Algoritmos para Juegos con Información Incompleta y No Determinismo

Rubmary Rojas

Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Enero 2020

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de modelos matemáticos de conflicto y cooperación.*
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente.*

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de conflicto y cooperación .*
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma racional e inteligente .*

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación***.*
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente***.*

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales **Economía** **Matemática**

Teoría de Juegos

Definición

- *Estudio de* **modelos matemáticos** *de* **conflicto** *y* **cooperación**.
- *Agentes que toman decisiones de forma* **racional** *e* **inteligente**.

Aplicaciones

Ciencias sociales

Economía

Matemática

Computación

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Información incompleta

Juegos no deterministas
con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Interrogantes

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Interrogantes

- ¿Qué significa que un juego sea resuelto?

Juegos no deterministas con información incompleta

No determinismo

Incertidumbre probabilística:
- Lanzar dados
- Repartir cartas

Información incompleta

Información parcial sobre algunas de las acciones que fueron tomadas previamente.

Interrogantes

- ¿Qué significa que un juego sea resuelto?
- ¿Cuándo un jugador juega de forma óptima?

Objetivo General

Comprender los conceptos en el área de juegos de dos personas que involucran información incompleta y no determinismo, así como implementar los algoritmos para resolverlos, realizando experimentos sobre distintos juegos que son capturados por el modelo.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

jugador 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)	jugador 2
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$	
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$	
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$	

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

primer jugador **gana** 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

segundo jugador **pierde** 1

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juego de
dos jugadores
de suma cero

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras:
   $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juego de dos jugadores de suma cero

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juego de dos jugadores de suma cero

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juego de dos jugadores de suma cero

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	$0, 0$	$-1, 1$	$1, -1$
$\mathcal{P}$ (papel)	$1, -1$	$0, 0$	$-1, 1$
$\mathcal{S}$ (tijera)	$-1, 1$	$1, -1$	$0, 0$

Juego de dos jugadores de suma cero

Elementos

1. Jugadores.
2. Acciones o estrategias puras: $\mathcal{R}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{S}$.
3. Función de pago o utilidades.

Estrategias

1. Estrategias puras: siempre se elige la misma acción.
2. Estrategias mixtas: cada acción se elige con cierta probabilidad.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

María		ballet	béisbol
	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- Ninguno obtiene ganancia.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

María		ballet	béisbol
	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- María obtiene una ganancia mayor que José.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

María		ballet	béisbol
	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- José obtiene una ganancia mayor que María.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

María		ballet	béisbol
	ballet	$2,1$	$0,0$
	béisbol	$0,0$	$1,2$

Conceptos

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada

Valor promedio que un determinado jugador obtendría si jugara infinitas veces cuando cada jugador utiliza una estrategia dada.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

María		ballet	béisbol
	ballet	$2,1$	$0,0$
	béisbol	$0,0$	$1,2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- Si María siempre elige ballet.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- Lo mejor para José es siempre elegir ballet.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta

La mejor forma en que puede jugar un jugador dadas las estrategias seleccionadas de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- María no tiene motivos para cambiar su estrategia.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

- José no tiene motivos para cambiar su estrategia.

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

José

María		ballet	béisbol
	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash

Cada jugador utiliza una mejor respuesta frente a las estrategias de sus oponentes.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2, 1$	$0, 0$
	béisbol	$0, 0$	$1, 2$

Lanzar una moneda

1. cara $\Longrightarrow$ ballet
2. sello $\Longrightarrow$ béisbol

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

Juegos en Forma Normal o Estratégica

Batalla de los sexos

		José	
		ballet	béisbol
María	ballet	$2,1$	$0,0$
	béisbol	$0,0$	$1,2$

Lanzar una moneda

1. cara $\Longrightarrow$ ballet
2. sello $\Longrightarrow$ béisbol

Conceptos

1. Ganancia Esperada
2. Mejor Respuesta
3. Equilibrio de Nash
4. Equilibrio Correlacionado

Puede haber cooperación entre los jugadores.

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Teorema de Nash

Todo juego finito tiene al menos un equilibrio de Nash (en estrategias mixtas).

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Teorema de Nash

Todo juego finito tiene al menos un equilibrio de Nash (en estrategias mixtas).

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Teorema de Nash

Todo juego finito tiene al menos un equilibrio de Nash (en estrategias mixtas).

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

- Equilibrio de Nash como principal concepto de solución.

Equilibrio de Nash

Piedra, papel o tijera

	$\mathcal{R}$ (piedra)	$\mathcal{P}$ (papel)	$\mathcal{S}$ (tijera)
$\mathcal{R}$ (piedra)	0, 0	-1, 1	1,-1
$\mathcal{P}$ (papel)	1,-1	0, 0	-1, 1
$\mathcal{S}$ (tijera)	-1, 1	1,-1	0, 0

No todos los juegos tienen un equilibrio de Nash en estrategias puras.

Teorema de Nash

Todo juego finito tiene al menos un equilibrio de Nash (en estrategias mixtas).

Juegos de Dos Jugadores de Suma Cero

- Equilibrio de Nash como principal concepto de solución.
- Valor del juego (u).

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiendo una estrategia mixta determinada.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiendo una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiendo una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiendo una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret

Métrica de "arrepentimiento" de no haber elegido una acción en particular.

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, \ldots$.
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiendo una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Regret Matching

Algoritmos para calcular un Equilibrio de Nash

- Juegos de dos jugadores de suma cero.

1. Se juega de forma repetida a través del tiempo $t = 1, 2, 3, ...$
2. A tiempo $t + 1$ cada jugador elige una acción siguiendo una estrategia mixta determinada.
3. La **estrategia empírica** converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo calcular la distribución de probabilidad?

- Diferentes formas de calcular la distribución de probabilidad conducen a diferentes algoritmos.

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.

$\mathcal{R},\mathcal{S}$	$\mathcal{R},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\mathcal{S},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
0	1	0	$\frac{1}{3}$

$$R_1(\mathcal{R},\mathcal{S}) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{P}, \mathcal{S}$	$\mathcal{P}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
-1	0	0	-$\frac{1}{3}$

$$R_1(\mathcal{R}, \mathcal{P}) = -\frac{1}{3} - 0 = -\frac{1}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R},\mathcal{S}$	$\mathcal{R},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\mathcal{S},\mathcal{P}$	$\mathcal{S},\mathcal{S}$	$\bar{u}$
0	1	0	$\frac{1}{3}$

$$R_1(\mathcal{S}) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de ***arrepentimiento*** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{P}, \mathcal{S}$	$\mathcal{P}, \mathcal{P}$	$\mathcal{P}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
-1	0	-1	-$\frac{2}{3}$

$$R_1(\mathcal{P}) = -\frac{2}{3} - 0 = -\frac{2}{3}$$

Regret Matching

Regret

Métrica de **arrepentimiento** *de no haber elegido una acción en particular.*

Tres procedimientos

1. Regret condicional.
2. Vector invariante de probabilidad de la matriz de regret condicional.
3. Regret incondicional.

$\mathcal{R}, \mathcal{S}$	$\mathcal{R}, \mathcal{P}$	$\mathcal{S}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
1	-1	0	0

$\mathcal{P}, \mathcal{S}$	$\mathcal{P}, \mathcal{P}$	$\mathcal{P}, \mathcal{S}$	$\bar{u}$
-1	0	-1	$-\frac{2}{3}$

$$R_1(\mathcal{P}) = -\frac{2}{3} - 0 = -\frac{2}{3}$$

Regret Matching

Observaciones

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret positivo tiende a cero cuando el número de juegos tiende a infinito.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret positivo tiende a cero cuando el número de juegos tiende a infinito.
3. Si el regret positivo es pequeño, la **estrategia empírica** es una aproximación a un equilibrio de Nash.

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret positivo tiende a cero cuando el número de juegos tiende a infinito.
3. Si el regret positivo es pequeño, la **estrategia empírica** es una aproximación a un equilibrio de Nash.

Estrategia Empírica

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret positivo tiende a cero cuando el número de juegos tiende a infinito.
3. Si el regret positivo es pequeño, la **estrategia empírica** es una aproximación a un equilibrio de Nash.

Estrategia Empírica

La probabilidad de que un determinado jugador elija una acción a es igual a:

$$p(a) = \frac{\text{número de veces que el jugador eligió } a}{\text{número total de juegos}}$$

Regret Matching

Observaciones

1. Las probabilidades son elegidas proporcional a los regrets positivos.
2. El regret positivo tiende a cero cuando el número de juegos tiende a infinito.
3. Si el regret positivo es pequeño, la **estrategia empírica** es una aproximación a un equilibrio de Nash.

