0, 0 | -1, 1 |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | -1, 1 | 1,-1 | 0, 0 |

# Equilibrio de Nash

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | 0, 0 | -1, 1 | 1,-1 |
| $\mathcal{P}$ (papel) | 1,-1 | 0, 0 | -1, 1 |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | -1, 1 | 1,-1 | 0, 0 |

# Equilibrio de Nash

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | 0, 0 | -1, 1 | 1,-1 |
| $\mathcal{P}$ (papel) | 1,-1 | 0, 0 | -1, 1 |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | -1, 1 | 1,-1 | 0, 0 |

# Equilibrio de Nash

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | 0, 0 | -1, 1 | 1,-1 |
| $\mathcal{P}$ (papel) | 1,-1 | 0, 0 | -1, 1 |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | -1, 1 | 1,-1 | 0, 0 |

**No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.**

# Equilibrio de Nash

## Piedra, papel o tijera

| | $\mathcal{R}$ (piedra) | $\mathcal{P}$ (papel) | $\mathcal{S}$ (tijera) |
|---|---|---|---|
| $\mathcal{R}$ (piedra) | 0, 0 | -1, 1 | 1,-1 |
| $\mathcal{P}$ (papel) | 1,-1 | 0, 0 | -1, 1 |
| $\mathcal{S}$ (tijera) | -1, 1 | 1,-1 | 0, 0 |

**No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.**

**Teorema de Nash**

*Todo juego finito tiene al menos un equilibrio de Nash (en estrategias mixtas).*

# Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

# Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

## Observaciones previas

# Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

## Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.

# Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

## Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

# Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

## Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

## Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

# Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

## Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

## Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.

# Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

## Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

## Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.
2. Valor del juego $u$: ganancia esperada del primer jugador cuando ambos jugadores utilizan **cualquier** equilibrio de Nash.

# Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

## Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

## Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.
2. Valor del juego $u$: ganancia esperada del primer jugador cuando ambos jugadores utilizan **cualquier** equilibrio de Nash.
3. El primer jugador puede garantizar una ganancia esperada de **al menos** $u$ independientemente de la estrategia de su oponente.

# Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

## Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

## Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.
2. Valor del juego $u$: ganancia esperada del primer jugador cuando ambos jugadores utilizan **cualquier** equilibrio de Nash.
3. El primer jugador puede garantizar una ganancia esperada de **al menos** $u$ independientemente de la estrategia de su oponente.
4. El segundo jugador puded garantizar una ganancia esperada de **al menos** $-u$ independientemente de la estrategia de su oponente.

# Regret Matching

## Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, ....$
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

# Regret Matching

## Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

# Regret Matching

## Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, ...$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

# Regret Matching

## Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

# Regret Matching

## Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

## ¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

# Regret Matching

## Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \dots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

## ¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

**Regret**

*Métrica de arrepentimiento de no haber elegido una acción en particular.*

# Regret Matching

## Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, ...$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

## ¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

**Regret**

*Métrica de* **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

# Regret Matching

## Regret

*Métrica de* **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

### Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

# Regret Matching

## Regret

*Métrica de* **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

### Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

| $\mathcal{R}, \mathcal{S}$ | $\mathcal{R}, \mathcal{P}$ | $\mathcal{S}, \mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |

# Regret Matching

**Regret**

*Métrica de* **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

### Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

| $\mathcal{R},\mathcal{S}$ | $\mathcal{R},\mathcal{P}$ | $\mathcal{S},\mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |

# Regret Matching

**Regret**

*Métrica de* **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

### Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

| $\mathcal{R},\mathcal{S}$ | $\mathcal{R},\mathcal{P}$ | $\mathcal{S},\mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |

| $\mathcal{S},\mathcal{S}$ | $\mathcal{S},\mathcal{P}$ | $\mathcal{S},\mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | $\frac{1}{3}$ |

$$R_1(\mathcal{R},\mathcal{S}) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

# Regret Matching

## Regret

*Métrica de* **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

### Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

| $\mathcal{R},\mathcal{S}$ | $\mathcal{R},\mathcal{P}$ | $\mathcal{S},\mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |

| $\mathcal{P},\mathcal{S}$ | $\mathcal{P},\mathcal{P}$ | $\mathcal{S},\mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| -1 | 0 | 0 | -$\frac{1}{3}$ |

$$R_1(\mathcal{R},\mathcal{P}) = -\frac{1}{3} - 0 = -\frac{1}{3}$$

# Regret Matching

## Regret

*Métrica de* **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

### Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

| $\mathcal{R}, \mathcal{S}$ | $\mathcal{R}, \mathcal{P}$ | $\mathcal{S}, \mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |

# Regret Matching

## Regret

*Métrica de* **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

### Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

| $\mathcal{R}, \mathcal{S}$ | $\mathcal{R}, \mathcal{P}$ | $\mathcal{S}, \mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |

# Regret Matching

## Regret

*Métrica de* **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

### Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

| $\mathcal{R},\mathcal{S}$ | $\mathcal{R},\mathcal{P}$ | $\mathcal{S},\mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |

| $\mathcal{S},\mathcal{S}$ | $\mathcal{S},\mathcal{P}$ | $\mathcal{S},\mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | $\frac{1}{3}$ |

$$R_1(\mathcal{S}) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

# Regret Matching

**Regret**

*Métrica de* ***arrepentimiento*** *de no haber elegido una acción en particular.*

## Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

| $\mathcal{R}, \mathcal{S}$ | $\mathcal{R}, \mathcal{P}$ | $\mathcal{S}, \mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |

| $\mathcal{P}, \mathcal{S}$ | $\mathcal{P}, \mathcal{P}$ | $\mathcal{P}, \mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| -1 | 0 | -1 | -$\frac{2}{3}$ |

$$R_1(\mathcal{P}) = -\frac{2}{3} - 0 = -\frac{2}{3}$$

# Regret Matching

**Regret**

*Métrica de* **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

### Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

| $\mathcal{R},\mathcal{S}$ | $\mathcal{R},\mathcal{P}$ | $\mathcal{S},\mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | -1 | 0 | 0 |

| $\mathcal{P},\mathcal{S}$ | $\mathcal{P},\mathcal{P}$ | $\mathcal{P},\mathcal{S}$ | $\bar{u}$ |
|---|---|---|---|
| -1 | 0 | -1 | -$\frac{2}{3}$ |

$$R_1(\mathcal{P}) = -\frac{2}{3} - 0 = -\frac{2}{3}$$

# Regret Matching

## Observaciones

# Regret Matching

## Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.

# Regret Matching

## Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.

# Regret Matching

## Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.

# Regret Matching

## Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
   - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que $2\varepsilon$.

# Regret Matching

## Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
   - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que $2\varepsilon$.
   - $2\varepsilon$-equilibrio de Nash.

# Regret Matching

## Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
   - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que $2\varepsilon$.
   - $2\varepsilon$-equilibrio de Nash.

## Estrategia Empírica

# Regret Matching

## Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
   - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que $2\varepsilon$.
   - $2\varepsilon$-equilibrio de Nash.

## Estrategia Empírica

La probabilidad de que un determinado jugador elija una acción $a$ es igual a:

$$p(a) = \frac{\text{número de veces que el jugador eligió } a}{\text{número total de juegos}}$$

# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.

# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.

# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

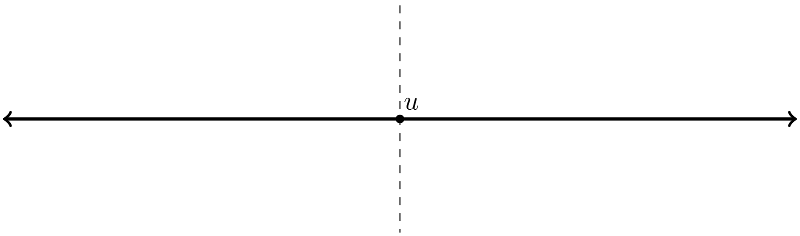
1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

# Resultados Experimentales

### Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

### Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$



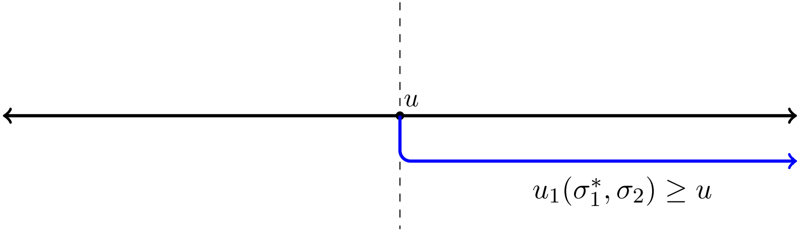
# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

## Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u$.



