

Devoir Maison 2 – Correction

Statistiques descriptives – Quartiles et dispersion

Exercice 1 – Quartiles et IQR

Série ordonnée : 8; 10; 12; 15; 18; 20; 22; 25; 30; 35 ($N = 10$).

Méthode Seconde :

$$\frac{N}{4} = 2,5 \Rightarrow \text{rang } 3 \Rightarrow Q_1 = 3^{\text{e}} \text{ valeur} = 12,$$

$$\frac{3N}{4} = 7,5 \Rightarrow \text{rang } 8 \Rightarrow Q_3 = 8^{\text{e}} \text{ valeur} = 25.$$

Médiane (N pair) :

$$\text{Med} = \frac{5^{\text{e}} + 6^{\text{e}}}{2} = \frac{18 + 20}{2} = 19.$$

$$Q_1 = 12 \quad ; \quad \text{Med} = 19 \quad ; \quad Q_3 = 25$$

Écart interquartile :

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 25 - 12 = 13.$$

$$IQR = 13$$

Interprétation : la moitié centrale des temps est comprise entre 12 et 25 minutes.

Diagramme en boîte : moustaches à 8 et 35, boîte de 12 à 25, médiane à 19.

Exercice 2 – Tableau et cumulés

x_i	5	10	15	20
n_i	4	6	8	2

1) Effectif total :

$$N = 4 + 6 + 8 + 2 = 20.$$

$$N = 20$$

2) Cumulés :

x_i	5	10	15	20
n_i	4	6	8	2
N_c	4	10	18	20

3) Médiane : rangs 10 et 11. Rang 10 est dans 10 (car cumul = 10), rang 11 est dans 15 (car cumul passe à 18). Donc :

$$\text{Med} = \frac{10 + 15}{2} = 12,5.$$

$$\text{Med} = 12,5$$

4) Quartiles (méthode Seconde) :

$$\frac{N}{4} = 5 \Rightarrow Q_1 = 5^{\text{e}} \text{ valeur} = 10, \quad \frac{3N}{4} = 15 \Rightarrow Q_3 = 15^{\text{e}} \text{ valeur} = 15.$$

$$Q_1 = 10 \quad ; \quad Q_3 = 15$$

Exercice 3 – Comparaison de deux classes

Classe A : $Q_1 = 9, Q_3 = 13 \Rightarrow IQR_A = 13 - 9 = 4$. Classe B : $Q_1 = 8, Q_3 = 15 \Rightarrow IQR_B = 15 - 8 = 7$.

$$IQR_A = 4 \quad ; \quad IQR_B = 7$$

La classe A est plus homogène car son IQR est plus petit.

Valeurs extrêmes : A : de 6 à 16 (étendue 10) B : de 4 à 20 (étendue 16)

La classe B présente les valeurs les plus extrêmes.

Exercice 4 – Transformation +4

Si on ajoute 4 à toutes les valeurs, alors :

$$Q'_1 = Q_1 + 4, \quad \text{Med}' = \text{Med} + 4, \quad Q'_3 = Q_3 + 4.$$

L'écart interquartile ne change pas :

$$IQR' = (Q_3 + 4) - (Q_1 + 4) = Q_3 - Q_1 = IQR.$$

Q_1, Med, Q_3 augmentent de 4, et l'IQR ne change pas.