Estrategia Empírica

La probabilidad de que un determinado jugador elija una acción a es igual a:

$$p(a) = \frac{\text{número de veces que el jugador eligió } a}{\text{número total de juegos}}$$

Experimentos

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Comprobación con un problema equivalente de programación lineal.

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Comprobación con un problema equivalente de programación lineal.
5. Gráficas del regret con respecto al número de iteraciones.

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Comprobación con un problema equivalente de programación lineal.
5. Gráficas del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Comprobación con un problema equivalente de programación lineal.
5. Gráficas del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Comprobación con un problema equivalente de programación lineal.
5. Gráficas del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Comprobación con un problema equivalente de programación lineal.
5. Gráficas del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
    - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
    - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
    - Tiempo promedio.

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Comprobación con un problema equivalente de programación lineal.
5. Gráficas del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
   - Tiempo promedio.
   - Número de iteraciones promedio.

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Comprobación con un problema equivalente de programación lineal.
5. Gráficas del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
   - Tiempo promedio.
   - Número de iteraciones promedio.
   - Promedio del tiempo por iteración.

Experimentos

1. 4 juegos para dos jugadores de suma cero.
2. 10 corridas por cada uno de los juegos y cada uno de los procedimientos.
3. Criterio de parada: regret incondicional menor que 0.005.
4. Comprobación con un problema equivalente de programación lineal.
5. Gráficas del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Ganancia esperada del primer jugador de la última estrategia obtenida.
   - Explotabilidad de la última estrategia obtenida.
   - Tiempo promedio.
   - Número de iteraciones promedio.
   - Promedio del tiempo por iteración.

Matching Pennies

Matching Pennies

Valor del juego (u): 0.

Matching Pennies

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$

Matching Pennies

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64{\times}10^{-6}$	$3,03{\times}10^{-5}$	$2,58{\times}10^{-6}$

Matching Pennies

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$

Matching Pennies

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$

Matching Pennies

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64{\times}10^{-6}$	$3,03{\times}10^{-5}$	$2,58{\times}10^{-6}$

Matching Pennies

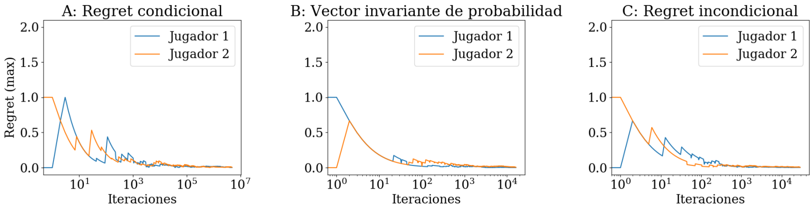
Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$

Matching Pennies

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000$	$0,000$	$0,000$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,006$	$0,008$
Tiempo T	$10,276$	$0,777$	$0,042$
Iteraciones I	$3.892.550,4$	$25.616,6$	$16.260,5$
T/I	$2,64\times10^{-6}$	$3,03\times10^{-5}$	$2,58\times10^{-6}$



Piedra, Papel o Tijera

Piedra, Papel o Tijera

Valor del juego (u): 0.

Piedra, Papel o Tijera

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70{\times}10^{-6}$	$5,23{\times}10^{-5}$	$2,54{\times}10^{-6}$

Piedra, Papel o Tijera

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70\times10^{-6}$	$5,23\times10^{-5}$	$2,54\times10^{-6}$

Piedra, Papel o Tijera

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70\times10^{-6}$	$5,23\times10^{-5}$	$2,54\times10^{-6}$

Piedra, Papel o Tijera

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70{\times}10^{-6}$	$5,23{\times}10^{-5}$	$2,54{\times}10^{-6}$

Piedra, Papel o Tijera

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70\times10^{-6}$	$5,23\times10^{-5}$	$2,54\times10^{-6}$

Piedra, Papel o Tijera

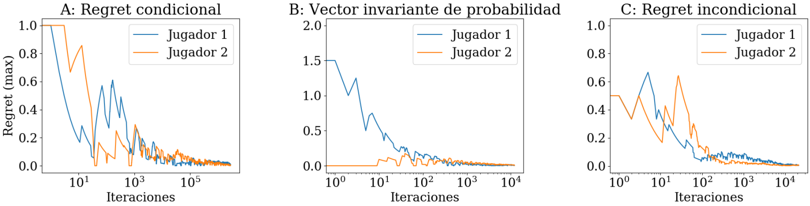
Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70\times10^{-6}$	$5,23\times10^{-5}$	$2,54\times10^{-6}$

Piedra, Papel o Tijera

Valor del juego (u): 0.

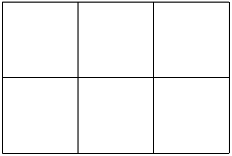
	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$-0,000012$	$0,000004$	$0,000022$
Explotabilidad ε_σ	$0,006$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$12,198$	$0,345$	$0,049$
Iteraciones I	$4.519.054,1$	$6.601,3$	$19.321,1$
T/I	$2,70\times10^{-6}$	$5,23\times10^{-5}$	$2,54\times10^{-6}$



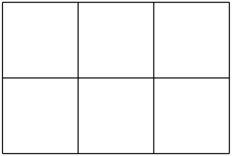
Ficha vs. Dominó

Ficha vs. Dominó

Jugador 1

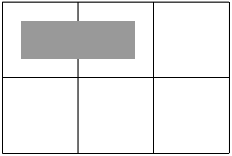


Jugador 2

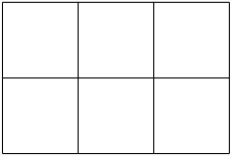


Ficha vs. Dominó

Jugador 1

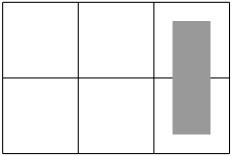


Jugador 2

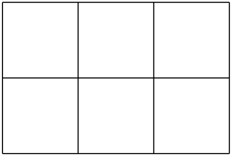


Ficha vs. Dominó

Jugador 1

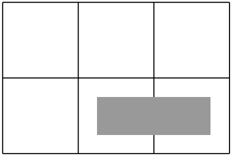


Jugador 2

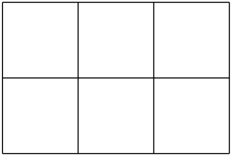


Ficha vs. Dominó

Jugador 1

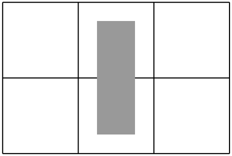


Jugador 2

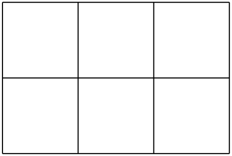


Ficha vs. Dominó

Jugador 1

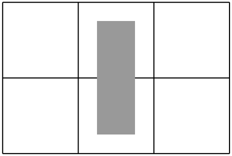


Jugador 2

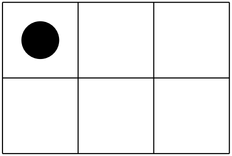


Ficha vs. Dominó

Jugador 1

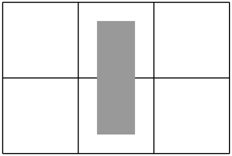


Jugador 2

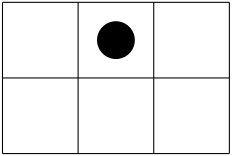


Ficha vs. Dominó

Jugador 1

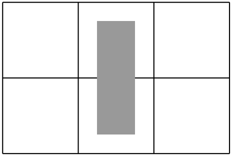


Jugador 2

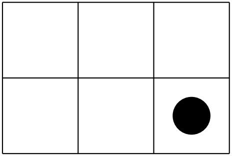


Ficha vs. Dominó

Jugador 1

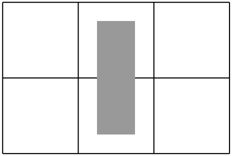


Jugador 2

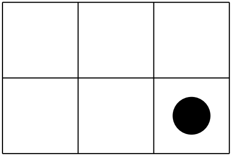


Ficha vs. Dominó

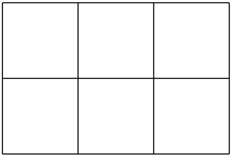
Jugador 1



Jugador 2

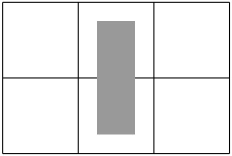


Resultado

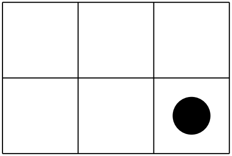


Ficha vs. Dominó

Jugador 1

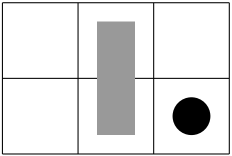


Jugador 2



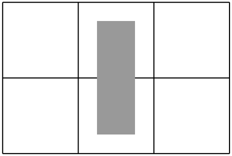
Resultado

1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.

