Algoritmos para Juegos con Información Incompleta y No Determinismo

Rubmary Rojas

Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Enero 2020

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de modelos matemáticos de conflicto y cooperación .*
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de conflicto y cooperación .*
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación***.*
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente***.*

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Interrogantes

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Interrogantes

- ¿Qué significa que un juego sea resuelto?

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Interrogantes

- ¿Qué significa que un juego sea resuelto?
- ¿Cuándo un jugador juega de forma óptima?

Objetivo General

Comprender los conceptos en el área de juegos de dos personas que involucran información incompleta y no determinismo, así como implementar los algoritmos para resolverlos, realizando experimentos sobre distintos juegos que son capturados por el modelo.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

jugador 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)	jugador 2
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0,0$	$-1,1$	$1,-1$	
$\mathcal{P}$ (papel)	$1,-1$	$0,0$	$-1,1$	
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1,1$	$1,-1$	$0,0$	

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0,0$	$-1,1$	$1,-1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1,-1$	$0,0$	$-1,1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1,1$	$1,-1$	$0,0$

primer jugador **gana** 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

segundo jugador **pierde** 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0,0$	$-1,1$	$1,-1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1,-1$	$0,0$	$-1,1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1,1$	$1,-1$	$0,0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2,1$	$0,0$
	béisbol	$0,0$	$1,2$

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- Ninguno obtiene ganancia.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- María obtiene una ganancia mayor que José.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- José obtiene una ganancia mayor que María.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

María		ballet	béisbol
	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Valor promedio que un determinado jugador obtendría si jugara infinitas veces y cada jugador utiliza una estrategia dada.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

María		ballet	béisbol
	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- Si María siempre elige ballet.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- Lo mejor para José es siempre elegir ballet.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2,1$	$0,0$
	béisbol	$0,0$	$1,2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- María no tiene motivos para cambiar su estrategia.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- José no tiene motivos para cambiar su estrategia.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2,1$	$0,0$
	béisbol	$0,0$	$1,2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2,1$	$0,0$
	béisbol	$0,0$	$1,2$

Lanzar una moneda

1. cara $\Longrightarrow$ ballet
2. sello $\Longrightarrow$ béisbol

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Teorema de Nash

Todo juego finito tiene al menos un equilibrio de Nash (en estrategias mixtas).

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.
2. Valor del juego u: ganancia esperada del primer jugador cuando ambos jugadores utilizan **cualquier** equilibrio de Nash.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.
2. Valor del juego u: ganancia esperada del primer jugador cuando ambos jugadores utilizan **cualquier** equilibrio de Nash.
3. El primer jugador puede garantizar una ganancia esperada de **al menos** u independientemente de la estrategia de su oponente.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.
2. Valor del juego u: ganancia esperada del primer jugador cuando ambos jugadores utilizan **cualquier** equilibrio de Nash.
3. El primer jugador puede garantizar una ganancia esperada de **al menos** u independientemente de la estrategia de su oponente.
4. El segundo jugador puded garantizar una ganancia esperada de **al menos** $-u$ independientemente de la estrategia de su oponente.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, ...$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, ...$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, ...$
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret

Métrica de arrepentimiento de no haber elegido una acción en particular.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R},\mathcal{S}$	$\mathcal{R},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\mathcal{S},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
0	1	0	$\frac{1}{3}$

$$R_1(\mathcal{R},\mathcal{S}) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R},\mathcal{S}$	$\mathcal{R},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{P},\mathcal{S}$	$\mathcal{P},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
-1	0	0	-$\frac{1}{3}$

$$R_1(\mathcal{R},\mathcal{P}) = -\tfrac{1}{3} - 0 = -\tfrac{1}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R},\mathcal{S}$	$\mathcal{R},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R},\mathcal{S}$	$\mathcal{R},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\mathcal{S},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
0	1	0	$\frac{1}{3}$

$$R_1(\mathcal{S}) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{P}, \mathcal{S}$	$\mathcal{P}, \mathcal{P}$	$\mathcal{P}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
-1	0	-1	$-\frac{2}{3}$