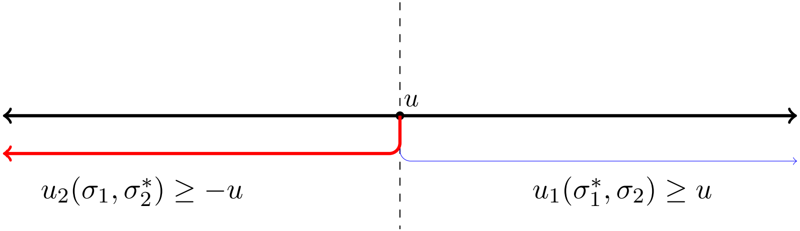
# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

## Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u$.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $-u$.



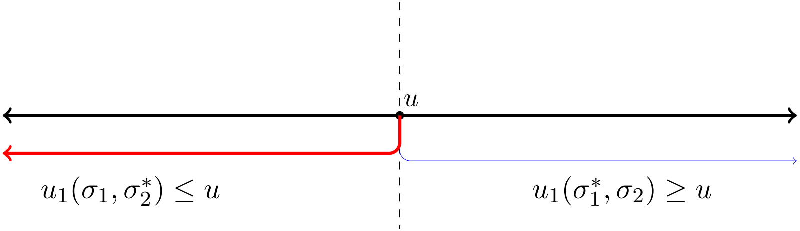
# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

## Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u$.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u$ para el primer jugador.

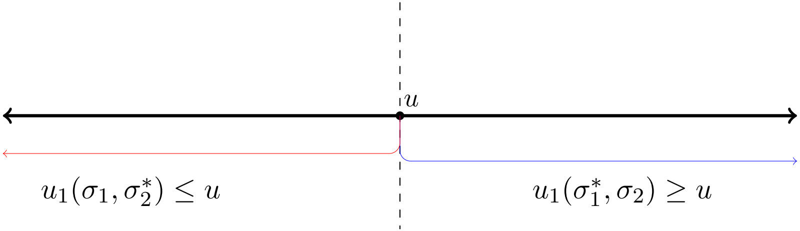


# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

## Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$



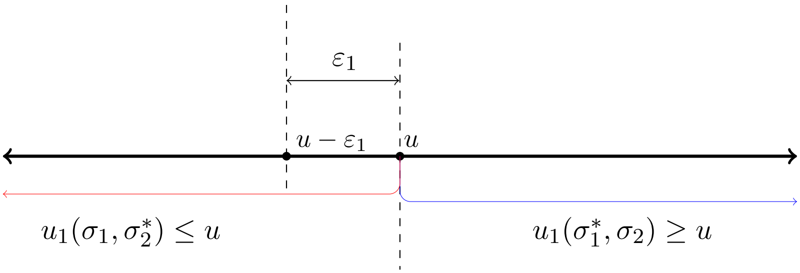
# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

## Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.



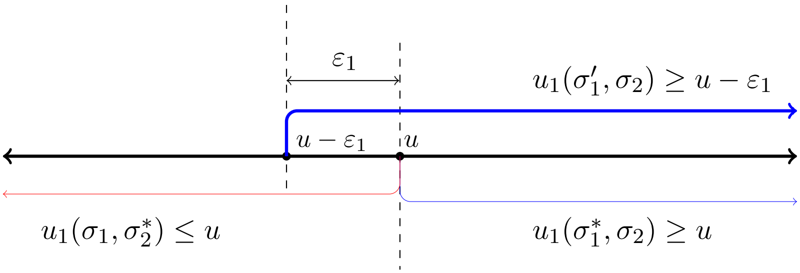
# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

## Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.



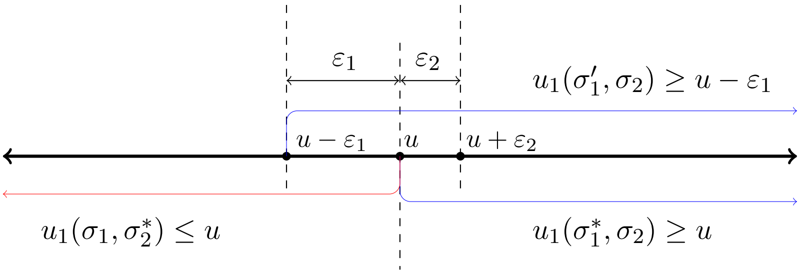
# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

## Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



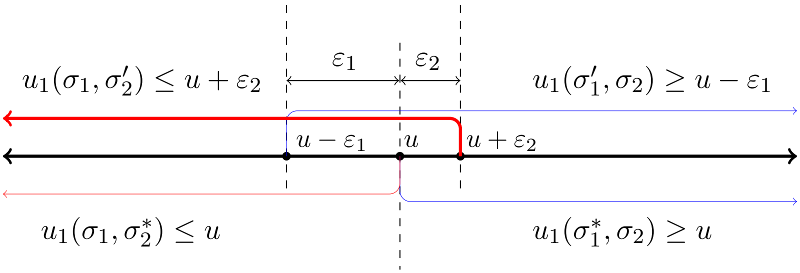
# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

## Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



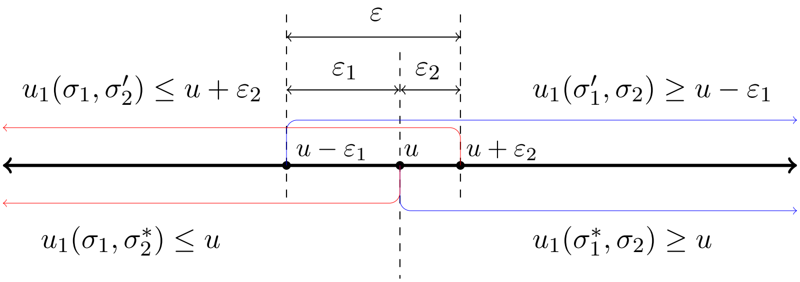
# Resultados Experimentales

## Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad: $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

## Aproximación $\sigma' = (\sigma_1', \sigma_2')$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



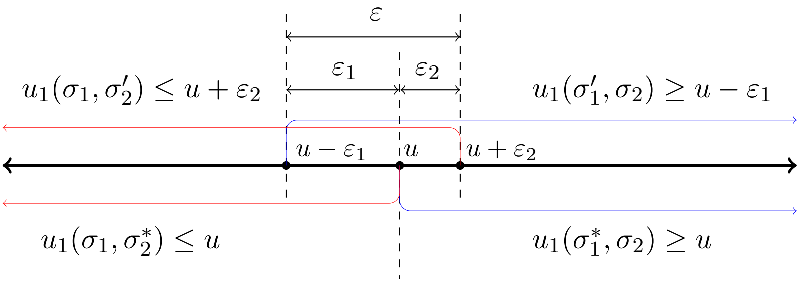
# Resultados Experimentales

### Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad: $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

### Aproximación $\sigma' = (\sigma_1', \sigma_2')$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



# Resultados Experimentales

## Experimentos

# Resultados Experimentales

## Experimentos

1. $4$ juegos para dos jugadores de suma cero.

# Resultados Experimentales

## Experimentos

1. $4$ juegos para dos jugadores de suma cero.
2. $10$ corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.

# Resultados Experimentales

## Experimentos

1. $4$ juegos para dos jugadores de suma cero.
2. $10$ corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que $0.005$.

# Resultados Experimentales

## Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados

# Resultados Experimentales

## Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que $0.005$.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.

# Resultados Experimentales

## Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.

# Resultados Experimentales

## Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
   - Tiempo promedio.

# Resultados Experimentales

## Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
   - Tiempo promedio.
   - Número de iteraciones promedio.

# Resultados Experimentales

## Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que $0.005$.
4. Tabla de resultados
    - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
    - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
    - Tiempo promedio.
    - Número de iteraciones promedio.
    - Promedio del tiempo por iteración.