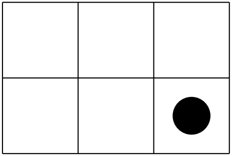


Ficha vs. Dominó

Jugador 1

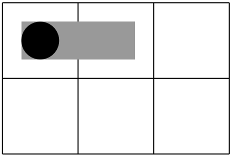


Jugador 2



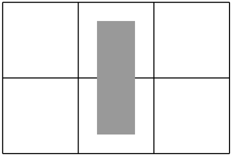
Resultado

1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.
2. La ficha y el dominó sí se superponen: gana el jugador 2.

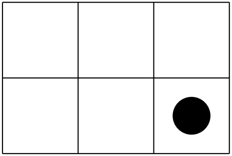


Ficha vs. Dominó

Jugador 1

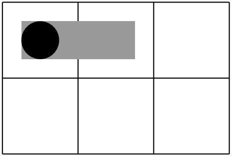


Jugador 2



Resultado

1. La ficha y el dominó no se superponen: gana el jugador 1.
2. La ficha y el dominó sí se superponen: gana el jugador 2.



Ficha vs. Dominó

Valor del juego (u): $\frac{1}{3}$.

Ficha vs. Dominó

Valor del juego (u): $\frac{1}{3}$.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95\times10^{-6}$	$1,50\times10^{-4}$	$2,81\times10^{-6}$

Ficha vs. Dominó

Valor del juego (u): $\frac{1}{3}$.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95\times10^{-6}$	$1,50\times10^{-4}$	$2,81\times10^{-6}$

Ficha vs. Dominó

Valor del juego (u): $\frac{1}{3}$.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95\times10^{-6}$	$1,50\times10^{-4}$	$2,81\times10^{-6}$

Ficha vs. Dominó

Valor del juego (u): $\frac{1}{3}$.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95\times10^{-6}$	$1,50\times10^{-4}$	$2,81\times10^{-6}$

Ficha vs. Dominó

Valor del juego (u): $\frac{1}{3}$.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95{\times}10^{-6}$	$1,50{\times}10^{-4}$	$2,81{\times}10^{-6}$

Ficha vs. Dominó

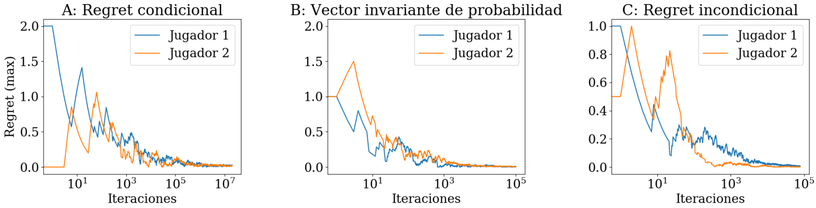
Valor del juego (u): $\frac{1}{3}$.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95\times10^{-6}$	$1,50\times10^{-4}$	$2,81\times10^{-6}$

Ficha vs. Dominó

Valor del juego (u): $\frac{1}{3}$.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,333$	$0,334$	$0,334$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,007$	$0,004$
Tiempo T	$319,179$	$11,275$	$0,237$
Iteraciones I	$108.319.272,4$	$75.250,2$	$84.318,5$
T/I	$2,95\times10^{-6}$	$1,50\times10^{-4}$	$2,81\times10^{-6}$



Coronel Blotto

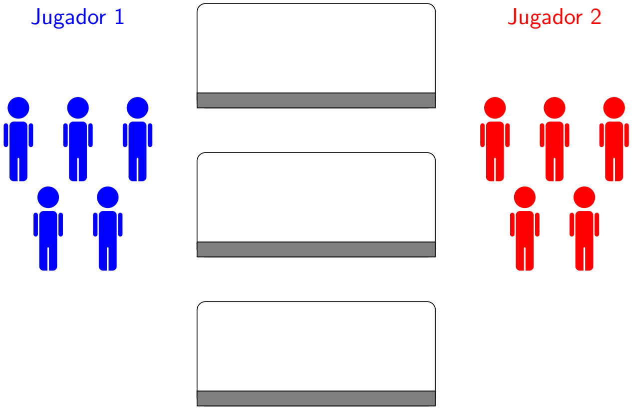
Coronel Blotto

- S soldados por jugador.

Jugador 1 Jugador 2

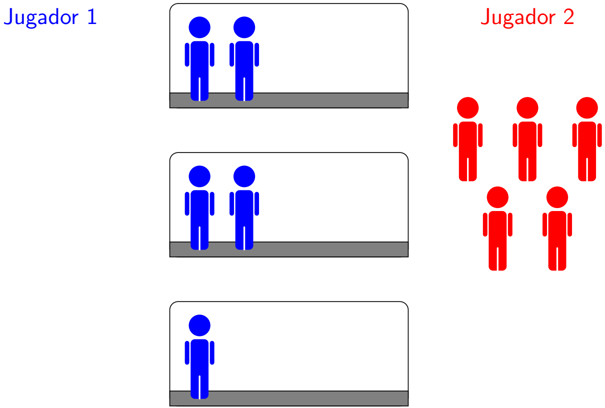
Coronel Blotto

- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



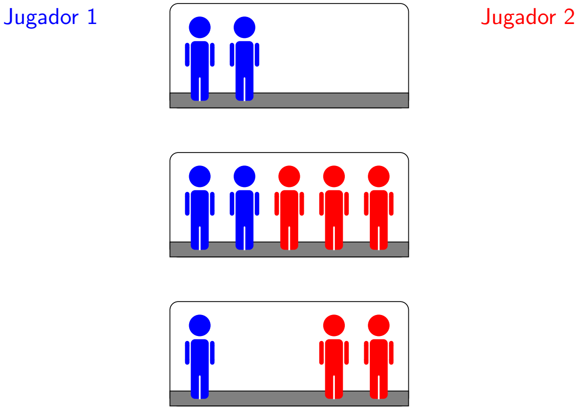
Coronel Blotto

- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



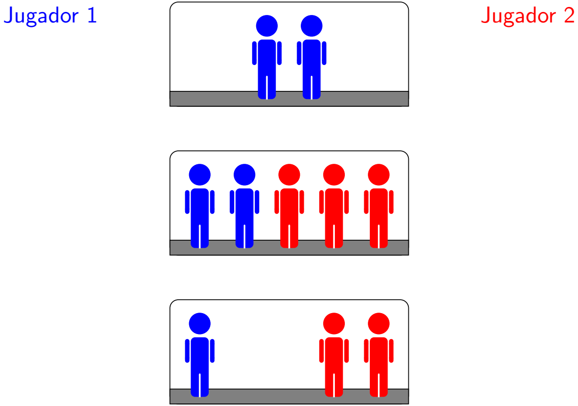
Coronel Blotto

- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



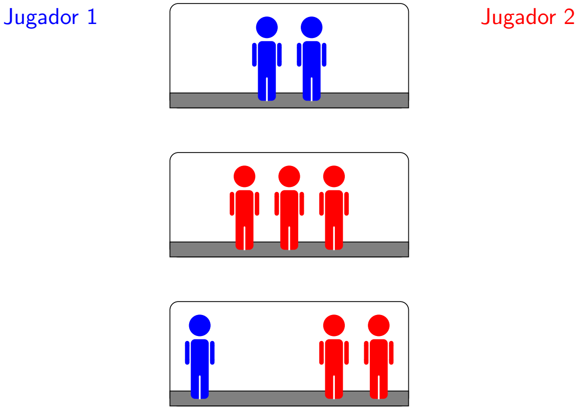
Coronel Blotto

- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



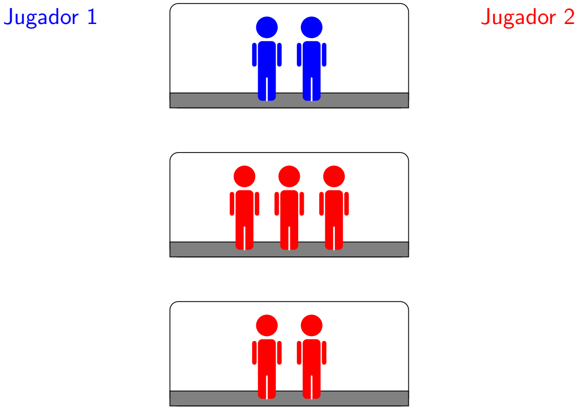
Coronel Blotto

- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



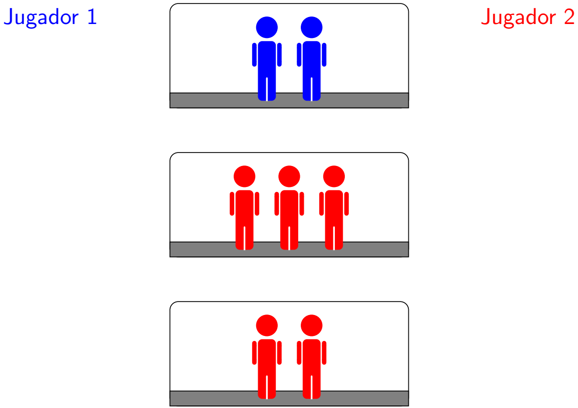
Coronel Blotto

- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.