$$R_1(\mathcal{P}) = -\frac{2}{3} - 0 = -\frac{2}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R},\mathcal{S}$	$\mathcal{R},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{P},\mathcal{S}$	$\mathcal{P},\mathcal{P}$	$\mathcal{P},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
-1	0	-1	-$\frac{2}{3}$

$$R_1(\mathcal{P}) = -\frac{2}{3} - 0 = -\frac{2}{3}$$

Regret Matching

Observaciones

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
   - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que ε.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
   - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que ε.
   - ε-equilibrio de Nash.

Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.

Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.

Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

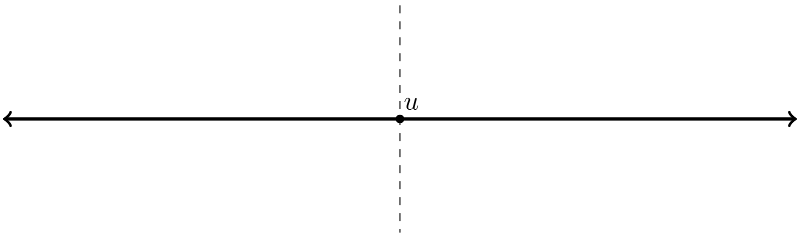
1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$



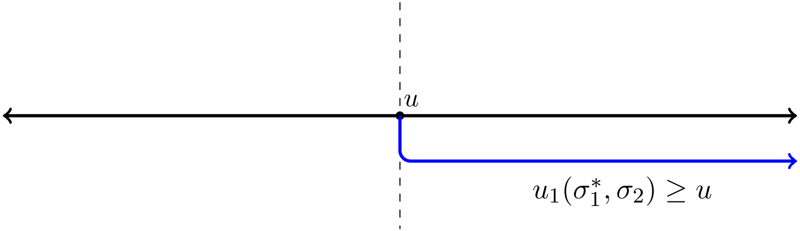
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos u.



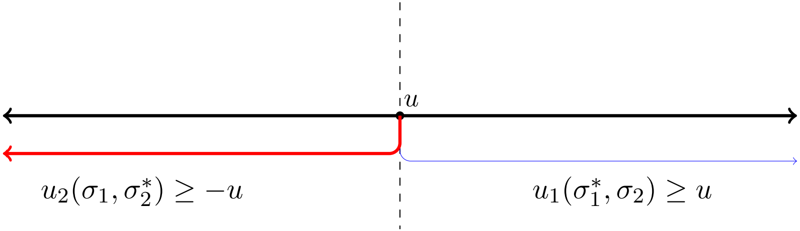
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos u.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $-u$.



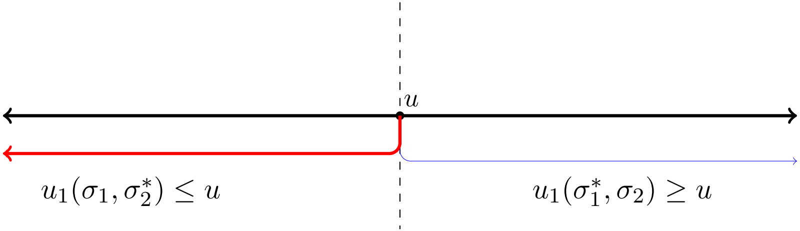
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos u.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo u para el primer jugador.