# Resultados Experimentales

## Experimentos

1. $4$ juegos para dos jugadores de suma cero.
2. $10$ corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que $0.005$.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
   - Tiempo promedio.
   - Número de iteraciones promedio.
   - Promedio del tiempo por iteración.

# Resultados Experimentales

## Matching Pennies

# Resultados Experimentales

## Matching Pennies

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000$ | $0,000$ | $0,000$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,006$ | $0,008$ |
| Tiempo $T$ | $10,276$ | $0,777$ | $0,042$ |
| Iteraciones $I$ | $3.892.550,4$ | $25.616,6$ | $16.260,5$ |
| $T/I$ | $2,64\times10^{-6}$ | $3,03\times10^{-5}$ | $2,58\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Matching Pennies

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000$ | $0,000$ | $0,000$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,006$ | $0,008$ |
| Tiempo $T$ | $10,276$ | $0,777$ | $0,042$ |
| Iteraciones $I$ | $3.892.550,4$ | $25.616,6$ | $16.260,5$ |
| $T/I$ | $2,64\times10^{-6}$ | $3,03\times10^{-5}$ | $2,58\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Matching Pennies

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000$ | $0,000$ | $0,000$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,006$ | $0,008$ |
| Tiempo $T$ | $10,276$ | $0,777$ | $0,042$ |
| Iteraciones $I$ | $3.892.550,4$ | $25.616,6$ | $16.260,5$ |
| $T/I$ | $2,64\times10^{-6}$ | $3,03\times10^{-5}$ | $2,58\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Matching Pennies

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000$ | $0,000$ | $0,000$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,006$ | $0,008$ |
| Tiempo $T$ | $10,276$ | $0,777$ | $0,042$ |
| Iteraciones $I$ | $3.892.550,4$ | $25.616,6$ | $16.260,5$ |
| $T/I$ | $2,64{\times}10^{-6}$ | $3,03{\times}10^{-5}$ | $2,58{\times}10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Matching Pennies

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000$ | $0,000$ | $0,000$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,006$ | $0,008$ |
| Tiempo $T$ | $10,276$ | $0,777$ | $0,042$ |
| Iteraciones $I$ | $3.892.550,4$ | $25.616,6$ | $16.260,5$ |
| $T/I$ | $2,64{\times}10^{-6}$ | $3,03{\times}10^{-5}$ | $2,58{\times}10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

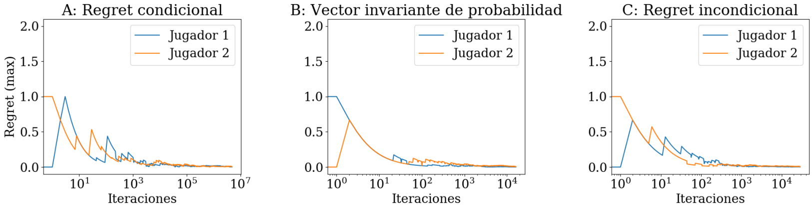
## Matching Pennies

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000$ | $0,000$ | $0,000$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,006$ | $0,008$ |
| Tiempo $T$ | $10,276$ | $0,777$ | $0,042$ |
| Iteraciones $I$ | $3.892.550,4$ | $25.616,6$ | $16.260,5$ |
| $T/I$ | $2,64\times10^{-6}$ | $3,03\times10^{-5}$ | $2,58\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Matching Pennies

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000$ | $0,000$ | $0,000$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,006$ | $0,008$ |
| Tiempo $T$ | $10,276$ | $0,777$ | $0,042$ |
| Iteraciones $I$ | $3.892.550,4$ | $25.616,6$ | $16.260,5$ |
| $T/I$ | $2,64\times10^{-6}$ | $3,03\times10^{-5}$ | $2,58\times10^{-6}$ |



# Resultados Experimentales

## Piedra, Papel o Tijera

# Resultados Experimentales

## Piedra, Papel o Tijera

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $-0,000012$ | $0,000004$ | $0,000022$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $12,198$ | $0,345$ | $0,049$ |
| Iteraciones $I$ | $4.519.054,1$ | $6.601,3$ | $19.321,1$ |
| $T/I$ | $2,70\times10^{-6}$ | $5,23\times10^{-5}$ | $2,54\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Piedra, Papel o Tijera

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $-0,000012$ | $0,000004$ | $0,000022$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $12,198$ | $0,345$ | $0,049$ |
| Iteraciones $I$ | $4.519.054,1$ | $6.601,3$ | $19.321,1$ |
| $T/I$ | $2,70{\times}10^{-6}$ | $5,23{\times}10^{-5}$ | $2,54{\times}10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Piedra, Papel o Tijera

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $-0,000012$ | $0,000004$ | $0,000022$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $12,198$ | $0,345$ | $0,049$ |
| Iteraciones $I$ | $4.519.054,1$ | $6.601,3$ | $19.321,1$ |
| $T/I$ | $2,70\times10^{-6}$ | $5,23\times10^{-5}$ | $2,54\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Piedra, Papel o Tijera

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $-0,000012$ | $0,000004$ | $0,000022$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $12,198$ | $0,345$ | $0,049$ |
| Iteraciones $I$ | $4.519.054,1$ | $6.601,3$ | $19.321,1$ |
| $T/I$ | $2,70\times10^{-6}$ | $5,23\times10^{-5}$ | $2,54\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Piedra, Papel o Tijera

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $-0,000012$ | $0,000004$ | $0,000022$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $12,198$ | $0,345$ | $0,049$ |
| Iteraciones $I$ | $4.519.054,1$ | $6.601,3$ | $19.321,1$ |
| $T/I$ | $2,70\times10^{-6}$ | $5,23\times10^{-5}$ | $2,54\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

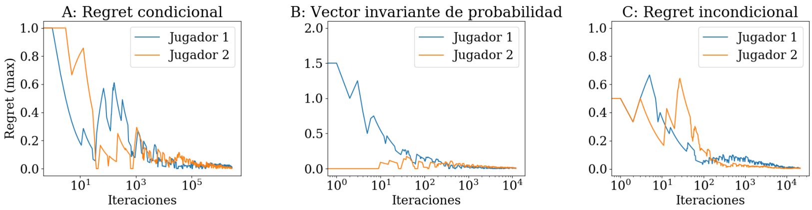
## Piedra, Papel o Tijera

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $-0,000012$ | $0,000004$ | $0,000022$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $12,198$ | $0,345$ | $0,049$ |
| Iteraciones $I$ | $4.519.054,1$ | $6.601,3$ | $19.321,1$ |
| $T/I$ | $2,70\times10^{-6}$ | $5,23\times10^{-5}$ | $2,54\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Piedra, Papel o Tijera

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $-0,000012$ | $0,000004$ | $0,000022$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,006$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $12,198$ | $0,345$ | $0,049$ |
| Iteraciones $I$ | $4.519.054,1$ | $6.601,3$ | $19.321,1$ |
| $T/I$ | $2,70\times10^{-6}$ | $5,23\times10^{-5}$ | $2,54\times10^{-6}$ |



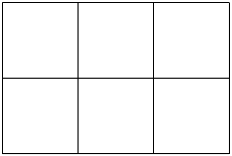
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

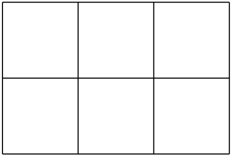
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

### Jugador 1



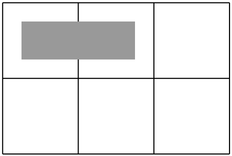
### Jugador 2



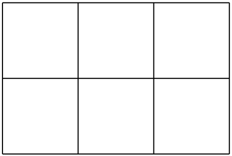
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

### Jugador 1



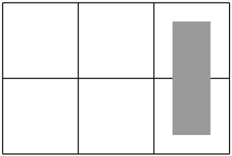
### Jugador 2



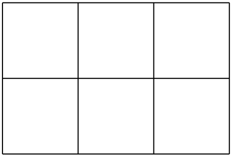
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

