

Planche 6 – Correction

Synthèse (Dispersion)

Exercice 1

Série ordonnée : 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 18, $N = 8$.

Méthode Seconde : $N/4 = 2$ (rang 2), $3N/4 = 6$ (rang 6).

$$Q_1 = 2^{\text{e}} \text{ valeur} = 5, \quad Q_3 = 6^{\text{e}} \text{ valeur} = 10.$$

Médiane (effectif pair) :

$$\text{Med} = \frac{4^{\text{e}} + 5^{\text{e}}}{2} = \frac{8 + 9}{2} = 8,5.$$

$$\min = 4 ; Q_1 = 5 ; \text{Med} = 8,5 ; Q_3 = 10 ; \max = 18$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 10 - 5 = 5.$$

$$IQR = 5$$

Interprétation : la moitié centrale des valeurs est comprise entre 5 et 10.

Exercice 2

a) Effectif total :

$$N = 3 + 2 + 10 + 10 + 15 = 40.$$

b) Fréquence de 4 :

$$f(4) = \frac{15}{40} = 0,375 = 37,5\%.$$

$$f(4) = 0,375 = 37,5\%$$

c) Pourcentage des valeurs ≥ 3 :

$$\frac{10 + 15}{40} = \frac{25}{40} = 0,625 = 62,5\%.$$

$$\geq 3 : 62,5\%$$

Exercice 3

a) Moyenne :

$$\bar{x} = \frac{5 + 5 + 10 + 15 + 20}{5} = \frac{55}{5} = 11.$$

b) Variance :

$$V = \frac{1}{5}[(5 - 11)^2 + (5 - 11)^2 + (10 - 11)^2 + (15 - 11)^2 + (20 - 11)^2]$$

$$= \frac{1}{5}(36 + 36 + 1 + 16 + 81) = \frac{170}{5} = 34.$$

$$\sigma = \sqrt{34} \approx 5,83.$$

$$\bar{x} = 11 ; V = 34 ; \sigma \approx 5,83$$

c) Commentaire : dispersion importante, notamment à cause des valeurs éloignées (5 et 20).

Exercice 4

a) Moyennes :

$$\bar{x}_A = \frac{10 + 11 + 12 + 13 + 14}{5} = 12,$$

$$\bar{x}_B = \frac{6 + 10 + 12 + 14 + 18}{5} = 12.$$

$$\bar{x}_A = \bar{x}_B = 12$$

b) Série B est plus dispersée car elle contient des valeurs plus éloignées (6 et 18) alors que A est « centrée » autour de 12.

c) (Optionnel) A : écarts $(-2, -1, 0, 1, 2)$, carrés $(4, 1, 0, 1, 4)$:

$$V_A = \frac{10}{5} = 2, \quad \sigma_A \approx 1,41.$$

B : écarts $(-6, -2, 0, 2, 6)$, carrés $(36, 4, 0, 4, 36)$:

$$V_B = \frac{80}{5} = 16, \quad \sigma_B = 4.$$

$$\sigma_A \approx 1,41 ; \sigma_B = 4$$

Exercice 5

a) Si $y = x + 7$: variance et écart-type ne changent pas.

$$V' = 5 \quad ; \quad \sigma' = \sqrt{5}$$

b) Si $y = 2x$: variance multipliée par 4, écart-type multiplié par 2.

$$V'' = 20 \quad ; \quad \sigma'' = 2\sqrt{5}$$

Exercice 6

a) $IQR = 14 - 8 = 6$.

$$IQR = 6$$

b) Interprétation : - 50% des valeurs sont entre 8 et 14. - La moitié centrale est assez étalée (dispersion centrale de 6 unités).

c) On soupçonne une valeur extrême car $\max = 25$ est très éloigné de $Q_3 = 14$ (mou-

tache droite longue).

Exercice 7

a) Série 1 plus homogène car σ plus petit.

Série 1 plus homogène

b) Dans la série 2, les valeurs sont plus étalées autour de 12 : davantage de notes éloignées de la moyenne.

c) On peut compléter avec un diagramme en boîte (quartiles + extrêmes) pour visualiser la répartition.

Exercice 8

a) Vrai. b) Vrai. c) Vrai (possible si quelques valeurs extrêmes existent). d) Faux.

(a) V (b) V (c) V (d) F