Coronel Blotto

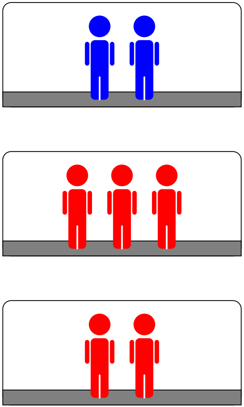
- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.
- $u_1 = 1 - 2 = -1$



Coronel Blotto

- S soldados por jugador.
- N campos de batalla.
- $u_1 = 1 - 2 = -1$
- $u_2 = 2 - 1 = 1.$

Jugador 1



Jugador 2

Coronel Blotto

Valor del juego (u): 0.

Coronel Blotto

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

Coronel Blotto

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

Coronel Blotto

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

Coronel Blotto

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

Coronel Blotto

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

Coronel Blotto

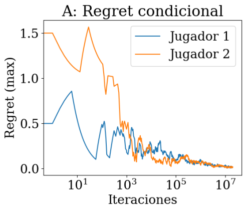
Valor del juego (u): 0.

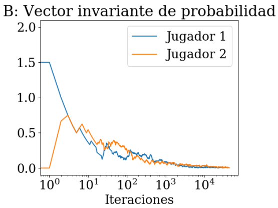
	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$

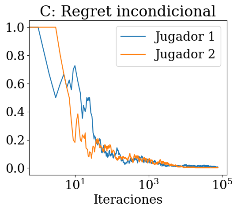
Coronel Blotto

Valor del juego (u): 0.

	A	B	C
Ganancia esperada $u(\sigma)$	$0,000219$	$0,000150$	$0,000024$
Explotabilidad ε_σ	$0,010$	$0,010$	$0,009$
Tiempo T	$875,533$	$70,453$	$0,166$
Iteraciones I	$190.222.305,3$	$58.794,4$	$48.613,5$
T/I	$4,60\times10^{-6}$	$1,20\times10^{-3}$	$3,41\times10^{-6}$







Forma Extensiva

Forma Extensiva

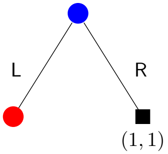
Juegos secuenciales

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

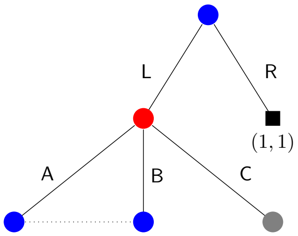
Forma Extensiva

Juegos secuenciales



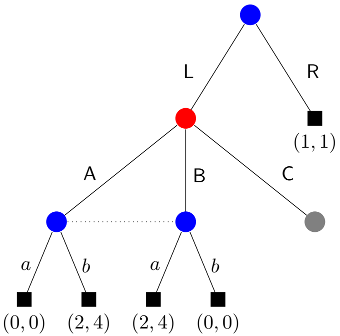
Forma Extensiva

Juegos secuenciales



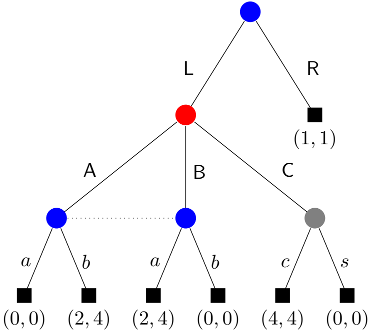
Forma Extensiva

Juegos secuenciales



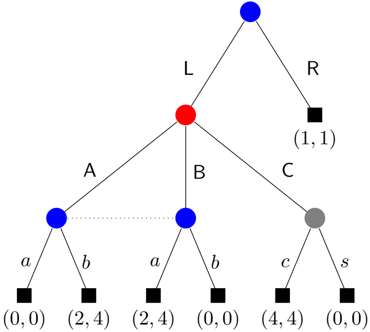
Forma Extensiva

Juegos secuenciales



Forma Extensiva

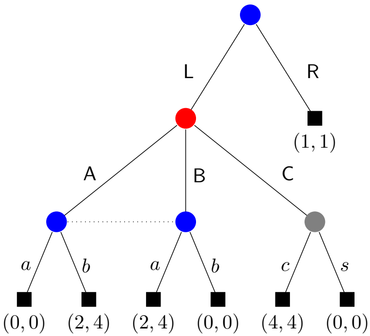
Juegos secuenciales



Elementos

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

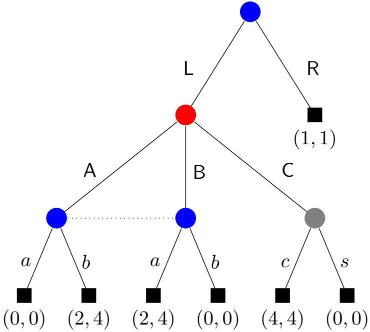


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

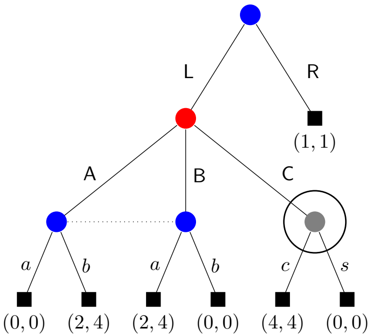


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) no terminal un jugador.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

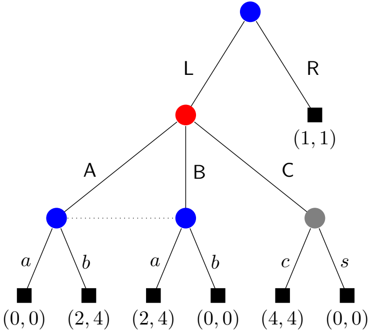


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) no terminal un jugador.
   - Nodos de Azar

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

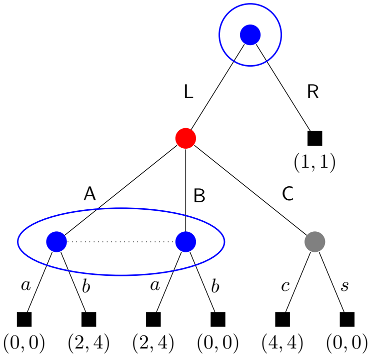


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) no terminal un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

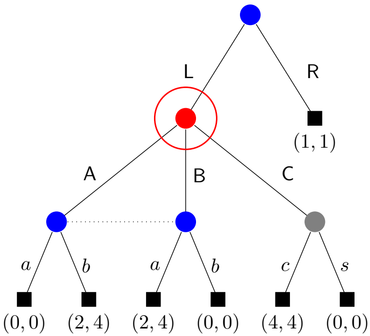


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) no terminal un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

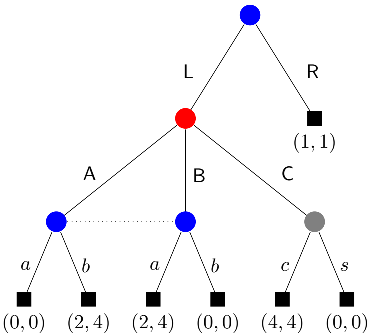


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) no terminal un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

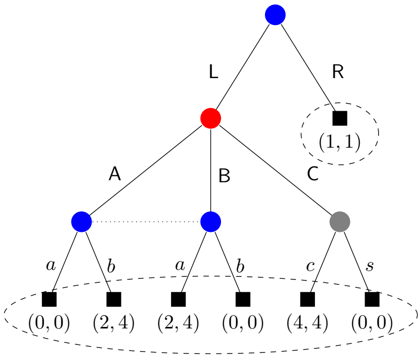


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) no terminal un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

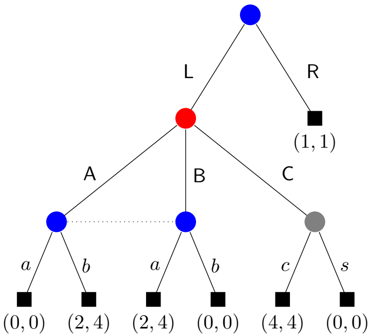


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) no terminal un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

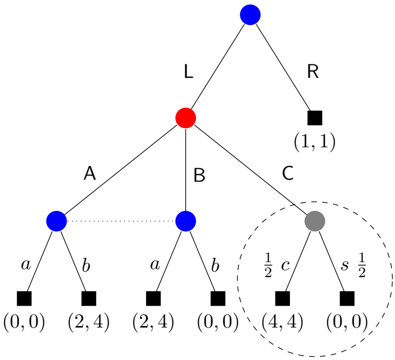


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) no terminal un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.
5. Distribución de probabilidad sobre el conjunto de acciones en cada nodo de azar.