**Jugador 1**



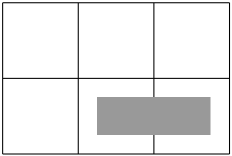
**Jugador 2**



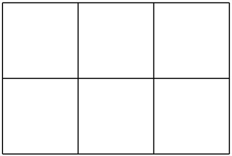
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

### Jugador 1



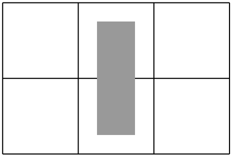
### Jugador 2



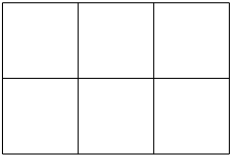
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

### Jugador 1



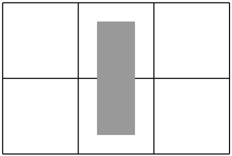
### Jugador 2



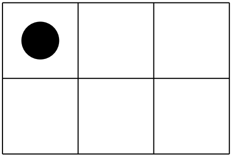
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

### Jugador 1



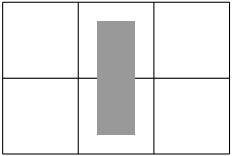
### Jugador 2



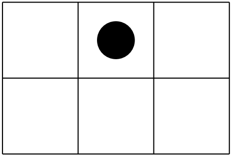
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

### Jugador 1



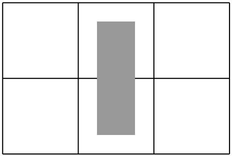
### Jugador 2



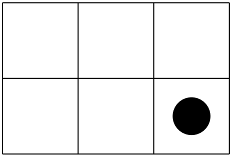
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

**Jugador 1**



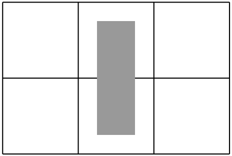
**Jugador 2**



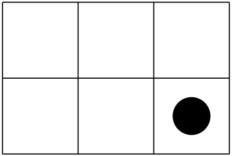
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

**Jugador 1**

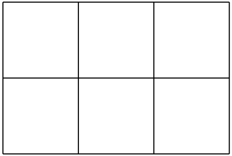


**Jugador 2**



## Resultado

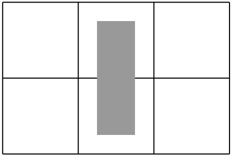
1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.
2. La ficha y el dominó sí se superponen: gana el jugador 2.



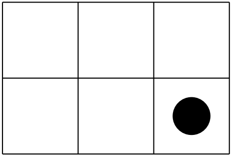
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

**Jugador 1**

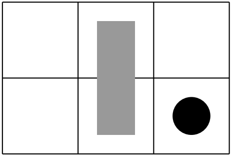


**Jugador 2**



## Resultado

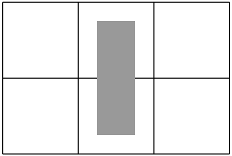
1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.
2. La ficha y el dominó sí se superponen: gana el jugador 2.



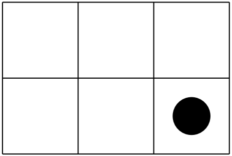
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

**Jugador 1**

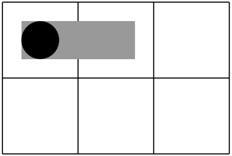


**Jugador 2**



## Resultado

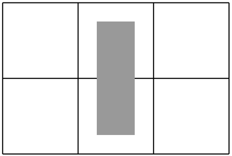
1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.
2. La ficha y el dominó sí se superponen: gana el jugador 2.



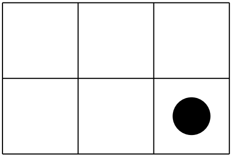
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

**Jugador 1**

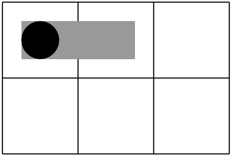


**Jugador 2**



## Resultado

1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.
2. La ficha y el dominó sí se superponen: gana el jugador 2.



# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,333$ | $0,334$ | $0,334$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,007$ | $0,004$ |
| Tiempo $T$ | $319,179$ | $11,275$ | $0,237$ |
| Iteraciones $I$ | $108.319.272,4$ | $75.250,2$ | $84.318,5$ |
| $T/I$ | $2,95 \times 10^{-6}$ | $1,50 \times 10^{-4}$ | $2,81 \times 10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,333$ | $0,334$ | $0,334$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,007$ | $0,004$ |
| Tiempo $T$ | $319,179$ | $11,275$ | $0,237$ |
| Iteraciones $I$ | $108.319.272,4$ | $75.250,2$ | $84.318,5$ |
| $T/I$ | $2,95{\times}10^{-6}$ | $1,50{\times}10^{-4}$ | $2,81{\times}10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,333$ | $0,334$ | $0,334$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,007$ | $0,004$ |
| Tiempo $T$ | $319,179$ | $11,275$ | $0,237$ |
| Iteraciones $I$ | $108.319.272,4$ | $75.250,2$ | $84.318,5$ |
| $T/I$ | $2,95{\times}10^{-6}$ | $1,50{\times}10^{-4}$ | $2,81{\times}10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,333$ | $0,334$ | $0,334$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,007$ | $0,004$ |
| Tiempo $T$ | $319,179$ | $11,275$ | $0,237$ |
| Iteraciones $I$ | $108.319.272,4$ | $75.250,2$ | $84.318,5$ |
| $T/I$ | $2,95\times10^{-6}$ | $1,50\times10^{-4}$ | $2,81\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,333$ | $0,334$ | $0,334$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,007$ | $0,004$ |
| Tiempo $T$ | $319,179$ | $11,275$ | $0,237$ |
| Iteraciones $I$ | $108.319.272,4$ | $75.250,2$ | $84.318,5$ |
| $T/I$ | $2,95{\times}10^{-6}$ | $1,50{\times}10^{-4}$ | $2,81{\times}10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

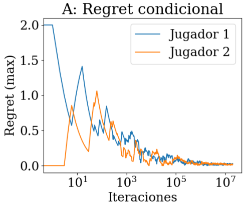
## Ficha vs. Dominó

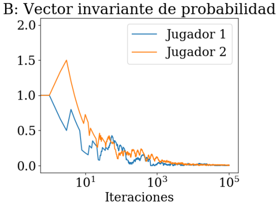
| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,333$ | $0,334$ | $0,334$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,007$ | $0,004$ |
| Tiempo $T$ | $319,179$ | $11,275$ | $0,237$ |
| Iteraciones $I$ | $108.319.272,4$ | $75.250,2$ | $84.318,5$ |
| $T/I$ | $2,95\times10^{-6}$ | $1,50\times10^{-4}$ | $2,81\times10^{-6}$ |

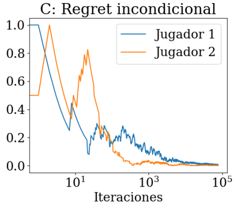
# Resultados Experimentales

## Ficha vs. Dominó

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,333$ | $0,334$ | $0,334$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,007$ | $0,004$ |
| Tiempo $T$ | $319,179$ | $11,275$ | $0,237$ |
| Iteraciones $I$ | $108.319.272,4$ | $75.250,2$ | $84.318,5$ |
| $T/I$ | $2,95{\times}10^{-6}$ | $1,50{\times}10^{-4}$ | $2,81{\times}10^{-6}$ |



# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

# Resultados Experimentales

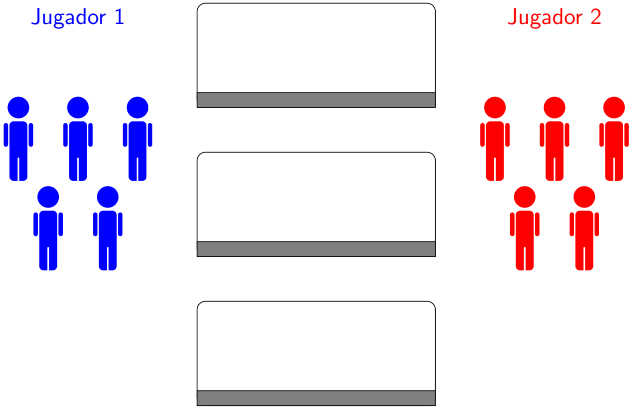
## Coronel Blotto

- $S$ soldados por jugador.

# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

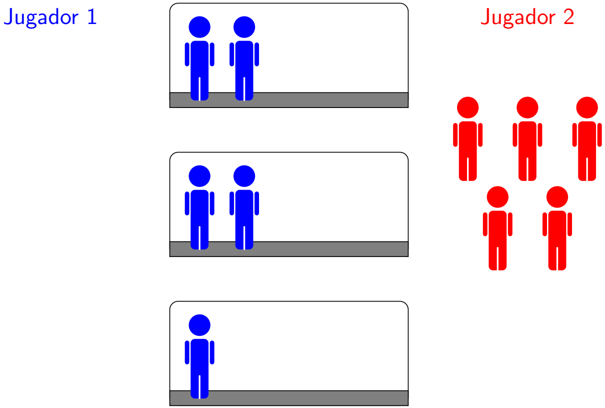
- $S$ soldados por jugador.
- $N$ campos de batalla.



# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

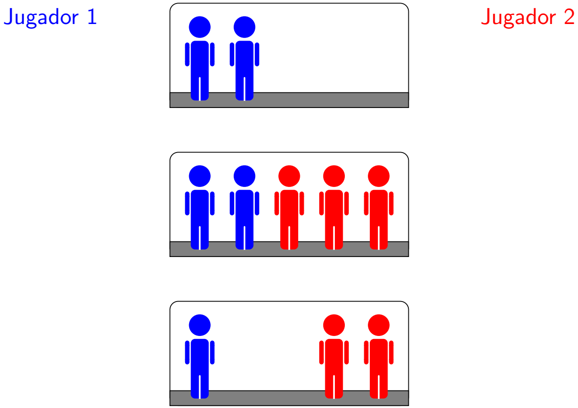
- $S$ soldados por jugador.
- $N$ campos de batalla.



# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

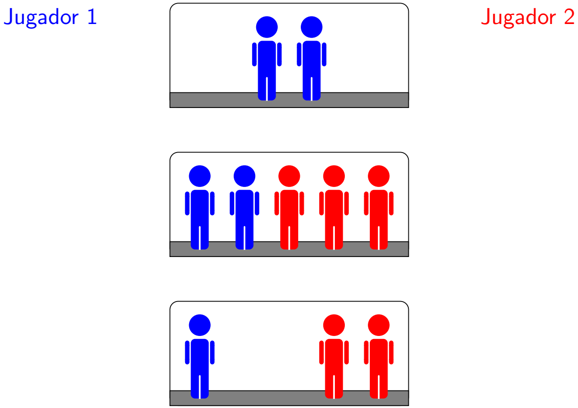
- $S$ soldados por jugador.
- $N$ campos de batalla.



# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

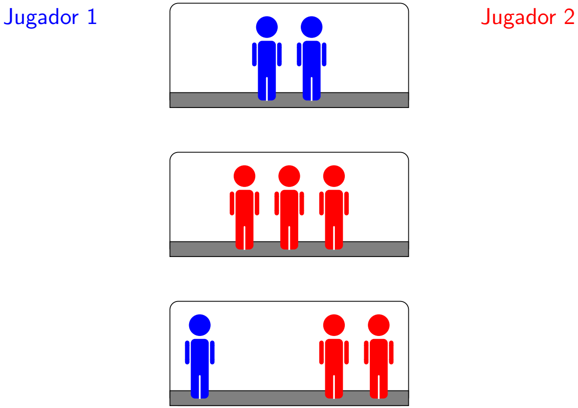
- $S$ soldados por jugador.
- $N$ campos de batalla.



# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

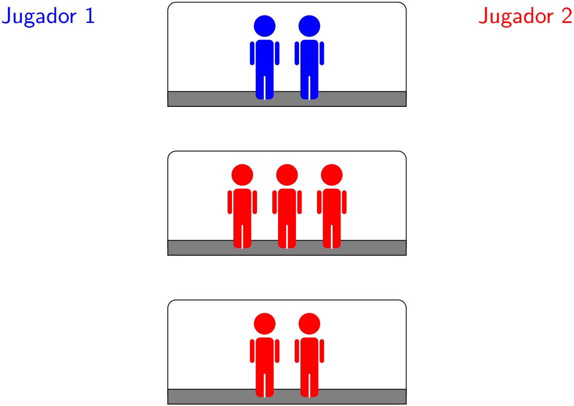
- $S$ soldados por jugador.
- $N$ campos de batalla.



# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

- $S$ soldados por jugador.
- $N$ campos de batalla.

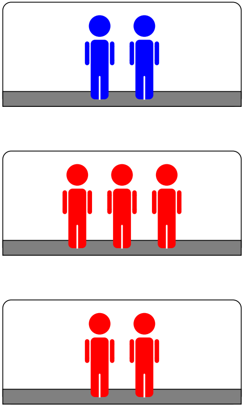


# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

- $S$ soldados por jugador.
- $N$ campos de batalla.
- $u_1 = 1 - 2 = -1$

Jugador 1



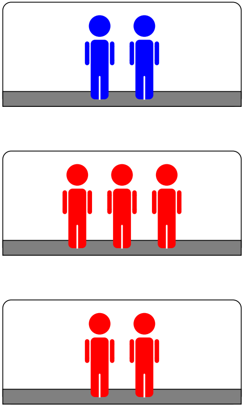
Jugador 2

# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

- $S$ soldados por jugador.
- $N$ campos de batalla.
- $u_1 = 1 - 2 = -1$
- $u_2 = 2 - 1 = 1.$

Jugador 1



Jugador 2

# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000219$ | $0,000150$ | $0,000024$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $875,533$ | $70,453$ | $0,166$ |
| Iteraciones $I$ | $190.222.305,3$ | $58.794,4$ | $48.613,5$ |
| $T/I$ | $4,60\times10^{-6}$ | $1,20\times10^{-3}$ | $3,41\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000219$ | $0,000150$ | $0,000024$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $875,533$ | $70,453$ | $0,166$ |
| Iteraciones $I$ | $190.222.305,3$ | $58.794,4$ | $48.613,5$ |
| $T/I$ | $4,60\times10^{-6}$ | $1,20\times10^{-3}$ | $3,41\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000219$ | $0,000150$ | $0,000024$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $875,533$ | $70,453$ | $0,166$ |
| Iteraciones $I$ | $190.222.305,3$ | $58.794,4$ | $48.613,5$ |
| $T/I$ | $4,60\times10^{-6}$ | $1,20\times10^{-3}$ | $3,41\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

| | A | B | C |
|---|---:|---:|---:|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000219$ | $0,000150$ | $0,000024$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $875,533$ | $70,453$ | $0,166$ |
| Iteraciones $I$ | $190.222.305,3$ | $58.794,4$ | $48.613,5$ |
| $T/I$ | $4,60\times10^{-6}$ | $1,20\times10^{-3}$ | $3,41\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000219$ | $0,000150$ | $0,000024$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $875,533$ | $70,453$ | $0,166$ |
| Iteraciones $I$ | $190.222.305,3$ | $58.794,4$ | $48.613,5$ |
| $T/I$ | $4,60\times10^{-6}$ | $1,20\times10^{-3}$ | $3,41\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

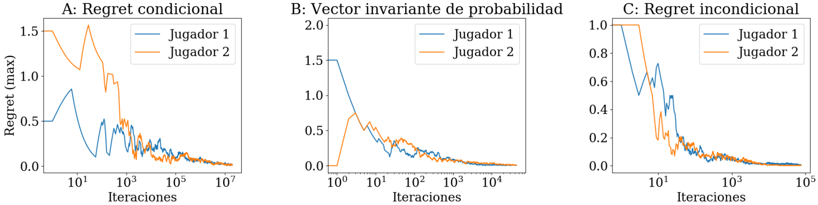
## Coronel Blotto

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000219$ | $0,000150$ | $0,000024$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $875,533$ | $70,453$ | $0,166$ |
| Iteraciones $I$ | $190.222.305,3$ | $58.794,4$ | $48.613,5$ |
| $T/I$ | $4,60\times10^{-6}$ | $1,20\times10^{-3}$ | $3,41\times10^{-6}$ |