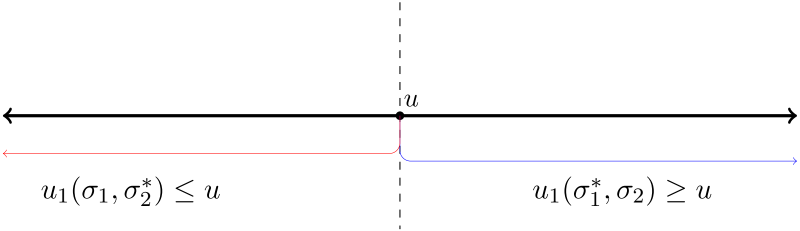


Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Aproximación $\sigma' = (\sigma_1', \sigma_2')$



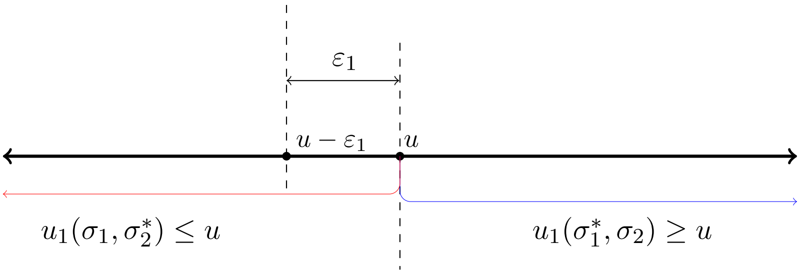
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.



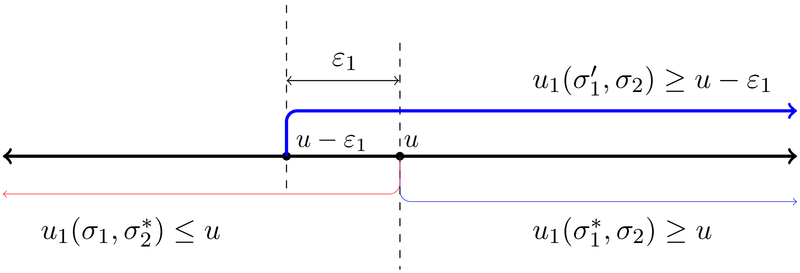
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.



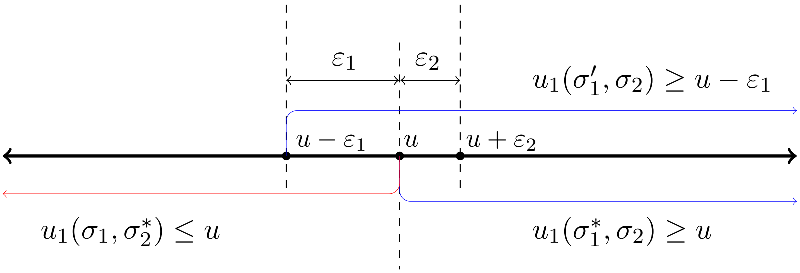
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



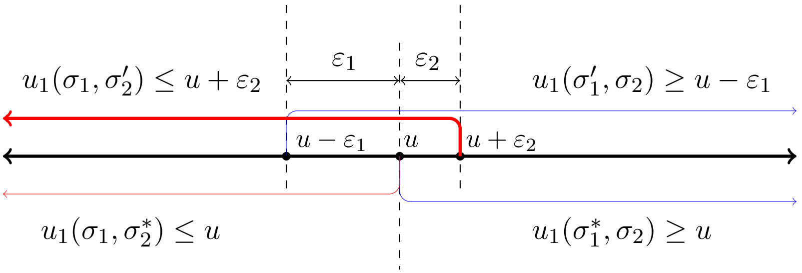
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



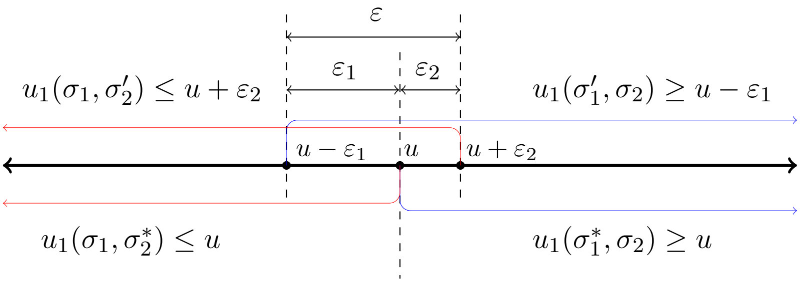
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad: $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad: $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

- Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
- Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.