Algoritmos para Juegos con Información Incompleta y No Determinismo

Rubmary Rojas

Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Enero 2020

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de modelos matemáticos de conflicto y cooperación .*
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de conflicto y cooperación .*
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente.*

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación***.*
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente***.*

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones



Ciencias sociales | Economía | Matemática | Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación***.*
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente***.*

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Información incompleta

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:

- Lanzar dados

- Repartir cartas

Información incompleta

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Juegos no deterministas
con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Interrogantes

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Interrogantes

- ¿Qué significa que un juego sea resuelto?

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Interrogantes

- ¿Qué significa que un juego sea resuelto?
- ¿Cuándo un jugador juega de forma óptima?

Objetivo General

Comprender los conceptos en el área de juegos de dos personas que involucran información incompleta y no determinismo, así como implementar los algoritmos para resolverlos, realizando experimentos sobre distintos juegos que son capturados por el modelo.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0,0$	$-1,1$	$1,-1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1,-1$	$0,0$	$-1,1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1,1$	$1,-1$	$0,0$

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

jugador 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)	jugador 2
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0,0$	$-1,1$	$1,-1$	
$\mathcal{P}$ (papel)	$1,-1$	$0,0$	$-1,1$	
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1,1$	$1,-1$	$0,0$	

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

primer jugador **gana** 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

segundo jugador **pierde** 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juego de dos jugadores de suma cero

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0,0$	$-1,1$	$1,-1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1,-1$	$0,0$	$-1,1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1,1$	$1,-1$	$0,0$

Juego de dos jugadores de suma cero

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juego de dos jugadores de suma cero

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juego de dos jugadores de suma cero

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juego de dos jugadores de suma cero

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

María		ballet	béisbol
	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- Ninguno obtiene ganancia.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2,1$	$0,0$
	béisbol	$0,0$	$1,2$

- María obtiene una ganancia mayor que José.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- José obtiene una ganancia mayor que María.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada

Valor promedio que un determinado jugador obtendría si jugara infinitas veces y cada jugador utiliza una estrategia dada.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- Si María siempre elige ballet.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- Lo mejor para José es siempre elegir ballet.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- María no tiene motivos para cambiar su estrategia.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- José no tiene motivos para cambiar su estrategia.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2,1$	$0,0$
	béisbol	$0,0$	$1,2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2,1$	$0,0$
	béisbol	$0,0$	$1,2$

Lanzar una moneda

1. cara $\Longrightarrow$ ballet
2. sello $\Longrightarrow$ béisbol

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Lanzar una moneda

1. cara $\Longrightarrow$ ballet
2. sello $\Longrightarrow$ béisbol

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Teorema de Nash

Todo juego finito tiene al menos un equilibrio de Nash (en estrategias mixtas).

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.
2. Valor del juego u: ganancia esperada del primer jugador cuando ambos jugadores utilizan **cualquier** equilibrio de Nash.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.
2. Valor del juego u: ganancia esperada del primer jugador cuando ambos jugadores utilizan **cualquier** equilibrio de Nash.
3. El primer jugador puede garantizar una ganancia esperada de **al menos** u independientemente de la estrategia de su oponente.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.
2. Valor del juego u: ganancia esperada del primer jugador cuando ambos jugadores utilizan **cualquier** equilibrio de Nash.
3. El primer jugador puede garantizar una ganancia esperada de **al menos** u independientemente de la estrategia de su oponente.
4. El segundo jugador puded garantizar una ganancia esperada de **al menos** $-u$ independientemente de la estrategia de su oponente.

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Observaciones previas

- En el juego **batalla de los sexos** los equilibrios de Nash no son soluciones satisfactorias.
- Diferentes equilibrios de Nash llevan a diferentes ganancias esperadas.

Equilibrio de Nash en Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

1. Solución satisfactoria.
2. Valor del juego u: ganancia esperada del primer jugador cuando ambos jugadores utilizan **cualquier** equilibrio de Nash.
3. El primer jugador puede garantizar una ganancia esperada de **al menos** u independientemente de la estrategia de su oponente.
4. El segundo jugador puded garantizar una ganancia esperada de **al menos** $-u$ independientemente de la estrategia de su oponente.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, ...$

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret

Métrica de arrepentimiento de no haber elegido una acción en particular.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiente una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.

$\mathcal{R},\mathcal{S}$	$\mathcal{R},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\mathcal{S},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
0	1	0	$\frac{1}{3}$

$$R_1(\mathcal{R},\mathcal{S}) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.

$\mathcal{R},\mathcal{S}$	$\mathcal{R},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{P},\mathcal{S}$	$\mathcal{P},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
-1	0	0	-$\frac{1}{3}$

$$R_1(\mathcal{R},\mathcal{P}) = -\frac{1}{3} - 0 = -\frac{1}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\mathcal{S}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
0	1	0	$\frac{1}{3}$

$$R_1(\mathcal{S}) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de ***arrepentimiento*** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{P}, \mathcal{S}$	$\mathcal{P}, \mathcal{P}$	$\mathcal{P}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
-1	0	-1	$-\frac{2}{3}$

$$R_1(\mathcal{P}) = -\frac{2}{3} - 0 = -\frac{2}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R},\mathcal{S}$	$\mathcal{R},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{P},\mathcal{S}$	$\mathcal{P},\mathcal{P}$	$\mathcal{P},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
-1	0	-1	-$\frac{2}{3}$

$$R_1(\mathcal{P}) = -\frac{2}{3} - 0 = -\frac{2}{3}$$

Regret Matching

Observaciones

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
   - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que 2ε.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
    - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que 2ε.
    - 2ε-equilibrio de Nash.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
   - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que 2ε.
   - 2ε-equilibrio de Nash.

Estrategia Empírica

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
   - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que 2ε.
   - 2ε-equilibrio de Nash.

Estrategia Empírica

La probabilidad de que un determinado jugador elija una acción a es igual a:

$$p(a) = \frac{\text{número de veces que el jugador eligió } a}{\text{número total de juegos}}$$

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret va a cero cuando el número de juegos va a infinito.
3. Supongamos que el regret incondicional de cualquier acción es menor que $\varepsilon > 0$.
   - La estrategia empírica es una aproximación a un equilibrio de Nash que se encuentra una distancia no mayor que 2ε.
   - 2ε-equilibrio de Nash.

Estrategia Empírica

La probabilidad de que un determinado jugador elija una acción a es igual a:

$$p(a) = \frac{\text{número de veces que el jugador eligió } a}{\text{número total de juegos}}$$

Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.

Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.

Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

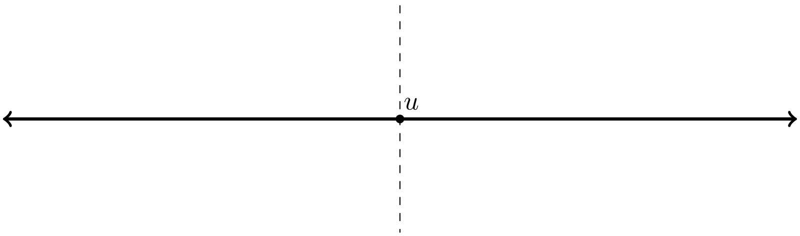
1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$



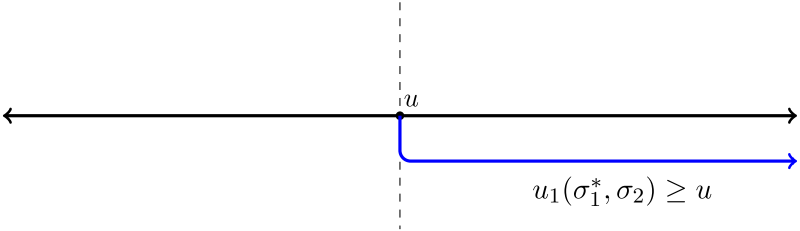
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$

1. Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos u.