Forma Extensiva

Juegos secuenciales

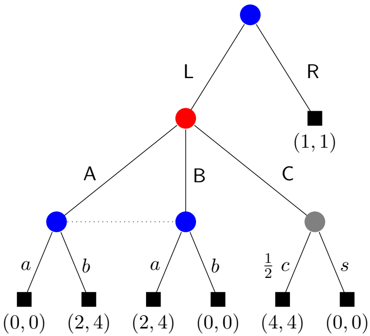


Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) no terminal un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.
5. Distribución de probabilidad sobre el conjunto de acciones en cada nodo de azar.

Forma Extensiva

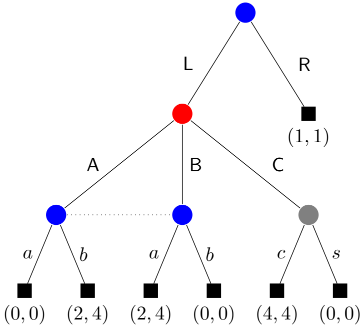
Juegos secuenciales



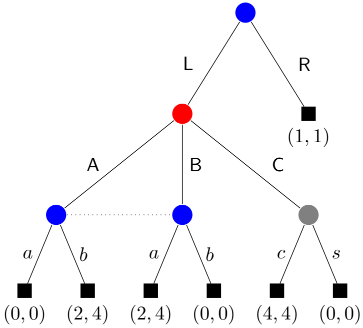
Elementos

1. Historias o nodos.
   Ej: $\emptyset$, LA, LBb, R.
2. Función que asigna a cada historia (nodo) no terminal un jugador.
   - Nodos de Azar
3. Conjuntos de información.
4. Función que asigna por cada historia (nodo) terminal y cada jugador una utilidad.
5. Distribución de probabilidad sobre el conjunto de acciones en cada nodo de azar.

Forma Extensiva



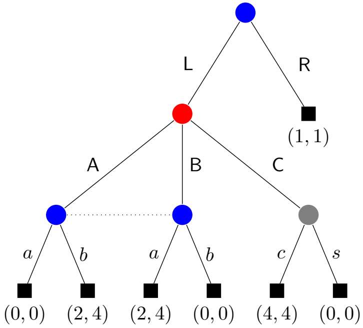
Forma Extensiva



Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, b)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, a)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, b)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva

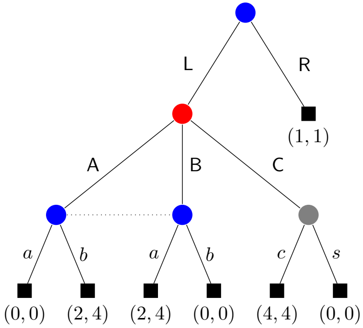


Estrategias

Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, b)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, a)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, b)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



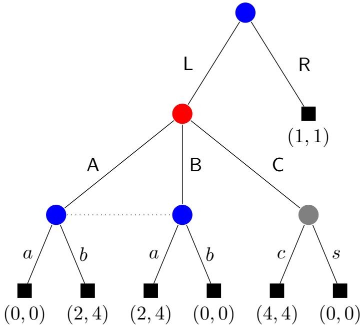
Estrategias

1. Estrategias Puras.

Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, b)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, a)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, b)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



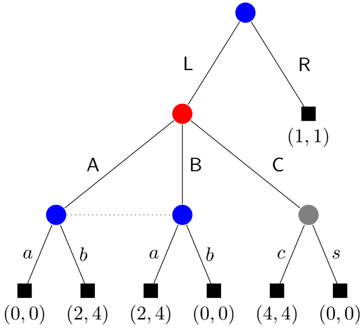
Estrategias

1. Estrategias Puras.

Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, b)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, a)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, b)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



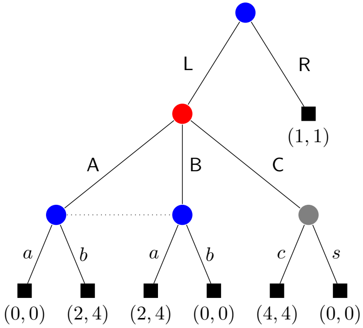
Estrategias

1. Estrategias Puras.

Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, b)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, a)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, b)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



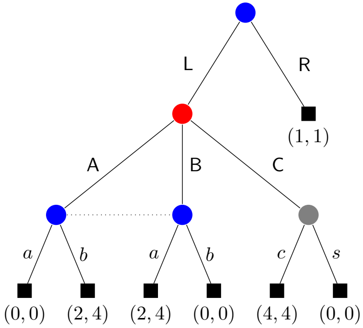
Estrategias

1. Estrategias Puras.

Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, b)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, a)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, b)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



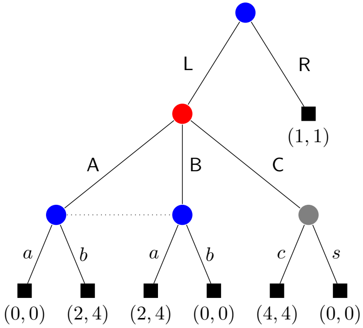
Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, b)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, a)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, b)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



Estrategias

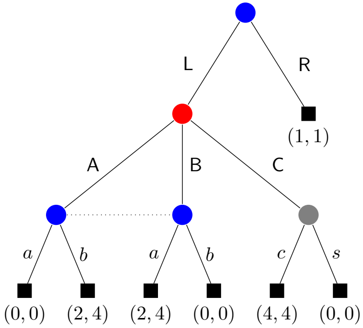
1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, a)	(L, b)	(R, a)	(R, b)
0.45	0.30	0.00	0.25

Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, b)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, a)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, b)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Forma Extensiva



Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

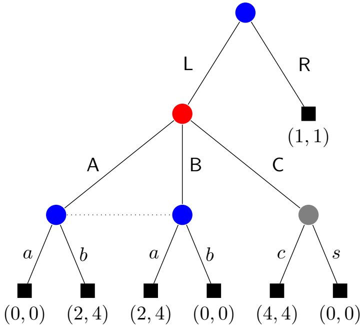
(L, a)	(L, b)	(R, a)	(R, b)
0.45	0.30	0.00	0.25

A	B	C
0.25	0.25	0.50

Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0,0$	$2,4$	$2,2$
(L, b)	$2,4$	$0,0$	$2,2$
(R, a)	$1,1$	$1,1$	$1,1$
(R, b)	$1,1$	$1,1$	$1,1$

Forma Extensiva



Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, b)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, a)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, b)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Estrategias

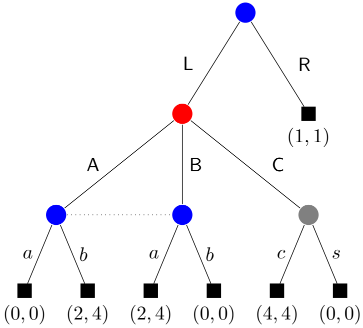
1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, a)	(L, b)	(R, a)	(R, b)
0.45	0.30	0.00	0.25

A	B	C
0.25	0.25	0.50

3. Estrategias de Comportamiento.

Forma Extensiva



Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0,0$	$2,4$	$2,2$
(L, b)	$2,4$	$0,0$	$2,2$
(R, a)	$1,1$	$1,1$	$1,1$
(R, b)	$1,1$	$1,1$	$1,1$

Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, a)	(L, b)	(R, a)	(R, b)
0.45	0.30	0.00	0.25

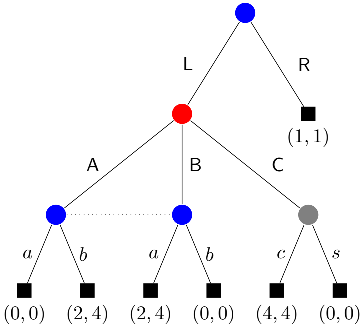
A	B	C
0.25	0.25	0.50

3. Estrategias de Comportamiento.

L	R
0.65	0.35

a	b
0.40	0.60

Forma Extensiva



Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0,0$	$2,4$	$2,2$
(L, b)	$2,4$	$0,0$	$2,2$
(R, a)	$1,1$	$1,1$	$1,1$
(R, b)	$1,1$	$1,1$	$1,1$

Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, a)	(L, b)	(R, a)	(R, b)
0.45	0.30	0.00	0.25

A	B	C
0.25	0.25	0.50

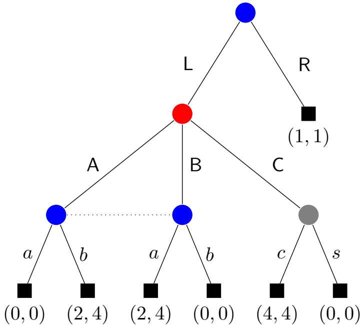
3. Estrategias de Comportamiento.

