

Turunan: Aplikasi Sederhana

Prihandoko, Rudi

October 11, 2017

Rangkuman

- Misalkan f dan g adalah fungsi sehingga $f \circ g$ terdefinisi. Maka turunan dari $f \circ g$ adalah

$$(f \circ g)'(x) = \frac{d}{dx} f(g(x)) \quad (1)$$

$$= f'(g(x)) \cdot g'(x) \quad (2)$$

$$\frac{d(f \circ g)}{dx} = \frac{d(f \circ g)}{dg} \cdot \frac{dg}{dx} \quad (3)$$

$$(4)$$

atau kalau dimisalkan $h = f \circ g$ diperoleh

$$\frac{dh}{dx} = \frac{dh}{dg} \cdot \frac{dg}{dx}.$$

- Jika x (y) bergantung terhadap waktu, t , maka turunannya adalah laju perubahan x (y) adalah $\frac{dx}{dt}$ ($\frac{dy}{dt}$).

Contoh

- Suatu balon (bulat) ditiup dengan laju 50 cc per detik sehingga mengembang. Berapa laju perubahan diameter balon saat diameternya 10 cm?
- Pada reklamasi teluk Jakarta, pasir 'dituang' melalui suatu pipa dengan laju 15 meter kubik per detik dan membentuk gundukan pasir berbentuk kerucut sehingga tingginya selalu $1/4$ dari diameter. Berapa cepat kerucut pasir ini bertambah tinggi saat tingginya tepat mencapai 4m?
- Pada tengah hari suatu pesawat terbang tepat di atas Tugu Yogyakarta dengan kecepatan 300km/jam ke arah utara. Lima belas menit kemudian, pesawat lain kembali melewati Tugu dengan kecepatan 350km/jam ke arah timur. Asumsikan kedua pesawat terbang di ketinggian yang sama. Tentukan laju perubahan jarak kedua pesawat tersebut pada pukul 1 siang.

Latihan

- Pada suatu acara pelepasan lampion, semua lampion dilepaskan secara vertikal. Satu lampion terakhir dilepaskan dengan laju konstan 4m/s. Seorang pengamat melihat pelepasan lampion tersebut dari jarak 60m. Berapa laju perubahan jarak lampion ke lampion saat ketinggian lampion 45m?
- Pada suatu tangki air berbentuk kerucut terbalik, dimasukkan air dengan debit 5 liter kubik per detik. Jika diameter tangki 6m dan tingginya 4m, tentukan laju perubahan ketinggian air saat tinggi air 2m.
- Seorang pengamat naik ke mercu suar di tepi pantai dan melihat suatu kapal mendekat ke arah mercu suar dengan kecepatan 5m/s. Jika mata pengamat berada di ketinggian 72m diatas muka air laut, tentukan perubahan sudut pengamatan saat kapal berada sejauh 72m dari kaki mercu suar.
- Suatu kolam renang berbentuk persegi panjang 10m x 20m memiliki kedalaman yang berbeda antara satu sisi pendek dengan sisi pendek di seberangnya (sepasang sisi yang lain mengikuti kedalaman yang berubah). Sisi dangkal berkedalaman 125cm sedangkan sisi di seberangnya berkedalaman 250cm. Jika kolam renang ini diisi air dengan debit 20 000 liter per detik, berapa cepat tinggi muka air naik saat ketinggian air 125cm?

Referensi

- Purcel, Edwindkk. *Calculus 9th Edition*. Springer-Verlag.