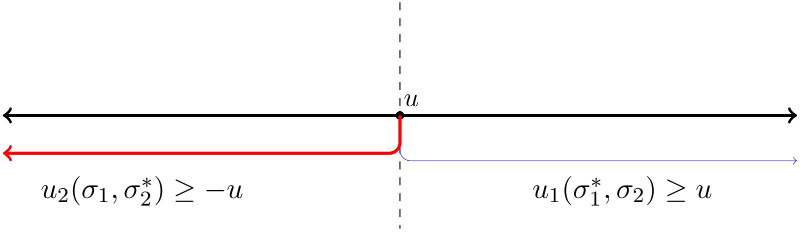
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$

1. Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos u.
2. Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $-u$.



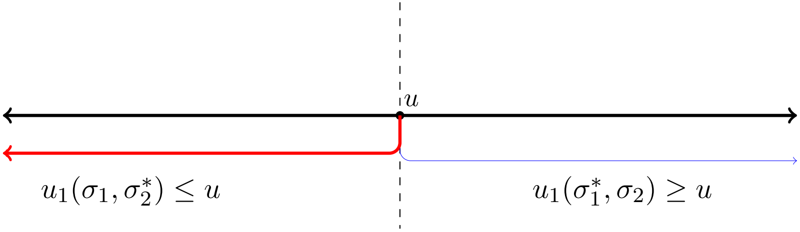
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Equilibrio de Nash $\sigma^* = (\sigma_1^*, \sigma_2^*)$

1. Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos u.
2. Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo u para el primer jugador.

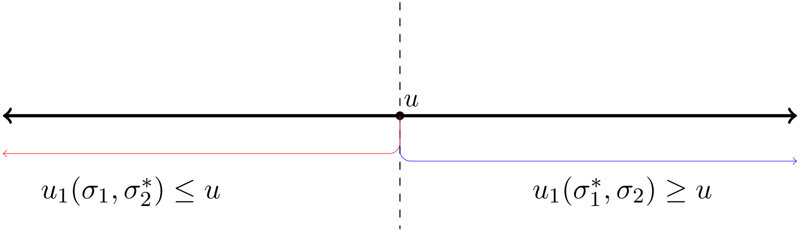


Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$



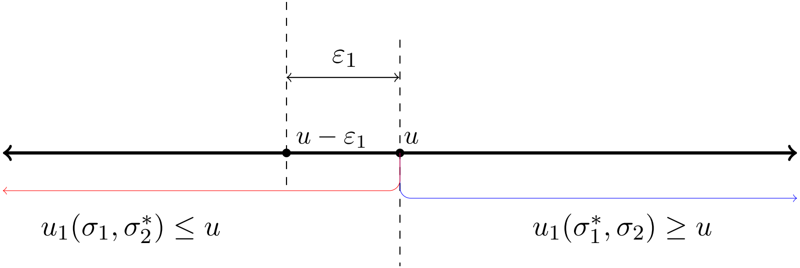
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

1. Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.



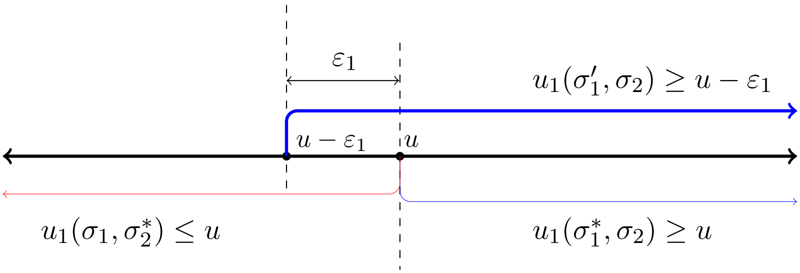
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Aproximación $\sigma' = (\sigma_1', \sigma_2')$

1. Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.



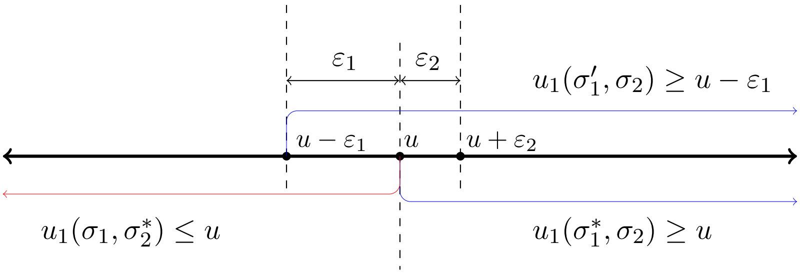
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

1. Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
2. Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



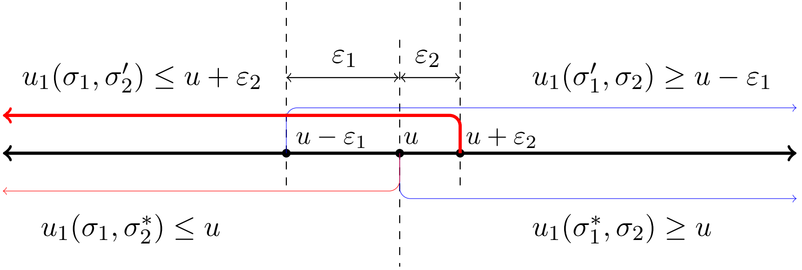
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

1. Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
2. Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



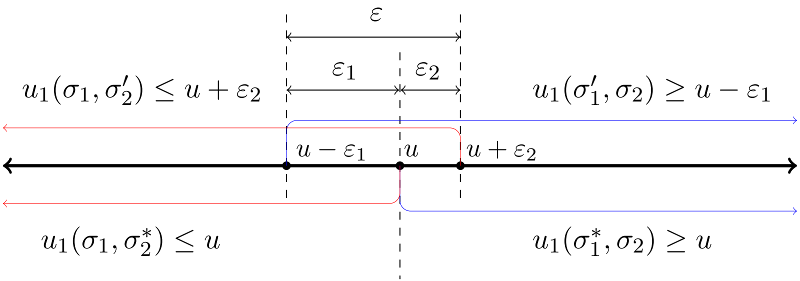
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad: $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

1. Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
2. Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



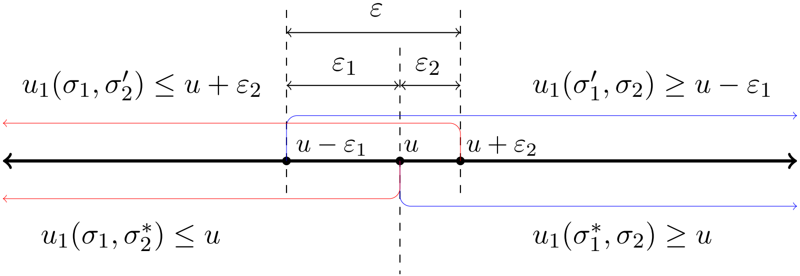
Resultados Experimentales

Evaluación y Correctitud

1. Gráficas del regret incondicional con respecto al número de iteraciones.
2. Problema equivalente de programación lineal.
3. Explotabilidad: $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

Aproximación $\sigma' = (\sigma'_1, \sigma'_2)$

1. Primer jugador garantiza una ganancia esperada de al menos $u - \varepsilon_1$.
2. Segundo jugador garantiza una ganancia esperada de a lo sumo $u + \varepsilon_2$ para el primer jugador.