L	R
0.65	0.35

a	b
0.40	0.60

Equilibrio de Nash

Forma Extensiva



Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0,0$	$2,4$	$2,2$
(L, b)	$2,4$	$0,0$	$2,2$
(R, a)	$1,1$	$1,1$	$1,1$
(R, b)	$1,1$	$1,1$	$1,1$

Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, a)	(L, b)	(R, a)	(R, b)
0.45	0.30	0.00	0.25

A	B	C
0.25	0.25	0.50

3. Estrategias de Comportamiento.

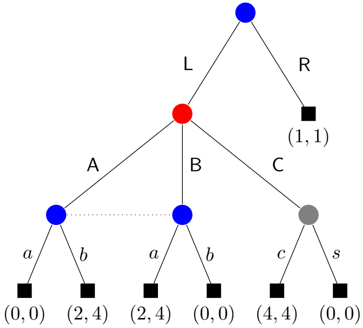
L	R
0.65	0.35

a	b
0.40	0.60

Equilibrio de Nash

Perfect Recall

Forma Extensiva



Forma Normal

	A	B	C
(L, a)	$0, 0$	$2, 4$	$2, 2$
(L, b)	$2, 4$	$0, 0$	$2, 2$
(R, a)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$
(R, b)	$1, 1$	$1, 1$	$1, 1$

Estrategias

1. Estrategias Puras.
2. Estrategias Mixtas.

(L, a)	(L, b)	(R, a)	(R, b)
0.45	0.30	0.00	0.25

A	B	C
0.25	0.25	0.50

3. Estrategias de Comportamiento.

L	R
0.65	0.35

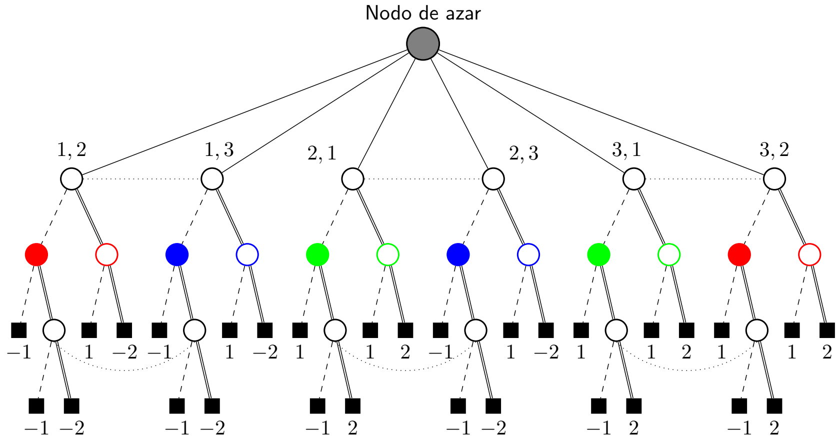
a	b
0.40	0.60

Equilibrio de Nash

Perfect Recall

Kuhn Poker

Kuhn Poker



Nodo de azar
1, 2
1, 3
2, 1
2, 3
3, 1
3, 2
−1 1 −2 −1 1 −2 1 1 2 −1 1 −2 1 1 2 1 1 2
−1 −2 −1 −2 −1 2 −1 −2 −1 2 −1 2

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma a lo largo del tiempo.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma a lo largo del tiempo.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma a lo largo del tiempo.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma a lo largo del tiempo.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma a lo largo del tiempo.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo se mejora la estrategia en cada iteración?

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma a lo largo del tiempo.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo se mejora la estrategia en cada iteración?

- Sumar el regret (arrepentimiento) que se tiene en cada conjunto de información por cada acción.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma a lo largo del tiempo.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo se mejora la estrategia en cada iteración?

- Sumar el regret (arrepentimiento) que se tiene en cada conjunto de información por cada acción.
- **Regret** (de una acción en un conjunto de información): cuánto mejor lo habría hecho en todos los juegos hasta ahora si siempre hubiera jugado esta acción en este conjunto de información.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma a lo largo del tiempo.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo se mejora la estrategia en cada iteración?

- Sumar el regret (arrepentimiento) que se tiene en cada conjunto de información por cada acción.
- **Regret** (de una acción en un conjunto de información): cuánto mejor lo habría hecho en todos los juegos hasta ahora si siempre hubiera jugado esta acción en este conjunto de información.
- **Regret Matching**: en la nueva estrategia las acciones son elegidas con probabilidades proporcionales a los regrets positivos.

Counterfactual Regret Minimization (CFR)

1. El árbol del juego se recorre repetidamente. La máquina juega contra sí misma a lo largo del tiempo.
2. Se inicia con distribución uniforme en cada conjunto de información.
3. En cada iteración se elige una mejor estrategia revisando las decisiones pasadas, utilizando las métricas de regret.
4. La estrategia promedio converge a un equilibrio de Nash.

¿Cómo se mejora la estrategia en cada iteración?

- Sumar el regret (arrepentimiento) que se tiene en cada conjunto de información por cada acción.
- **Regret** (de una acción en un conjunto de información): cuánto mejor lo habría hecho en todos los juegos hasta ahora si siempre hubiera jugado esta acción en este conjunto de información.
- **Regret Matching**: en la nueva estrategia las acciones son elegidas con probabilidades proporcionales a los regrets positivos.

Experimentos

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.
5. Gráfica del regret con respecto al número de iteraciones.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.
5. Gráfica del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.
5. Gráfica del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Instancia estudiada.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.
5. Gráfica del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Instancia estudiada.
   - Número de nodos del árbol.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.
5. Gráfica del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Instancia estudiada.
   - Número de nodos del árbol.
   - Número de conjuntos de información.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.
5. Gráfica del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Instancia estudiada.
   - Número de nodos del árbol.
   - Número de conjuntos de información.
   - Número de iteraciones.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.
5. Gráfica del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Instancia estudiada.
   - Número de nodos del árbol.
   - Número de conjuntos de información.
   - Número de iteraciones.
   - Ganancia esperada del primer jugador de la estrategia calculada.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.
5. Gráfica del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Instancia estudiada.
   - Número de nodos del árbol.
   - Número de conjuntos de información.
   - Número de iteraciones.
   - Ganancia esperada del primer jugador de la estrategia calculada.
   - Explotabilidad.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.
5. Gráfica del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Instancia estudiada.
   - Número de nodos del árbol.
   - Número de conjuntos de información.
   - Número de iteraciones.
   - Ganancia esperada del primer jugador de la estrategia calculada.
   - Explotabilidad.
   - Se resolvió o no la instancia.

Experimentos

1. Tres clases de juegos, cada uno con diferentes parámetros.
2. CFR con muestreo en los nodos de azar.
3. 10 horas de entrenamiento.
4. Un juego se considera resuelto si la explotabilidad es menor que el 1% de la mínima ganancia positiva posible.
5. Gráfica del regret con respecto al número de iteraciones.
6. Tabla de resultados:
   - Instancia estudiada.
   - Número de nodos del árbol.
   - Número de conjuntos de información.
   - Número de iteraciones.
   - Ganancia esperada del primer jugador de la estrategia calculada.
   - Explotabilidad.
   - Se resolvió o no la instancia.

One Card Poker (OCP)

One Card Poker (OCP)

- Generalización del Juego Kuhn Poker.

One Card Poker (OCP)

- Generalización del Juego Kuhn Poker.
- N: número de cartas.

