

Planche 5

Variance — Écart-type — Dispersion

Exercice 1 — Variance et écart-type (direct)

Série : 2; 4; 6

a) Calculer la moyenne \bar{x} . b) Calculer la variance $V = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2$. c) Calculer l'écart-type $\sigma = \sqrt{V}$. d) Interpréter σ (sens concret).

Exercice 2 — Tableau de calcul (à compléter)

On considère la série : 5; 7; 7; 9

a) Calculer \bar{x} . b) Compléter :

x_i	5	7	7	9
$x_i - \bar{x}$				
$(x_i - \bar{x})^2$				

c) En déduire V puis σ (au centième).

Exercice 3 — Série avec effectifs

x_i	8	10	12	16
n_i	3	5	4	2

a) Calculer N . b) Calculer \bar{x} . c) Calculer $V = \frac{1}{N} \sum n_i (x_i - \bar{x})^2$. d) Calculer σ (au centième).

Exercice 4 — Comparer deux séries

A : 12; 12; 12; 12 B : 8; 12; 12; 16

a) Calculer la moyenne de A et de B. b) Sans calculer, quelle série a l'écart-type le plus grand? Justifier. c) Calculer la variance de B puis son écart-type (au centième).

Exercice 5 — Effet d'une transformation (raisonnement)

On a une série de moyenne \bar{x} , variance V et écart-type σ .

a) Si on ajoute 5 à toutes les valeurs ($y = x + 5$), que deviennent V et σ ? b) Si on multiplie toutes les valeurs par 3 ($y = 3x$), que deviennent V et σ ? c) Application : si $\sigma = 2,4$, calculer le nouvel écart-type après $y = 3x$.

Exercice 6 — Contexte (temps de trajet)

Temps (min) : 10; 12; 15; 18; 25

a) Calculer la moyenne. b) Calculer la variance puis l'écart-type (au centième). c) Interpréter : la série est-elle homogène? (réponse rédigée)

Exercice 7 — Valeur extrême et dispersion

Série A : 5; 5; 5; 5; 5 Série B : 5; 5; 5; 25

a) Comparer les moyennes. b) Laquelle a la plus grande dispersion? Pourquoi? c) Comment l'écart-type permet-il de « repérer » une valeur extrême?

Exercice 8 — Vrai/Faux (justifier)

a) Si $\sigma = 0$, alors toutes les valeurs de la série sont égales. b) Plus l'écart-type est grand, plus la série est homogène. c) Ajouter la même constante à toutes les valeurs change l'écart-type. d) Multiplier toutes les valeurs par 2 multiplie la variance par 2.

Exercice 9 — Problème (analyse de deux groupes)

Dans une classe, le groupe 1 (10 élèves) a un écart-type 1,5. Le groupe 2 (10 élèves) a un écart-type 3,0. Les deux groupes ont la même moyenne.

a) Quel groupe est le plus homogène? b) Donner une interprétation concrète (2 phrases). c) Peut-on conclure sur les notes extrêmes? Expliquer.