Resultados Experimentales

Experimentos

Resultados Experimentales

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.

Resultados Experimentales

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.

Resultados Experimentales

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.

Resultados Experimentales

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados

Resultados Experimentales

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.

Resultados Experimentales

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.

Resultados Experimentales

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
   - Tiempo promedio.

Resultados Experimentales

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
   - Tiempo promedio.
   - Número de iteraciones promedio.

Resultados Experimentales

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
   - Tiempo promedio.
   - Número de iteraciones promedio.
   - Promedio del tiempo por iteración.

Resultados Experimentales

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Tabla de resultados
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
   - Tiempo promedio.
   - Número de iteraciones promedio.
   - Promedio del tiempo por iteración.

Resultados Experimentales

Matching Pennies

Resultados Experimentales

Matching Pennies

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Matching Pennies

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Matching Pennies

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Matching Pennies

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Matching Pennies

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

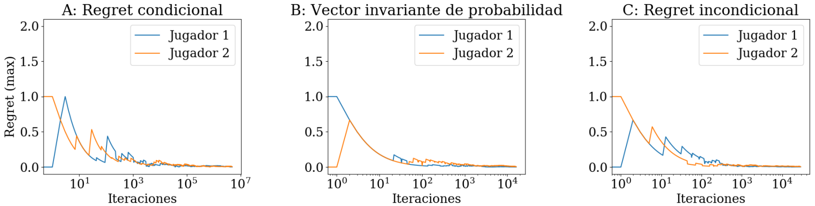
Matching Pennies

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Matching Pennies

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$



Resultados Experimentales

Piedra, Papel o Tijera

Resultados Experimentales

Piedra, Papel o Tijera

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70\times10^{-6}$	$5,23\times10^{-5}$	$2,54\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Piedra, Papel o Tijera

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70\times10^{-6}$	$5,23\times10^{-5}$	$2,54\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Piedra, Papel o Tijera

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70{\times}10^{-6}$	$5,23{\times}10^{-5}$	$2,54{\times}10^{-6}$

Resultados Experimentales

Piedra, Papel o Tijera

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70\times10^{-6}$	$5,23\times10^{-5}$	$2,54\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Piedra, Papel o Tijera

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70\times10^{-6}$	$5,23\times10^{-5}$	$2,54\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

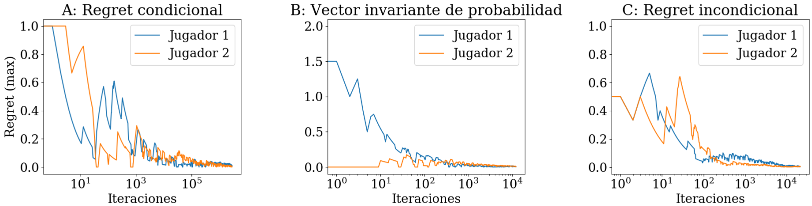
Piedra, Papel o Tijera

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70{\times}10^{-6}$	$5,23{\times}10^{-5}$	$2,54{\times}10^{-6}$

Resultados Experimentales

Piedra, Papel o Tijera

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70\times10^{-6}$	$5,23\times10^{-5}$	$2,54\times10^{-6}$



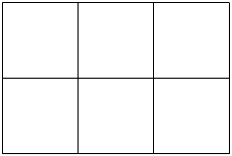
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

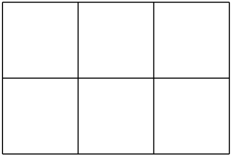
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1



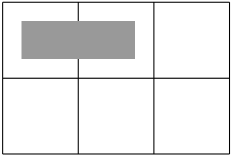
Jugador 2



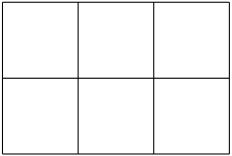
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1



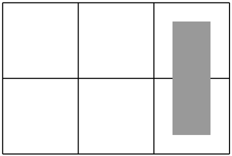
Jugador 2



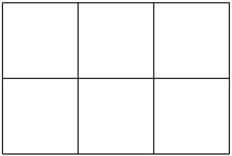
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1



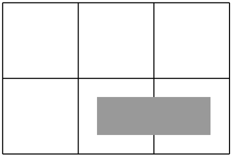
Jugador 2



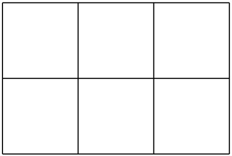
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1



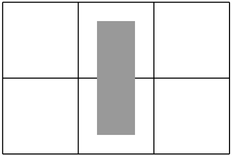
Jugador 2



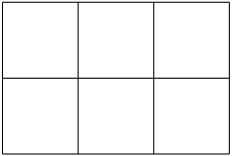
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1



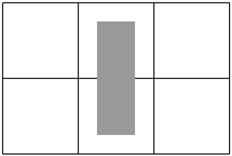
Jugador 2



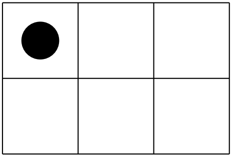
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1



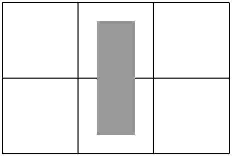
Jugador 2



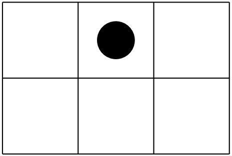
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1



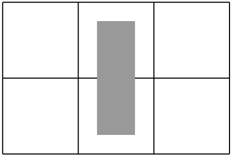
Jugador 2



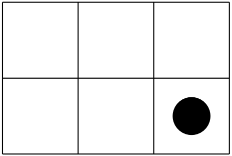
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1



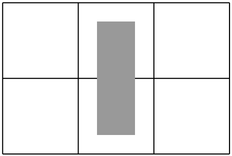
Jugador 2



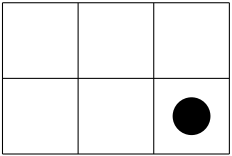
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1

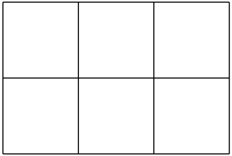


Jugador 2



Resultado

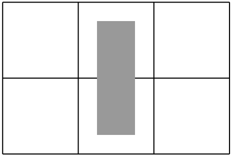
1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.
2. La ficha y el dominó sí se superponen: gana el jugador 2.



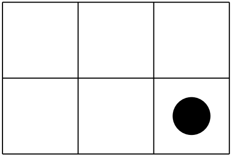
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1

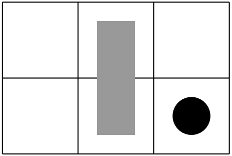


Jugador 2



Resultado

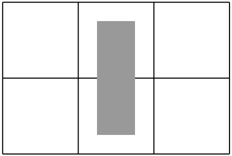
1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.
2. La ficha y el dominó sí se superponen: gana el jugador 2.



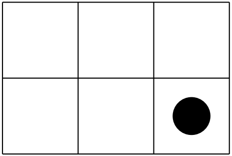
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1

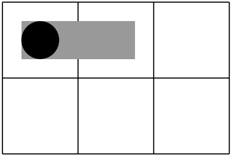


Jugador 2



Resultado

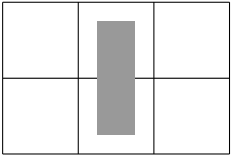
1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.
2. La ficha y el dominó sí se superponen: gana el jugador 2.