# Resultados Experimentales

## Coronel Blotto

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Ganancia esperada $u(\sigma)$ | $0,000219$ | $0,000150$ | $0,000024$ |
| Explotabilidad $\varepsilon_\sigma$ | $0,010$ | $0,010$ | $0,009$ |
| Tiempo $T$ | $875,533$ | $70,453$ | $0,166$ |
| Iteraciones $I$ | $190.222.305,3$ | $58.794,4$ | $48.613,5$ |
| $T/I$ | $4,60\times10^{-6}$ | $1,20\times10^{-3}$ | $3,41\times10^{-6}$ |

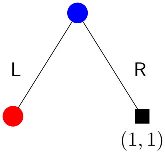


# Forma Extensiva

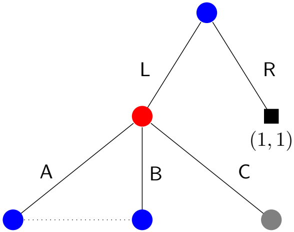
# Forma Extensiva

# Forma Extensiva

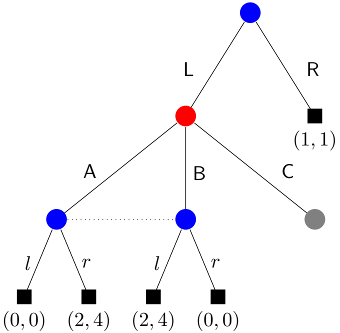
# Forma Extensiva



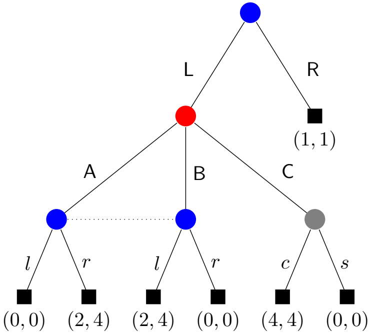
# Forma Extensiva



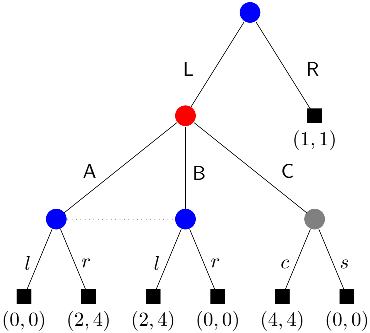
# Forma Extensiva



# Forma Extensiva

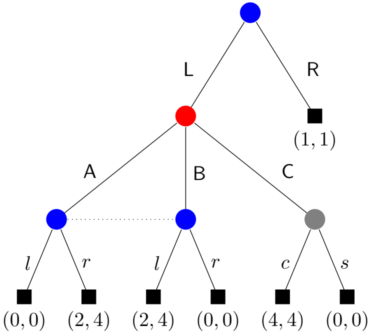


# Forma Extensiva




## Elementos

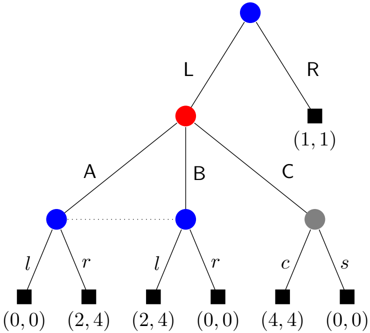
# Forma Extensiva




## Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, $LA, LBr, R$.
   - Acciones

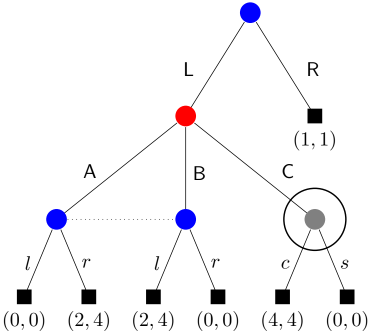
# Forma Extensiva




## Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, $LA, LBr, R$.
   - Acciones
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.

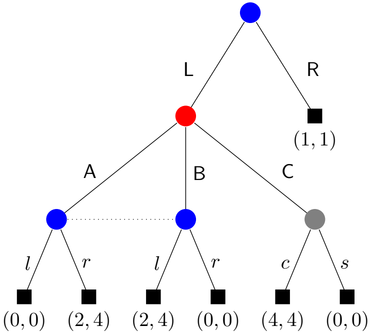
# Forma Extensiva




## Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, $LA, LBr, R$.
   - Acciones
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar

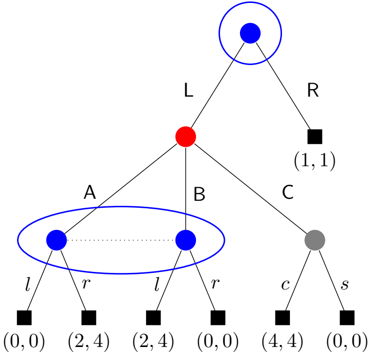
# Forma Extensiva




## Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, $LA, LBr, R$.
   - Acciones
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.

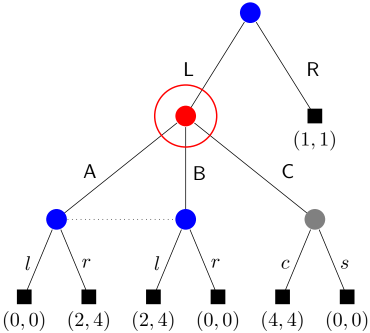
# Forma Extensiva




## Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, $LA, LBr, R$.
   - Acciones
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.

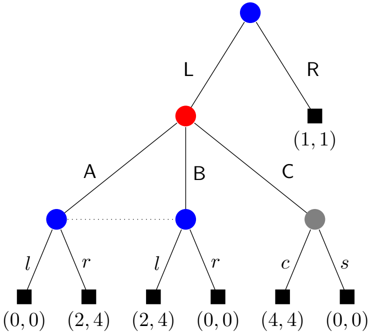
# Forma Extensiva




## Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, $LA, LBr, R$.
   - Acciones
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.

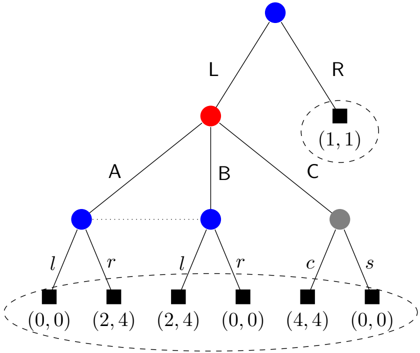
# Forma Extensiva




## Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, $LA, LBr, R$.
   - Acciones
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.

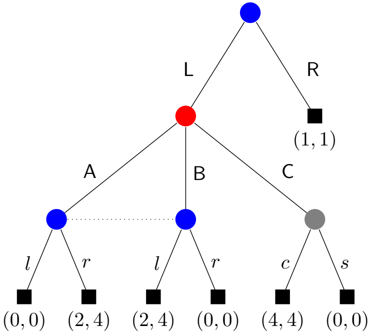
# Forma Extensiva




## Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, $LA, LBr, R$.
   - Acciones
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.

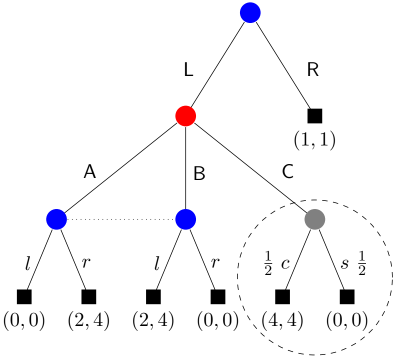
# Forma Extensiva




## Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, $LA, LBr, R$.
   - Acciones
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.
5. Distribución de probabilidad sobre el conjunto de acciones en cada nodo de azar.

