

Planche 4 – Correction

Fréquences – Quartiles – IQR – Boîte

Exercice 1 – Fréquences

Effectif total :

$$N = 3 + 5 + 11 + 9 + 4 = 32.$$

Fréquences :

$$f(6) = \frac{3}{32} \approx 0,094, \quad f(8) = \frac{5}{32} \approx 0,156, \quad f(10) = \frac{11}{32} \approx 0,344,$$

$$f(12) = \frac{9}{32} \approx 0,281, \quad f(15) = \frac{4}{32} = 0,125.$$

Proportion d'élèves ayant au moins 12 :

$$\frac{9 + 4}{32} = \frac{13}{32} \approx 0,406.$$

Proportion (≥ 12) $\approx 40,6\%$

Effectifs cumulés :

x_i	6	8	10	12	15
n_i	3	5	11	9	4
N_c	3	8	19	28	32

Exercice 2 – Quartiles

Série : 10; 12; 15; 18; 20; 22; 25; 28; 30; 32; 35; 40. $N = 12$. Méthode Seconde : rangs $N/4$ et $3N/4$.

$$\frac{N}{4} = 3 \Rightarrow Q_1 = 3^{\text{e}} \text{ valeur} = 15, \quad \frac{3N}{4} = 9 \Rightarrow Q_3 = 9^{\text{e}} \text{ valeur} = 30.$$

$$Q_1 = 15 \quad ; \quad Q_3 = 30$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 30 - 15 = 15.$$

IQR = 15 minutes

Interprétation : la moitié centrale des trajets est comprise entre 15 et 30 minutes.

Exercice 3 – Boîte

Série (kg) : 45; 47; 49; 50; 51; 52; 52; 53; 55; 58. $N = 10$.

Quartiles (méthode Seconde) :

$$\frac{N}{4} = 2,5 \Rightarrow \text{on prend le rang } 3 \Rightarrow Q_1 = 3^{\text{e}} \text{ valeur} = 49,$$

$$\frac{3N}{4} = 7,5 \Rightarrow \text{on prend le rang } 8 \Rightarrow Q_3 = 8^{\text{e}} \text{ valeur} = 53.$$

Médiane (N pair) :

$$\text{Med} = \frac{5^{\text{e}} + 6^{\text{e}}}{2} = \frac{51 + 52}{2} = 51,5.$$

min = 45 ; Q_1 = 49 ; Med = 51,5 ; Q_3 = 53 ; max = 58

La **boîte** représente les 50% centraux ; sa longueur mesure la dispersion centrale.

Exercice 4 – Tableau

x_i	0	5	10	20	50
n_i	6	8	10	4	2

a) Effectif total : $N = 6 + 8 + 10 + 4 + 2 = 30$.

b) Cumulés :

x_i	0	5	10	20	50
n_i	6	8	10	4	2
N_c	6	14	24	28	30

c) Médiane : rangs 15 et 16. Comme $N_c(5) = 14$ et $N_c(10) = 24$, les rangs 15 et 16 sont dans 10.

$$\Rightarrow \text{Med} = 10.$$

d) Quartiles :

$$\frac{N}{4} = 7,5 \Rightarrow \text{rang } 8 \Rightarrow Q_1 = 5, \quad \frac{3N}{4} = 22,5 \Rightarrow \text{rang } 23 \Rightarrow Q_3 = 10.$$

Q_1 = 5 ; Med = 10 ; Q_3 = 10

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 10 - 5 = 5.$$

$$IQR = 5$$

Exercice 5 – Comparaison

Classe A : $Q_1 = 11$, Med = 12, $Q_3 = 13$

$$IQR_A = 13 - 11 = 2.$$

Classe B : $Q_1 = 7$, Med = 12, $Q_3 = 18$

$$IQR_B = 18 - 7 = 11.$$

La classe A est plus homogène (dispersion centrale plus faible).

Exercice 6 – Interprétation

$Q_1 = 8$ signifie : au moins 25% des valeurs sont ≤ 8 . $Q_3 = 14$ signifie : au moins 75% des valeurs sont ≤ 14 .

$$IQR = 14 - 8 = 6.$$

$$IQR = 6$$

Il ne peut pas être négatif car $Q_3 \geq Q_1$.

Exercice 7 – Construction

On veut 12 valeurs. Méthode Seconde : rangs 3 et 9.

On impose : - rang 3 = 8 (pour Q_1), - rangs 6 et 7 = 10 (pour Med = 10), - rang 9 = 15 (pour Q_3).

Exemple (série ordonnée) :

6; 7; 8; 9; 10; 10; 10; 12; 15; 16; 17; 18.

$$Q_1 = 8 \quad ; \quad \text{Med} = 10 \quad ; \quad Q_3 = 15$$

Exercice 8 – Vrai/Faux

a) Vrai. b) Faux (IQR utilise Q_1, Q_3). c) Faux (ajouter 5 ne change pas l'écart $Q_3 - Q_1$). d) Vrai.

(a) V (b) F (c) F (d) V

Exercice 9 – Analyse

A : (6; 10; 12; 14; 16) B : (2; 10; 12; 14; 25)

a) Oui : mêmes Q_1 , Med, Q_3 donc même boîte (sans moustaches). b) B est plus dispersée : étendue = $25 - 2 = 23$ contre $16 - 6 = 10$. c) Les valeurs extrêmes modifient les moustaches et l'étendue.

La série B est plus dispersée à cause des valeurs extrêmes.