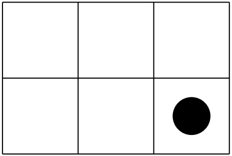
Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Jugador 1

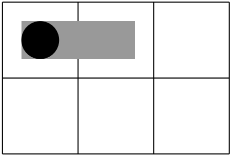


Jugador 2



Resultado

1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.
2. La ficha y el dominó sí se superponen: gana el jugador 2.



Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95{\times}10^{-6}$	$1,50{\times}10^{-4}$	$2,81{\times}10^{-6}$

Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95{\times}10^{-6}$	$1,50{\times}10^{-4}$	$2,81{\times}10^{-6}$

Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95\times10^{-6}$	$1,50\times10^{-4}$	$2,81\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95\times10^{-6}$	$1,50\times10^{-4}$	$2,81\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95\times10^{-6}$	$1,50\times10^{-4}$	$2,81\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

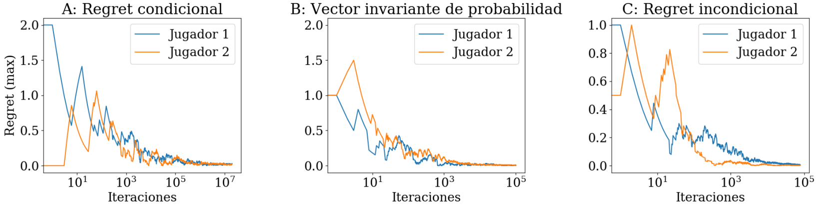
Ficha vs. Dominó

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95 \times 10^{-6}$	$1,50 \times 10^{-4}$	$2,81 \times 10^{-6}$

Resultados Experimentales

Ficha vs. Dominó

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95\times10^{-6}$	$1,50\times10^{-4}$	$2,81\times10^{-6}$



Resultados Experimentales

Coronel Blotto

Resultados Experimentales

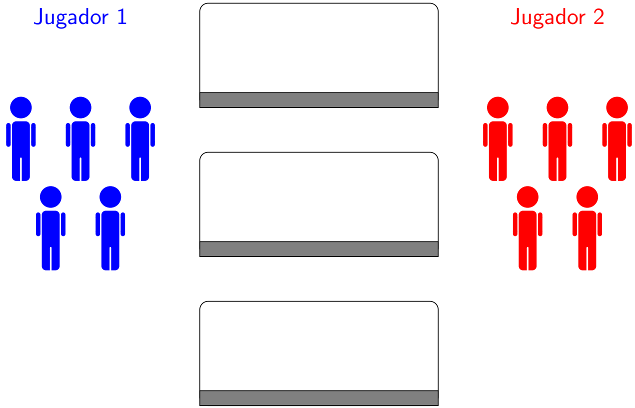
Coronel Blotto

- S soldados por jugador.

Resultados Experimentales

Coronel Blotto

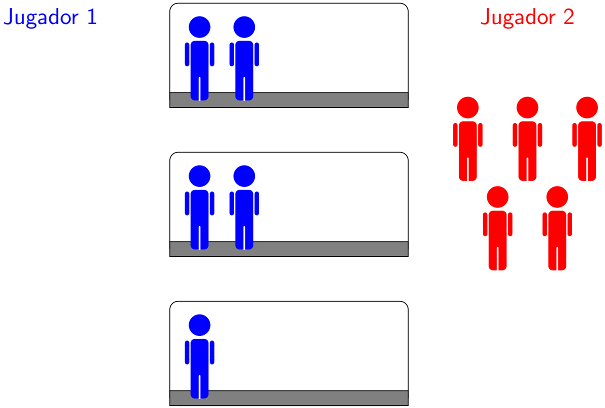
- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



Resultados Experimentales

Coronel Blotto

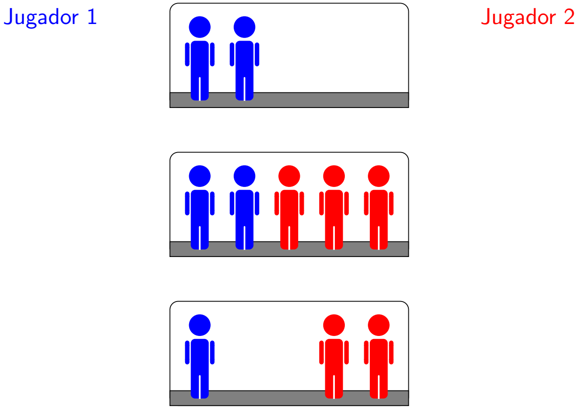
- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



Resultados Experimentales

Coronel Blotto

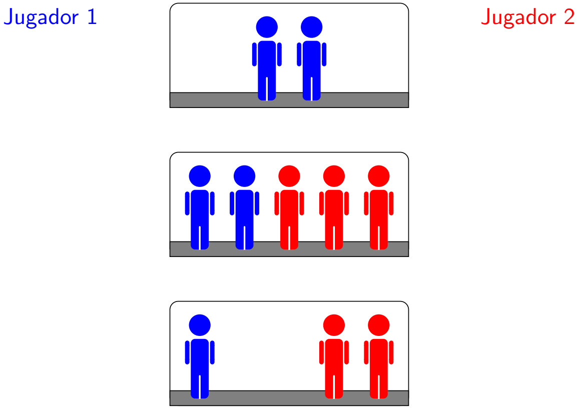
- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



Resultados Experimentales

Coronel Blotto

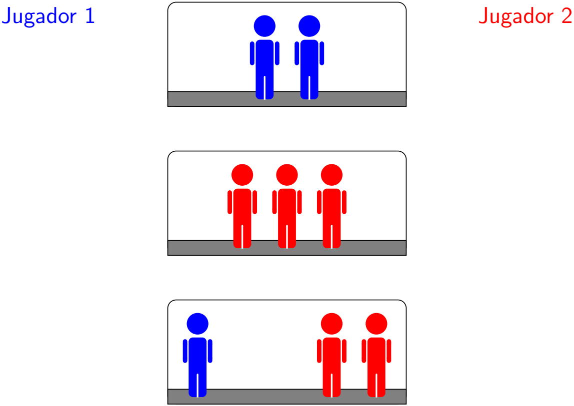
- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



Resultados Experimentales

Coronel Blotto

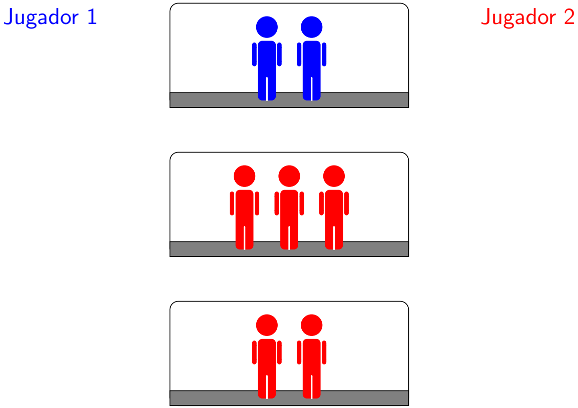
- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