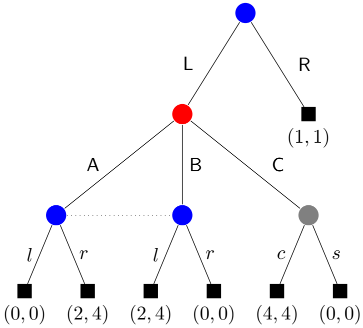
# Forma Extensiva



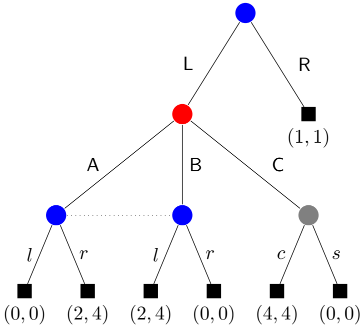

## Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, $LA, LBr, R$.
   - Acciones
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.
5. Distribución de probabilidad sobre el conjunto de acciones en cada nodo de azar.

# Forma Extensiva



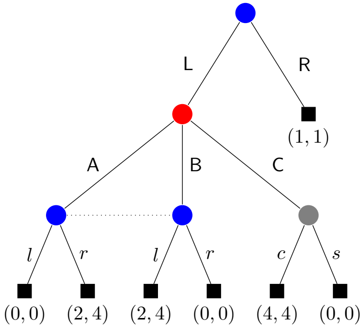
# Forma Extensiva




## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0, 0$ | $2, 4$ | $2, 2$ |
| (L, $r$) | $2, 4$ | $0, 0$ | $2, 2$ |
| (R, $l$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |
| (R, $r$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |

# Forma Extensiva

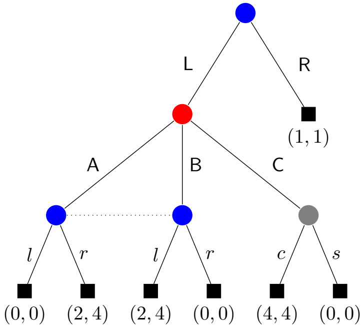



## Estrategias

## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0, 0$ | $2, 4$ | $2, 2$ |
| (L, $r$) | $2, 4$ | $0, 0$ | $2, 2$ |
| (R, $l$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |
| (R, $r$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |

# Forma Extensiva



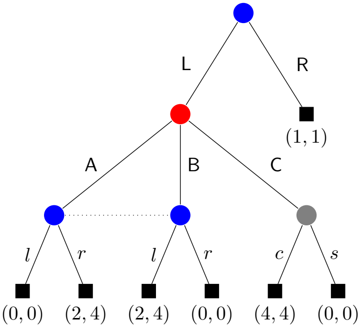

## Estrategias

1. Estrategias Puras.

## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0,0$ | $2,4$ | $2,2$ |
| (L, $r$) | $2,4$ | $0,0$ | $2,2$ |
| (R, $l$) | $1,1$ | $1,1$ | $1,1$ |
| (R, $r$) | $1,1$ | $1,1$ | $1,1$ |

# Forma Extensiva



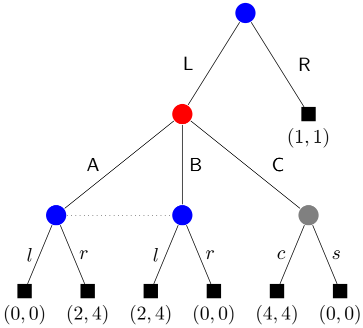

## Estrategias

1. Estrategias Puras.

## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0,0$ | $2,4$ | $2,2$ |
| (L, $r$) | $2,4$ | $0,0$ | $2,2$ |
| (R, $l$) | $1,1$ | $1,1$ | $1,1$ |
| (R, $r$) | $1,1$ | $1,1$ | $1,1$ |

# Forma Extensiva



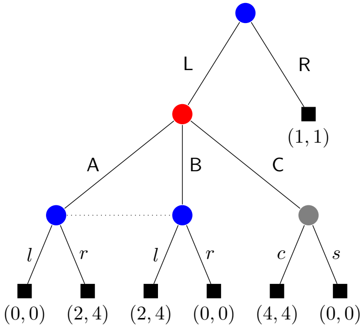

## Estrategias

1. Estrategias Puras.

## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0, 0$ | $2, 4$ | $2, 2$ |
| (L, $r$) | $2, 4$ | $0, 0$ | $2, 2$ |
| (R, $l$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |
| (R, $r$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |

# Forma Extensiva



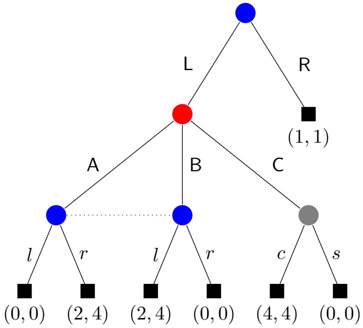

## Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0,0$ | $2,4$ | $2,2$ |
| (L, $r$) | $2,4$ | $0,0$ | $2,2$ |
| (R, $l$) | $1,1$ | $1,1$ | $1,1$ |
| (R, $r$) | $1,1$ | $1,1$ | $1,1$ |

# Forma Extensiva




## Estrategias

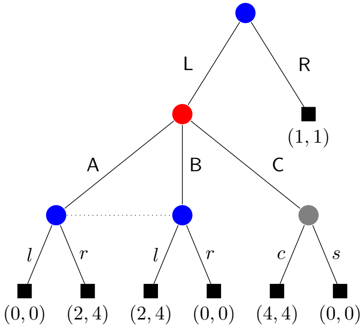
1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

| (L, $l$) | (L, $r$) | (R, $l$) | (R, $r$) |
|---|---|---|---|
| 0.45 | 0.30 | 0.00 | 0.25 |

## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0, 0$ | $2, 4$ | $2, 2$ |
| (L, $r$) | $2, 4$ | $0, 0$ | $2, 2$ |
| (R, $l$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |
| (R, $r$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |

# Forma Extensiva




## Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

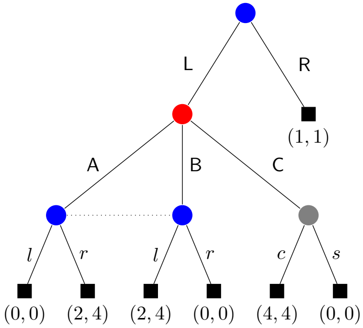
| (L, $l$) | (L, $r$) | (R, $l$) | (R, $r$) |
|---|---|---|---|
| $0.45$ | $0.30$ | $0.00$ | $0.25$ |

| A | B | C |
|---|---|---|
| $0.25$ | $0.25$ | $0.50$ |

## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0, 0$ | $2, 4$ | $2, 2$ |
| (L, $r$) | $2, 4$ | $0, 0$ | $2, 2$ |
| (R, $l$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |
| (R, $r$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |

# Forma Extensiva




## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0, 0$ | $2, 4$ | $2, 2$ |
| (L, $r$) | $2, 4$ | $0, 0$ | $2, 2$ |
| (R, $l$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |
| (R, $r$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |

## Estrategias

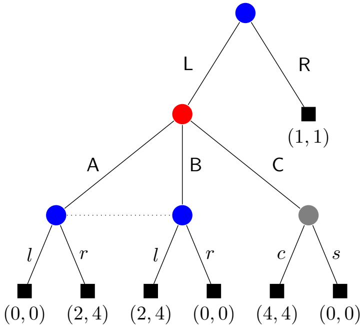
1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

| (L, $l$) | (L, $r$) | (R, $l$) | (R, $r$) |
|---|---|---|---|
| $0.45$ | $0.30$ | $0.00$ | $0.25$ |

| A | B | C |
|---|---|---|
| $0.25$ | $0.25$ | $0.50$ |

3. Estrategias de Comportamiento.

# Forma Extensiva




## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0, 0$ | $2, 4$ | $2, 2$ |
| (L, $r$) | $2, 4$ | $0, 0$ | $2, 2$ |
| (R, $l$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |
| (R, $r$) | $1, 1$ | $1, 1$ | $1, 1$ |

## Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

| (L, $l$) | (L, $r$) | (R, $l$) | (R, $r$) |
|---|---|---|---|
| $0.45$ | $0.30$ | $0.00$ | $0.25$ |