One Card Poker (OCP)

- Generalización del Juego Kuhn Poker.
- N: número de cartas.
- OCP(N).

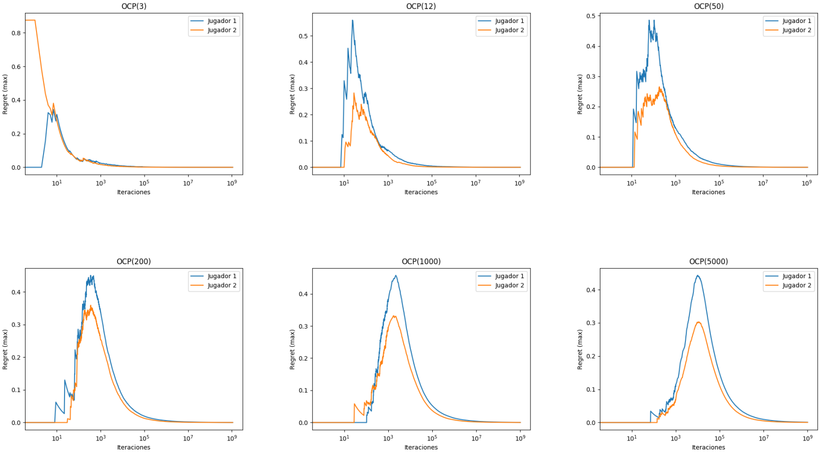
One Card Poker (OCP)

- Generalización del Juego Kuhn Poker.
- N: número de cartas.
- OCP(N).

Tabla de Resultados

Juego	N	I	Iteraciones	$u(\sigma)$	ε_σ (%)	Resuelto
OCP(3)	55	12	1.181.763.638	-0,056	0,0098	✓
OCP(12)	1.189	48	1.147.919.240	-0,062	0,0032	✓
OCP(50)	22.051	200	1.145.291.974	-0,058	0,0099	✓
OCP(200)	358.201	800	1.128.993.847	-0,056	0,0078	✓
OCP(1000)	8.991.001	4.000	1.087.573.694	-0,056	0,0098	✓
OCP(5000)	224.955.001	20.000	1.038.367.354	-0,056	0,0241	✓

One Card Poker (OCP)



Dudo

Dudo

- Juego de dados y apuestas.

Dudo

- Juego de dados y apuestas.
- K: número de caras de los dados.

Dudo

- Juego de dados y apuestas.
- K: número de caras de los dados.
- D_1, D_2: número de dados del primer y segundo jugador, respectivamente.

Dudo

- Juego de dados y apuestas.
- K: número de caras de los dados.
- D_1, D_2: número de dados del primer y segundo jugador, respectivamente.
- Dudo(K, D_1, D_2).

Dudo

- Juego de dados y apuestas.
- K: número de caras de los dados.
- D_1, D_2: número de dados del primer y segundo jugador, respectivamente.
- Dudo(K, D_1, D_2).

Tabla de Resultados

Juego	N	I	Iteraciones	$u(\sigma)$	ε_σ (%)	Resuelto
Dudo$(4, 1, 1)$	8.177	512	18.697.532	-0,125	0,0259	✓
Dudo$(4, 1, 2)$	327.641	14.366	1.215.600	-0,508	0,0971	✓
Dudo$(4, 2, 1)$	327.641	14.366	1.213.799	0,552	0,3701	✓
Dudo$(4, 2, 2)$	13.107.101	327.680	63.109	0,0069	2,1132	✗
Dudo$(5, 1, 1)$	51.176	2.560	4.521.208	-0,120	0,1186	✓
Dudo$(5, 1, 2)$	4.915.126	163.840	151.235	-0,565	0,6197	✓
Dudo$(5, 2, 1)$	4.915.126	163.840	143.698	0,581	0,0122	✓
Dudo$(5, 2, 2)$	471.858.976	7.864.320	3.826	0,836	15,1963	✗
Dudo$(6, 1, 1)$	294.877	12.288	1.067.782	-0,111	0,0975	✓
Dudo$(6, 1, 2)$	66.060.163	1.769.472	17.702	-0,593	4,5781	✗
Dudo$(6, 2, 1)$	66.060.163	1.769.472	17.221	0,592	3,9594	✗

Dudo

- Juego de dados y apuestas.
- K: número de caras de los dados.
- D_1, D_2: número de dados del primer y segundo jugador, respectivamente.
- Dudo(K, D_1, D_2).

Tabla de Resultados

Juego	N	I	Iteraciones	$u(\sigma)$	ε_σ (%)	Resuelto
Dudo$(4,1,1)$	8.177	512	18.697.532	-0,125	0,0259	✓
Dudo$(4,1,2)$	327.641	14.366	1.215.600	-0,508	0,0971	✓
Dudo$(4,2,1)$	327.641	14.366	1.213.799	0,552	0,3701	✓
Dudo$(4,2,2)$	13.107.101	327.680	63.109	0,0069	2,1132	✗
Dudo$(5,1,1)$	51.176	2.560	4.521.208	-0,120	0,1186	✓
Dudo$(5,1,2)$	4.915.126	163.840	151.235	-0,565	0,6197	✓
Dudo$(5,2,1)$	4.915.126	163.840	143.698	0,581	0,0122	✓
Dudo$(5,2,2)$	471.858.976	7.864.320	3.826	0,836	15,1963	✗
Dudo$(6,1,1)$	294.877	12.288	1.067.782	-0,111	0,0975	✓
Dudo$(6,1,2)$	66.060.163	1.769.472	17.702	-0,593	4,5781	✗
Dudo$(6,2,1)$	66.060.163	1.769.472	17.221	0,592	3,9594	✗

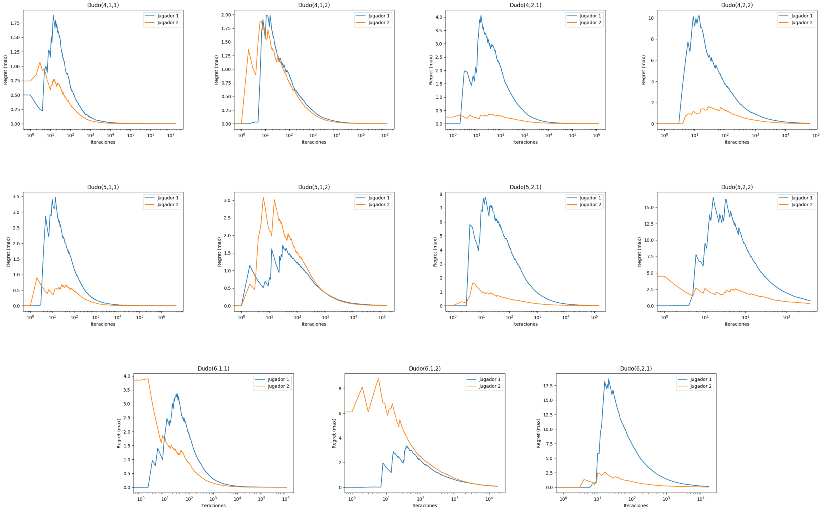
Dudo

- Juego de dados y apuestas.
- K: número de caras de los dados.
- D_1, D_2: número de dados del primer y segundo jugador, respectivamente.
- Dudo(K, D_1, D_2).

Tabla de Resultados

Juego	N	I	Iteraciones	$u(\sigma)$	ε_σ (%)	Resuelto
Dudo$(4,1,1)$	8.177	512	18.697.532	-0,125	0,0259	✓
Dudo$(4,1,2)$	327.641	14.366	1.215.600	-0,508	0,0971	✓
Dudo$(4,2,1)$	327.641	14.366	1.213.799	0,552	0,3701	✓
Dudo$(4,2,2)$	13.107.101	327.680	63.109	0,0069	2,1132	✗
Dudo$(5,1,1)$	51.176	2.560	4.521.208	-0,120	0,1186	✓
Dudo$(5,1,2)$	4.915.126	163.840	151.235	-0,565	0,6197	✓
Dudo$(5,2,1)$	4.915.126	163.840	143.698	0,581	0,0122	✓
Dudo$(5,2,2)$	471.858.976	7.864.320	3.826	0,836	15,1963	✗
Dudo$(6,1,1)$	294.877	12.288	1.067.782	-0,111	0,0975	✓
Dudo$(6,1,2)$	66.060.163	1.769.472	17.702	-0,593	4,5781	✗
Dudo$(6,2,1)$	66.060.163	1.769.472	17.221	0,592	3,9594	✗

Dudo


Dudo(4,1,1)
Dudo(4,1,2)
Dudo(4,2,1)
Dudo(4,2,2)
Dudo(5,1,1)
Dudo(5,1,2)
Dudo(5,2,1)
Dudo(5,2,2)
Dudo(6,1,1)
Dudo(6,1,2)
Dudo(6,2,1)
Jugador 1
Jugador 2
Regret (max)
Iteraciones

Dominó

Dominó

- Versión para dos jugadores.