Resultados Experimentales

Coronel Blotto

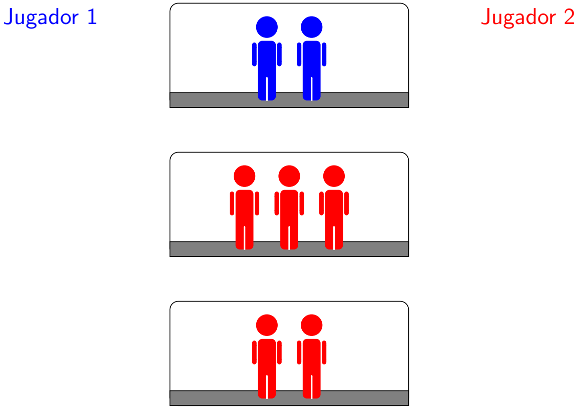
- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



Resultados Experimentales

Coronel Blotto

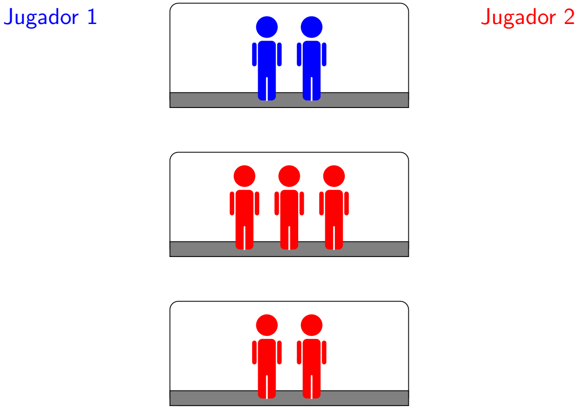
- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.
- $u_1 = 1 - 2 = -1$



Resultados Experimentales

Coronel Blotto

- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.
- $u_1 = 1 - 2 = -1$
- $u_2 = 2 - 1 = 1.$



Resultados Experimentales

Coronel Blotto

Resultados Experimentales

Coronel Blotto

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60{\times}10^{-6}$	$1,20{\times}10^{-3}$	$3,41{\times}10^{-6}$

Resultados Experimentales

Coronel Blotto

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Coronel Blotto

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Coronel Blotto

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Coronel Blotto

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

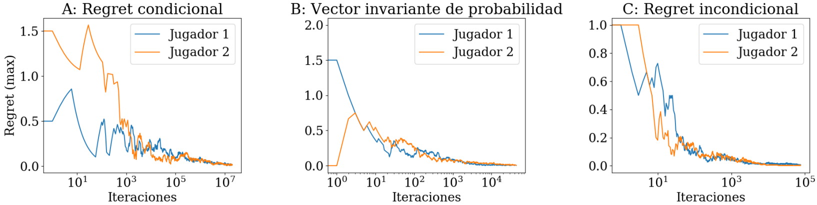
Coronel Blotto

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

Resultados Experimentales

Coronel Blotto

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$



Forma Extensiva

Forma Extensiva

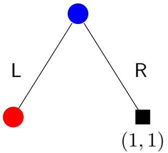
Juegos secuenciales

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

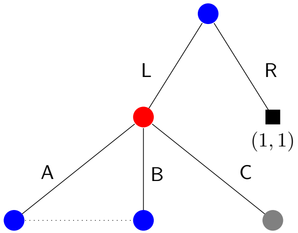
Forma Extensiva

Juegos secuenciales



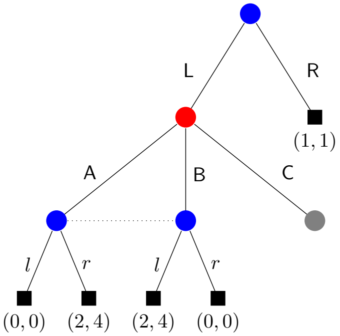
Forma Extensiva

Juegos secuenciales



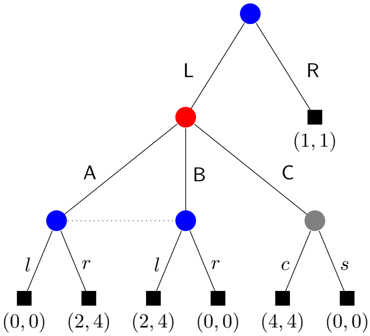
Forma Extensiva

Juegos secuenciales



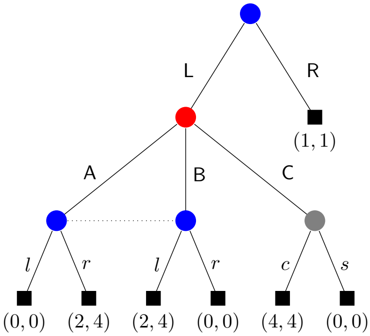
Forma Extensiva

Juegos secuenciales



Forma Extensiva

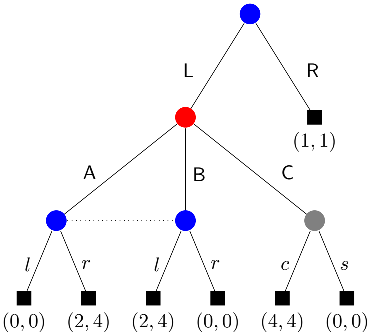
Juegos secuenciales



Elementos

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

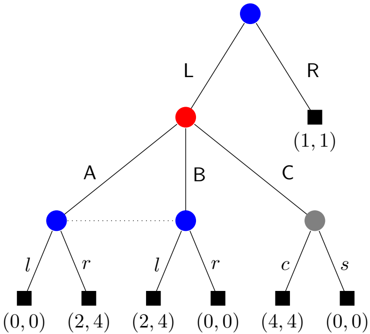


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBr, R.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

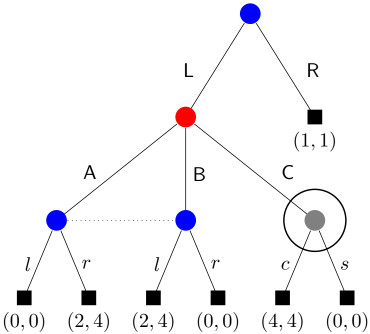


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBr, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

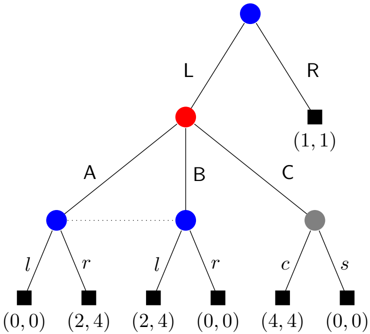


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBr, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

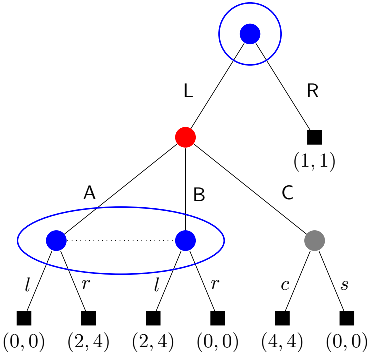


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBr, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

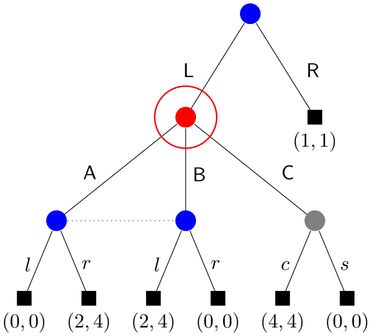


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBr, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