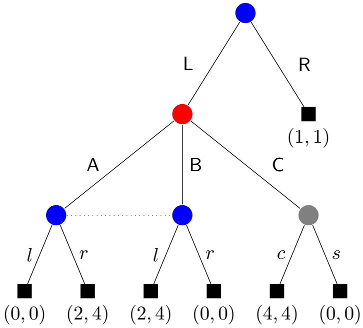
| A | B | C |
|---|---|---|
| $0.25$ | $0.25$ | $0.50$ |

3. Estrategias de Comportamiento.

| L | R |
|---|---|
| $0.65$ | $0.35$ |

| $l$ | $r$ |
|---|---|
| $0.40$ | $0.60$ |

# Forma Extensiva




## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0,0$ | $2,4$ | $2,2$ |
| (L, $r$) | $2,4$ | $0,0$ | $2,2$ |
| (R, $l$) | $1,1$ | $1,1$ | $1,1$ |
| (R, $r$) | $1,1$ | $1,1$ | $1,1$ |

## Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

| (L, $l$) | (L, $r$) | (R, $l$) | (R, $r$) |
|---|---|---|---|
| $0.45$ | $0.30$ | $0.00$ | $0.25$ |

| A | B | C |
|---|---|---|
| $0.25$ | $0.25$ | $0.50$ |

3. Estrategias de Comportamiento.

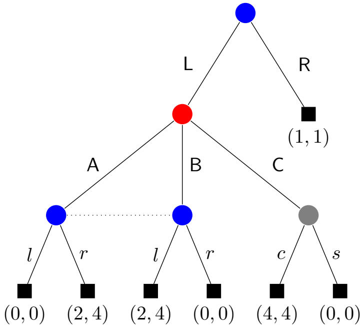
| L | R |
|---|---|
| $0.65$ | $0.35$ |

| $l$ | $r$ |
|---|---|
| $0.40$ | $0.60$ |

## Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a su oponente.

# Forma Extensiva




## Forma Normal

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| (L, $l$) | $0,0$ | $2,4$ | $2,2$ |
| (L, $r$) | $2,4$ | $0,0$ | $2,2$ |
| (R, $l$) | $1,1$ | $1,1$ | $1,1$ |
| (R, $r$) | $1,1$ | $1,1$ | $1,1$ |

## Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

| (L, $l$) | (L, $r$) | (R, $l$) | (R, $r$) |
|---|---|---|---|
| $0.45$ | $0.30$ | $0.00$ | $0.25$ |

| A | B | C |
|---|---|---|
| $0.25$ | $0.25$ | $0.50$ |

3. Estrategias de Comportamiento.

| L | R |
|---|---|
| $0.65$ | $0.35$ |

| $l$ | $r$ |
|---|---|
| $0.40$ | $0.60$ |

## Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a su oponente.

# Forma Extensiva

# Forma Extensiva

## Perfect Recall

# Forma Extensiva

## Perfect Recall

1. El jugador recuerda lo que sabía.

# Forma Extensiva

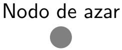
## Perfect Recall

1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.

# Forma Extensiva

## Perfect Recall

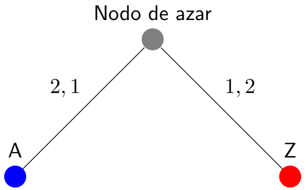
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.



# Forma Extensiva

## Perfect Recall

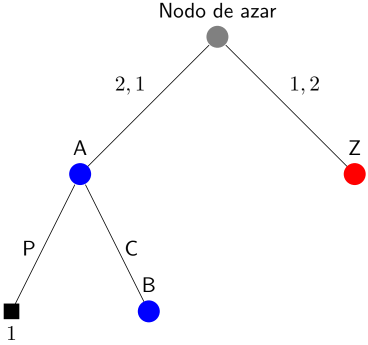
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.



# Forma Extensiva

## Perfect Recall

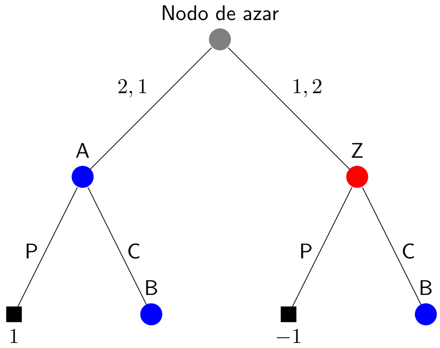
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.



# Forma Extensiva

## Perfect Recall

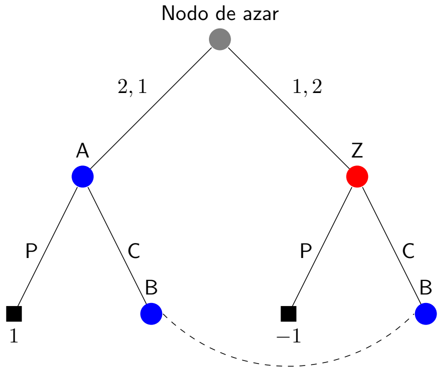
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.



# Forma Extensiva

## Perfect Recall

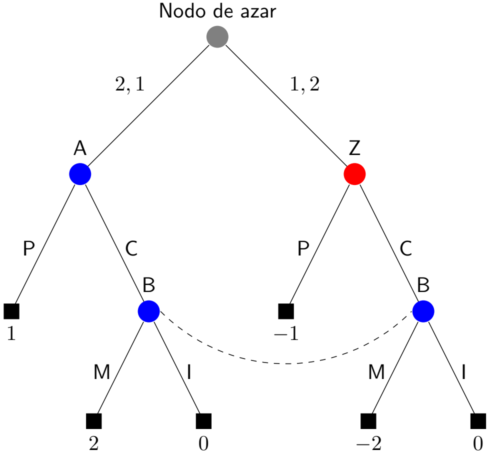
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.



# Forma Extensiva

## Perfect Recall

1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.

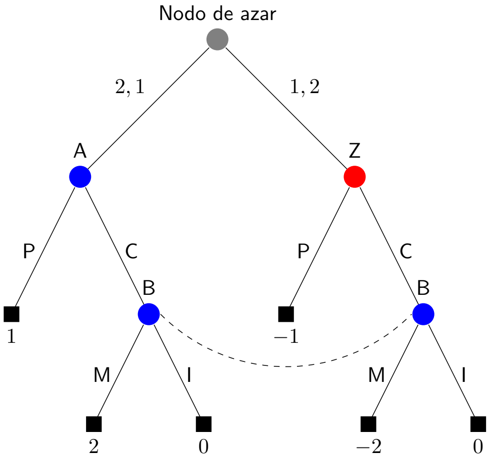


# Forma Extensiva

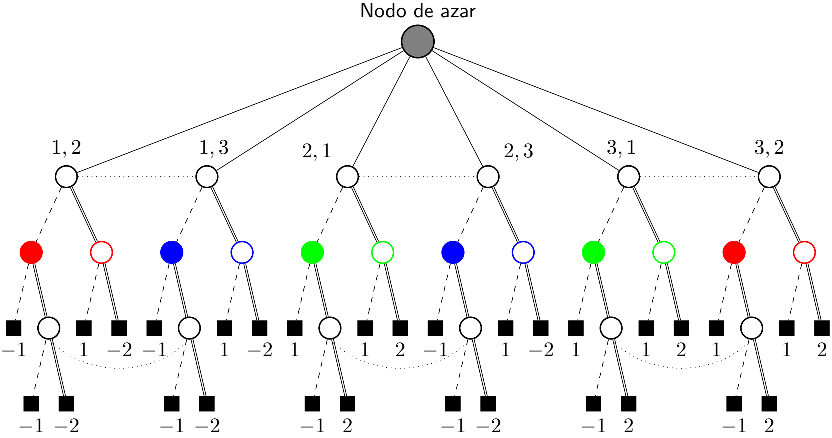
## Perfect Recall

1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.

En un juego con perfect recall las estrategias mixtas y de comportamiento tienen el mismo poder expresivo.



# Kuhn Poker



Nodo de azar
1, 2
1, 3
2, 1
2, 3
3, 1
3, 2
−1 1 −2 −1 1 −2 1 1 2 −1 1 −2 1 1 2 1 1 2
−1 −2 −1 −2 −1 2 −1 −2 −1 2 −1 2