Dominó

- Versión para dos jugadores.
- M: máximo número de puntos en una cara de una pieza.

Dominó

- Versión para dos jugadores.
- M: máximo número de puntos en una cara de una pieza.
- N: número de piezas de la mano inicial para cada jugador.

Dominó

- Versión para dos jugadores.
- M: máximo número de puntos en una cara de una pieza.
- N: número de piezas de la mano inicial para cada jugador.
- Domino(M, N).

Dominó

- Versión para dos jugadores.
- M: máximo número de puntos en una cara de una pieza.
- N: número de piezas de la mano inicial para cada jugador.
- Domino(M, N).

Tabla de Resultados

Juego	N	I	Iteraciones	$u(\sigma)$	ε_σ (%)	Resuelto
Domino$(2,2)$	7.321	102	540.186.366	2,4000	0,0000	✓
Domino$(3,2)$	46.534.657	88.947	400.047.334	2,8767	0,0315	✓
Domino$(3,3)$	246.760.993	107.854	72.492.951	2,1539	0,3854	✓
Domino$(3,4)$	1.547.645.185	104.050	11.213.463	3,2034	1,4871	✗

Dominó

- Versión para dos jugadores.
- M: máximo número de puntos en una cara de una pieza.
- N: número de piezas de la mano inicial para cada jugador.
- Domino(M, N).

Tabla de Resultados

Juego	N	I	Iteraciones	$u(\sigma)$	ε_σ (%)	Resuelto
Domino$(2, 2)$	7.321	102	540.186.366	2,4000	0,0000	✓
Domino$(3, 2)$	46.534.657	88.947	400.047.334	2,8767	0,0315	✓
Domino$(3, 3)$	246.760.993	107.854	72.492.951	2,1539	0,3854	✓
Domino$(3, 4)$	1.547.645.185	104.050	11.213.463	3,2034	1,4871	✗

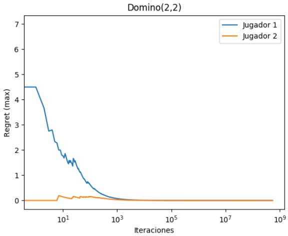
Dominó

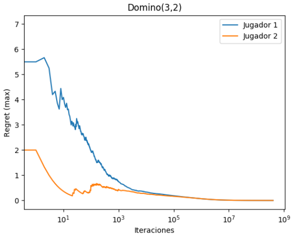
- Versión para dos jugadores.
- M: máximo número de puntos en una cara de una pieza.
- N: número de piezas de la mano inicial para cada jugador.
- Domino(M, N).

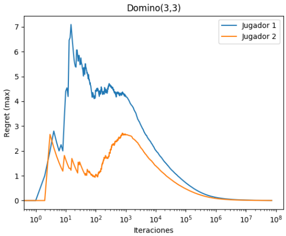
Tabla de Resultados

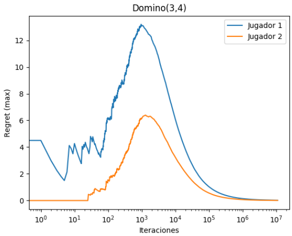
Juego	N	I	Iteraciones	$u(\sigma)$	ε_σ (%)	Resuelto
Domino$(2, 2)$	7.321	102	540.186.366	2,4000	0,0000	✓
Domino$(3, 2)$	46.534.657	88.947	400.047.334	2,8767	0,0315	✓
Domino$(3, 3)$	246.760.993	107.854	72.492.951	2,1539	0,3854	✓
Domino$(3, 4)$	1.547.645.185	104.050	11.213.463	3,2034	1,4871	✗

Dominó


Domino(2,2)
Jugador 1
Jugador 2
Regret (max)
Iteraciones
0
1
2
3
4
5
6
7
10^1
10^3
10^5
10^7
10^9


Domino(3,2)
Jugador 1
Jugador 2
Regret (max)
Iteraciones
0
1
2
3
4
5
6
7
10^1
10^3
10^5
10^7
10^9


Domino(3,3)
Jugador 1
Jugador 2
Regret (max)
Iteraciones
0
1
2
3
4
5
6
7
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
10^6
10^7
10^8


Domino(3,4)
Jugador 1
Jugador 2
Regret (max)
Iteraciones
0
2
4
6
8
10
12
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
10^6
10^7

Demo

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

1. Estudio de juegos no determinista con información incompleta: forma normal y forma extensiva.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

1. Estudio de juegos no determinista con información incompleta: forma normal y forma extensiva.
2. Equilibrio de Nash como concepto principal de solución en los juegos de dos jugadores de suma cero.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

1. Estudio de juegos no determinista con información incompleta: forma normal y forma extensiva.
2. Equilibrio de Nash como concepto principal de solución en los juegos de dos jugadores de suma cero.
3. Algoritmos de Regret Matching y Counterfactual Regret Minimization para encontrar aproximaciones de equilibrios de Nash.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

1. Estudio de juegos no determinista con información incompleta: forma normal y forma extensiva.
2. Equilibrio de Nash como concepto principal de solución en los juegos de dos jugadores de suma cero.
3. Algoritmos de Regret Matching y Counterfactual Regret Minimization para encontrar aproximaciones de equilibrios de Nash.
4. Explotabilidad como métrica de error en las estrategias encontradas.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

1. Estudio de juegos no determinista con información incompleta: forma normal y forma extensiva.
2. Equilibrio de Nash como concepto principal de solución en los juegos de dos jugadores de suma cero.
3. Algoritmos de Regret Matching y Counterfactual Regret Minimization para encontrar aproximaciones de equilibrios de Nash.
4. Explotabilidad como métrica de error en las estrategias encontradas.
5. Resolución de diversos juegos con no determinismo e información incompleta, incluyendo una versión del dominó.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

1. Estudio de juegos no determinista con información incompleta: forma normal y forma extensiva.
2. Equilibrio de Nash como concepto principal de solución en los juegos de dos jugadores de suma cero.
3. Algoritmos de Regret Matching y Counterfactual Regret Minimization para encontrar aproximaciones de equilibrios de Nash.
4. Explotabilidad como métrica de error en las estrategias encontradas.
5. Resolución de diversos juegos con no determinismo e información incompleta, incluyendo una versión del dominó.

Recomendaciones

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

1. Estudio de juegos no determinista con información incompleta: forma normal y forma extensiva.
2. Equilibrio de Nash como concepto principal de solución en los juegos de dos jugadores de suma cero.
3. Algoritmos de Regret Matching y Counterfactual Regret Minimization para encontrar aproximaciones de equilibrios de Nash.
4. Explotabilidad como métrica de error en las estrategias encontradas.
5. Resolución de diversos juegos con no determinismo e información incompleta, incluyendo una versión del dominó.

Recomendaciones

1. Resolver instancias mayores del juego de dominó para 2 personas considerando abstracciones.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

1. Estudio de juegos no determinista con información incompleta: forma normal y forma extensiva.
2. Equilibrio de Nash como concepto principal de solución en los juegos de dos jugadores de suma cero.
3. Algoritmos de Regret Matching y Counterfactual Regret Minimization para encontrar aproximaciones de equilibrios de Nash.
4. Explotabilidad como métrica de error en las estrategias encontradas.
5. Resolución de diversos juegos con no determinismo e información incompleta, incluyendo una versión del dominó.

Recomendaciones

1. Resolver instancias mayores del juego de dominó para 2 personas considerando abstracciones.
2. Experimentos sobre el juego para 4 personas considerando cada pareja como un único jugador.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

1. Estudio de juegos no determinista con información incompleta: forma normal y forma extensiva.
2. Equilibrio de Nash como concepto principal de solución en los juegos de dos jugadores de suma cero.
3. Algoritmos de Regret Matching y Counterfactual Regret Minimization para encontrar aproximaciones de equilibrios de Nash.
4. Explotabilidad como métrica de error en las estrategias encontradas.
5. Resolución de diversos juegos con no determinismo e información incompleta, incluyendo una versión del dominó.

Recomendaciones

1. Resolver instancias mayores del juego de dominó para 2 personas considerando abstracciones.
2. Experimentos sobre el juego para 4 personas considerando cada pareja como un único jugador.

Gracias por su atención

¿Preguntas?