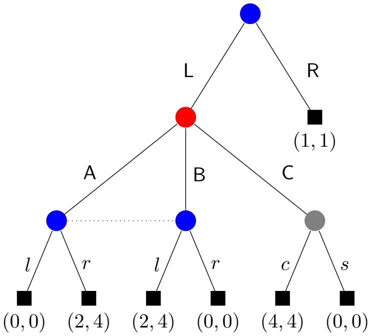


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBr, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

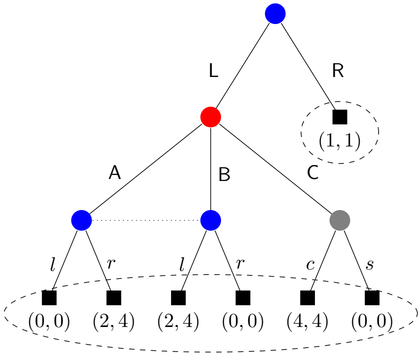


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBr, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

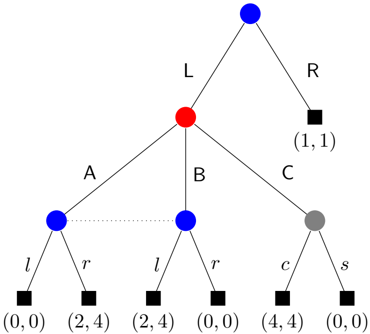


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBr, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

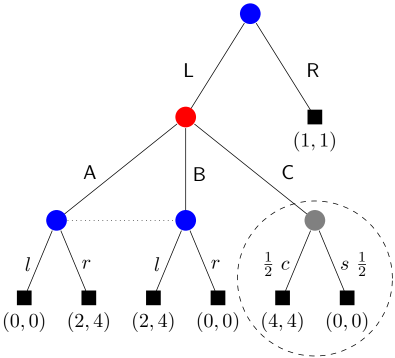


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBr, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.
5. Distribución de probabilidad sobre el conjunto de acciones en cada nodo de azar.

Forma Extensiva

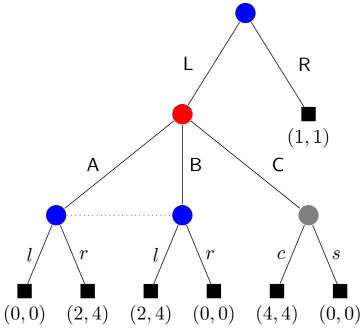
Juegos secuenciales



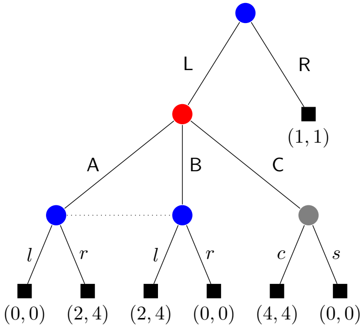
Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBr, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.
5. Distribución de probabilidad sobre el conjunto de acciones en cada nodo de azar.

Forma Extensiva



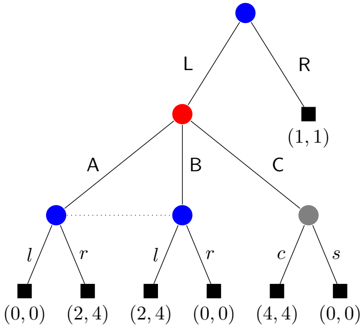
Forma Extensiva



Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, r)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, l)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, r)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva

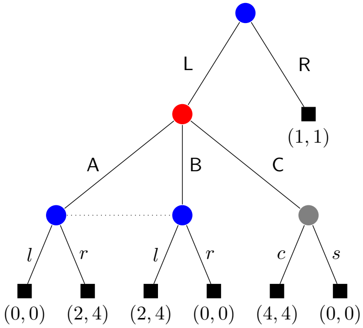


Estrategias

Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, r)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, l)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, r)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



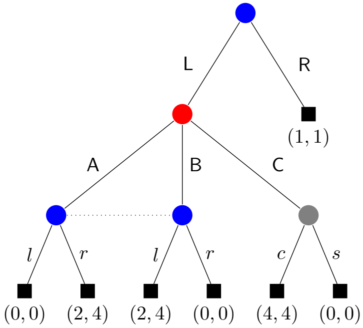
Estrategias

1. Estrategias Puras.

Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0,0$	$2,4$	$2,2$
(L, r)	$2,4$	$0,0$	$2,2$
(R, l)	$1,1$	$1,1$	$1,1$
(R, r)	$1,1$	$1,1$	$1,1$

Forma Extensiva



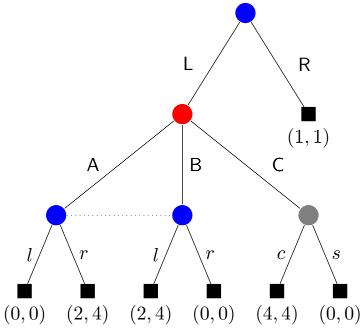
Estrategias

1. Estrategias Puras.

Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, r)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, l)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, r)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



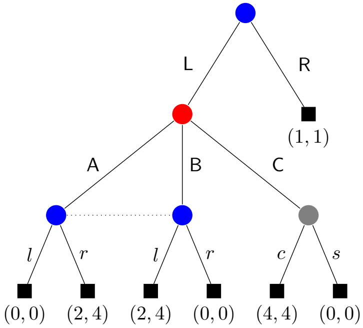
Estrategias

1. Estrategias Puras.

Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, r)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, l)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, r)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



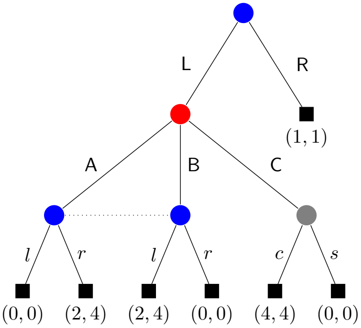
Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, r)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, l)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, r)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



Estrategias

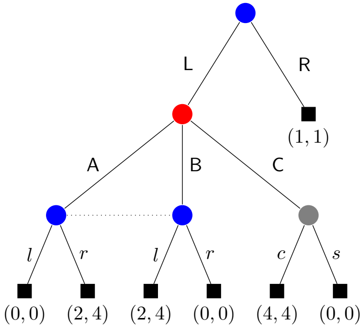
1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, l)	(L, r)	(R, l)	(R, r)
0.45	0.30	0.00	0.25

Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, r)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, l)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, r)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

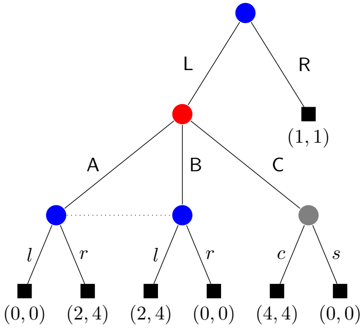
(L, l)	(L, r)	(R, l)	(R, r)
0.45	0.30	0.00	0.25

A	B	C
0.25	0.25	0.50

Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	0, 0	2, 4	2, 2
(L, r)	2, 4	0, 0	2, 2
(R, l)	1, 1	1, 1	1, 1
(R, r)	1, 1	1, 1	1, 1

Forma Extensiva



Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0,0$	$2,4$	$2,2$
(L, r)	$2,4$	$0,0$	$2,2$
(R, l)	$1,1$	$1,1$	$1,1$
(R, r)	$1,1$	$1,1$	$1,1$

Estrategias

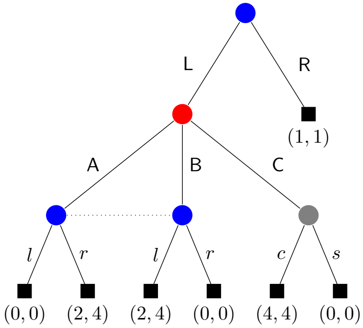
1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, l)	(L, r)	(R, l)	(R, r)
0.45	0.30	0.00	0.25

A	B	C
0.25	0.25	0.50

3. Estrategias de Comportamiento.

Forma Extensiva



Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0,0$	$2,4$	$2,2$
(L, r)	$2,4$	$0,0$	$2,2$
(R, l)	$1,1$	$1,1$	$1,1$
(R, r)	$1,1$	$1,1$	$1,1$

Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, l)	(L, r)	(R, l)	(R, r)
0.45	0.30	0.00	0.25

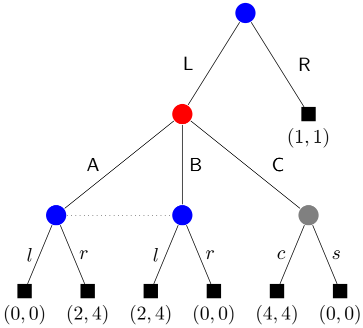
A	B	C
0.25	0.25	0.50

3. Estrategias de Comportamiento.

L	R
0.65	0.35

l	r
0.40	0.60

Forma Extensiva



Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, l)	(L, r)	(R, l)	(R, r)
0.45	0.30	0.00	0.25

A	B	C
0.25	0.25	0.50

3. Estrategias de Comportamiento.

L	R
0.65	0.35

l	r
0.40	0.60

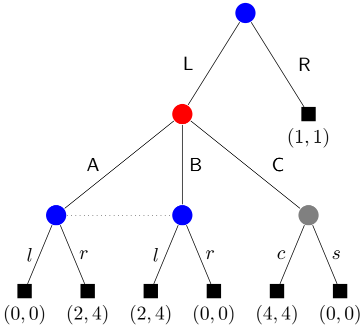
Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, r)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, l)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, r)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a su oponente.

Forma Extensiva



Forma Normal

	A	B	C
(L, l)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, r)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, l)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, r)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, l)	(L, r)	(R, l)	(R, r)
0.45	0.30	0.00	0.25

A	B	C
0.25	0.25	0.50

3. Estrategias de Comportamiento.

L	R
0.65	0.35

l	r
0.40	0.60

Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a su oponente.

Forma Extensiva

Forma Extensiva

Perfect Recall

Forma Extensiva

Perfect Recall

1. El jugador recuerda lo que sabía.

Forma Extensiva

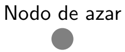
Perfect Recall

1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.

Forma Extensiva

Perfect Recall

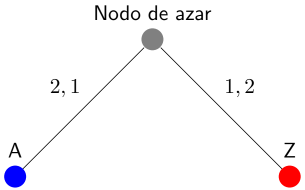
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.



Forma Extensiva

Perfect Recall

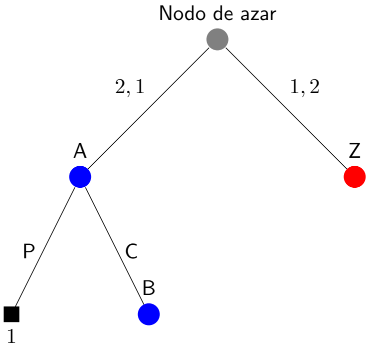
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.



Forma Extensiva

Perfect Recall

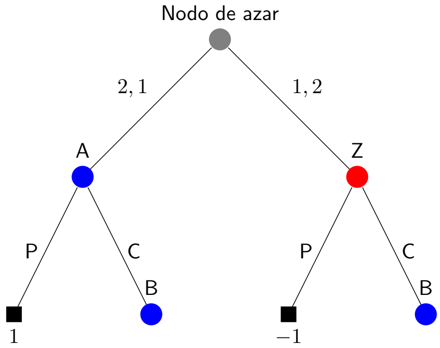
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.



Forma Extensiva

Perfect Recall

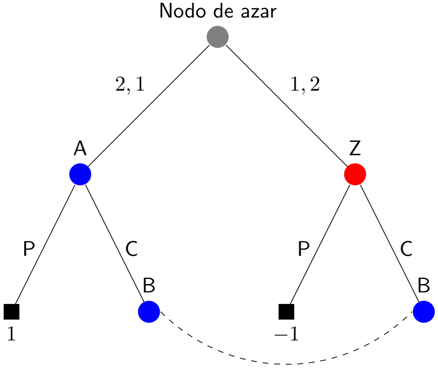
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.



Forma Extensiva

Perfect Recall

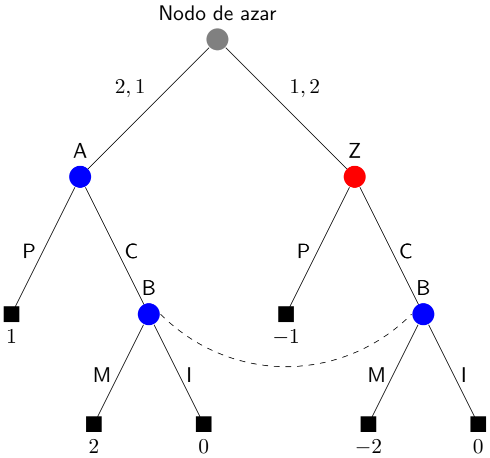
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.



Forma Extensiva

Perfect Recall

1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.

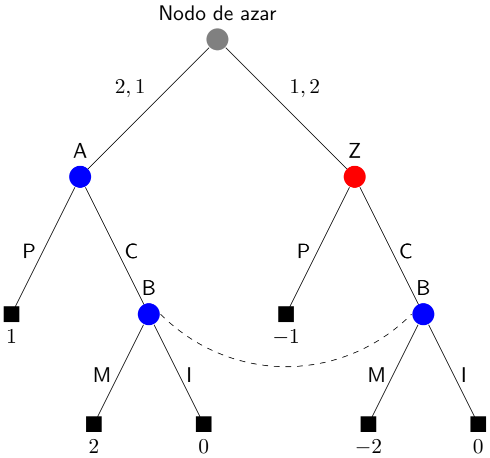


Forma Extensiva

Perfect Recall

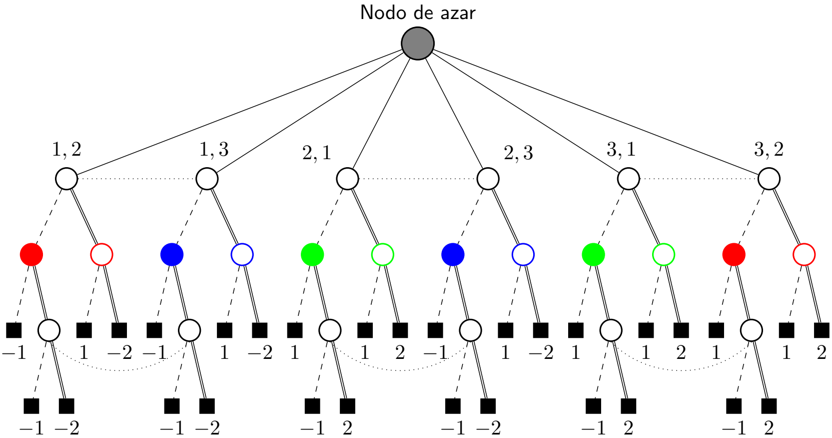
1. El jugador recuerda lo que sabía.
2. El jugador recuerda lo que eligió.

En un juego con perfect recall las estrategias mixtas y de comportamiento tienen el mismo poder expresivo.



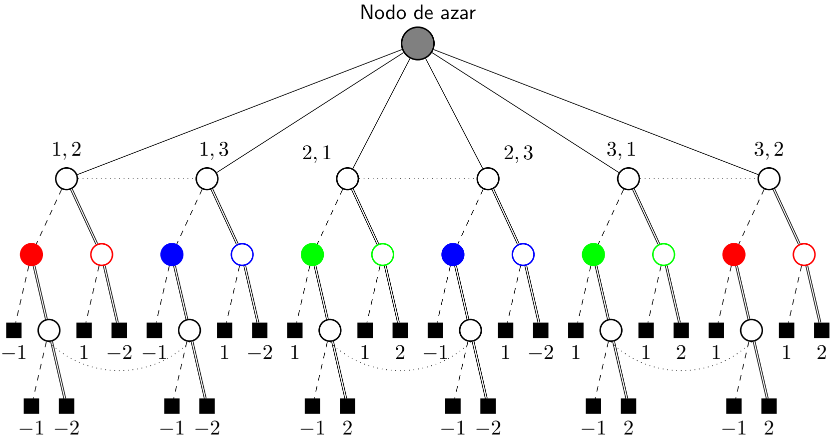
Kuhn Poker

Kuhn Poker



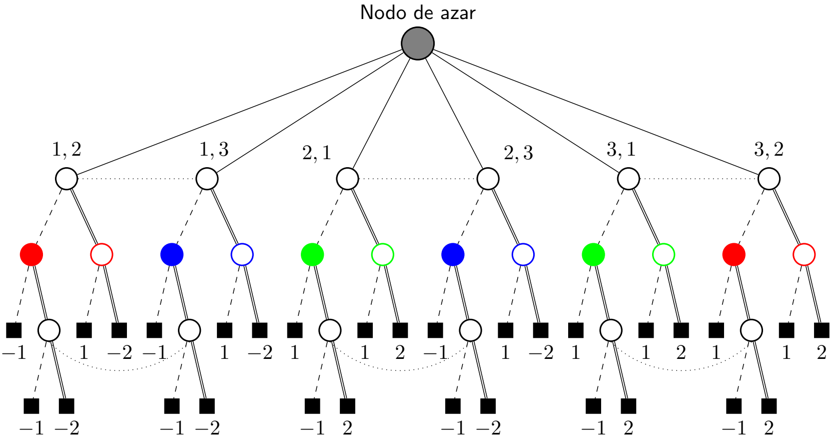
Nodo de azar
1, 2
1, 3
2, 1
2, 3
3, 1
3, 2
−1 1 −2 −1 1 −2 1 1 2 −1 1 −2 1 1 2 1 1 2
−1 −2 −1 −2 −1 2 −1 −2 −1 2 −1 2

Kuhn Poker



Interrogantes

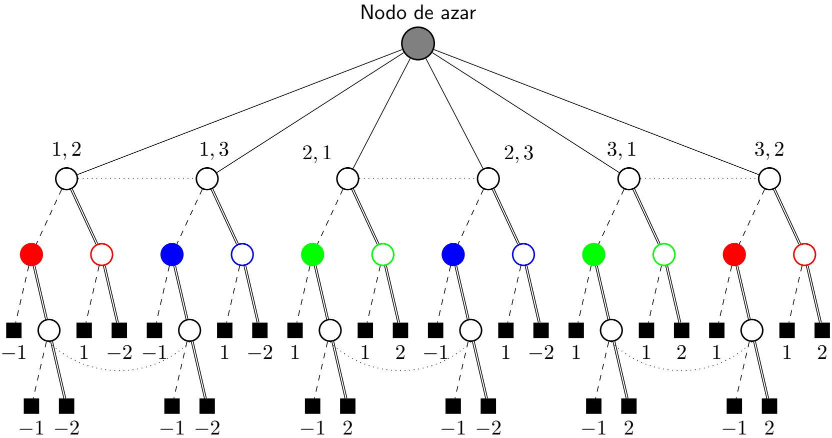
Kuhn Poker



Interrogantes

- ¿Qué es una estrategia?

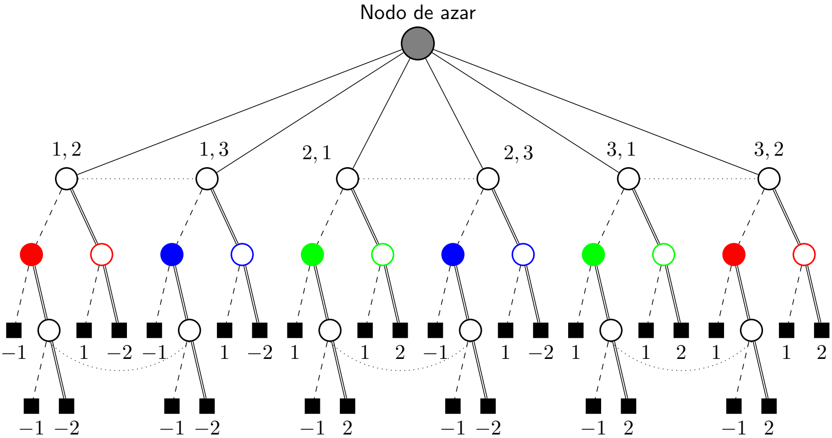
Kuhn Poker



Interrogantes

- ¿Qué es una estrategia?
- ¿Por qué es mejor utilizar una estrategia no determinista?

Kuhn Poker



Interrogantes

- ¿Qué es una estrategia?
- ¿Por qué es mejor utilizar una estrategia no determinista?
- ¿Es posible “engañar” al oponente?

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma de forma repetida.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma de forma repetida.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma de forma repetida.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma de forma repetida.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma de forma repetida.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo se mejora la estrategia en cada iteración?

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma de forma repetida.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo se mejora la estrategia en cada iteración?

- Sumar el regret (arrepentimiento) que se tiene en cada conjunto de información por cada acción.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma de forma repetida.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo se mejora la estrategia en cada iteración?

- Sumar el regret (arrepentimiento) que se tiene en cada conjunto de información por cada acción.
- **Regret**: cuánto mejor lo habría hecho en todos los juegos hasta ahora si siempre hubiera jugado esta acción en este conjunto de información.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma de forma repetida.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo se mejora la estrategia en cada iteración?

- Sumar el regret (arrepentimiento) que se tiene en cada conjunto de información por cada acción.
- **Regret**: cuánto mejor lo habría hecho en todos los juegos hasta ahora si siempre hubiera jugado esta acción en este conjunto de información.
- **Regret Matching**: en la nueva estrategia las acciones son elegidas con probabilidades proporcionales a los regrets positivos.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma de forma repetida.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo se mejora la estrategia en cada iteración?

- Sumar el regret (arrepentimiento) que se tiene en cada conjunto de información por cada acción.
- **Regret**: cuánto mejor lo habría hecho en todos los juegos hasta ahora si siempre hubiera jugado esta acción en este conjunto de información.
- **Regret Matching**: en la nueva estrategia las acciones son elegidas con probabilidades proporcionales a los regrets positivos.