Planche 2 — Correction

Moyenne pondérée — Linéarité — Médiane (tableaux)

Exercice 1 — Supermarché

a) **Population** : les clients observés. **Caractère** : nombre d'articles achetés (quantitatif discret).

b) Effectif total :

$$N = 6 + 9 + 10 + 5 = 30$$

c) Somme pondérée :

$$S = 1 \times 6 + 2 \times 9 + 3 \times 10 + 5 \times 5 = 6 + 18 + 30 + 25 = 79$$

Donc la moyenne est :

$$\bar{x} = \frac{S}{N} = \frac{79}{30} \approx 2{,}63$$

d) **Interprétation :** en moyenne, un client achète environ **2,6 articles**.

Exercice 2 — Temps d'écran

a) Effectif total :

$$N = 3 + 5 + 8 + 4 = 20$$

Somme pondérée :

$$S = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 8 + 4 \times 4 = 3 + 10 + 24 + 16 = 53$$

Moyenne :

$$\bar{t} = \frac{53}{20} = 2{,}65 \text{ h}$$

b) Effectifs cumulés :

t	1	2	3	4
n	3	5	8	4
N_c	3	8	16	20

c) $N = 20$ est pair : la médiane est la moyenne des valeurs de rang 10 et 11. D'après les cumulés : les rangs 9 à 16 correspondent à $t = 3$. Donc rang 10 et rang 11 sont tous deux égaux à 3.

Ainsi :

$$\text{Med} = 3 \text{ h}$$

d) **Interprétation :** la moitié des adolescents ont un temps d'écran **inférieur ou égal à 3 h**, et l'autre moitié **supérieur ou égal à 3 h**.

Exercice 3 — Salaires

Série ordonnée : 2; 2; 2; 3; 3; 3; 4; 5; 8.

a) Moyenne :

$$S = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 4 + 5 + 8 = 32 \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = \frac{32}{9} \approx 3{,}56$$

Donc salaire moyen ≈ 3,56 k€.

b) Effectif $N = 9$ (impair), la médiane est la valeur de rang $\frac{9+1}{2} = 5$. La 5^{e} valeur est 3. Donc :

$$\text{Med} = 3 \text{ k€}$$

c) **Interprétation :** la moyenne est tirée vers le haut par le salaire 8 k€ (valeur extrême). La médiane (3 k€) est plus représentative du « salaire typique ».

Exercice 4 — Sport

Temps : 45; 48; 47; 44; 46.

a) Moyenne :

$$S = 45 + 48 + 47 + 44 + 46 = 230 \quad \Rightarrow \quad \bar{t} = \frac{230}{5} = 46$$

Donc moyenne : 46 min.

b) Chaque temps baisse de 2 min. Nouvelle moyenne :

$$46 - 2 = 44 \text{ min}$$

c) **Justification (linéarité) :** si on transforme $y = x - 2$, alors

$$\bar{y} = \bar{x} - 2$$

Donc la moyenne diminue aussi de 2 minutes.

Exercice 5 — Linéarité générale

On a $\bar{x} = 12$.

a) Après ajout de 5 :

$$\overline{x}' = \overline{x} + 5 = 17$$

b) Après multiplication par 0,8 :

$$\overline{x}'' = 0{,}8\overline{x} = 0{,}8 \times 12 = 9{,}6$$

c) Si $y = 1{,}5x - 3$, alors :

$$\overline{y} = 1{,}5\overline{x} - 3 = 1{,}5 \times 12 - 3 = 18 - 3 = 15$$

Exercice 6 — Comparaison de deux boutiques

a) Boutique A : Total clients : $20 + 40 = 60$. Somme des dépenses :

$$S_A = 20 \times 15 + 40 \times 30 = 300 + 1200 = 1500$$

Moyenne :

$$\overline{d_A} = \frac{1500}{60} = 25$$

Donc dépense moyenne A : 25 €.

Boutique B : Total clients : $30 + 30 = 60$. Somme :

$$S_B = 30 \times 10 + 30 \times 35 = 300 + 1050 = 1350$$

Moyenne :

$$\overline{d_B} = \frac{1350}{60} = 22{,}5$$

Donc dépense moyenne B : 22,5 €.

b) La boutique A a une dépense moyenne plus élevée (25 € contre 22,5 €).

c) **Conclusion :** les comportements ne sont pas forcément similaires : dans B, on a deux groupes très différents (10 € et 35 €). Il faudrait un indicateur de dispersion (étendue, quartiles, etc.) pour comparer la variabilité.

Exercice 7 — Série à construire

On veut 10 entiers, moyenne 14 donc somme totale :

$$S = 10 \times 14 = 140$$

Médiane 15 : avec 10 valeurs, la médiane est la moyenne des 5^{e} et 6^{e}. On choisit donc 5^{e}=15 et 6^{e}=15.

Exemple de série (ordonnée) :

$$10;\ 12;\ 13;\ 14;\ 15;\ 15;\ 15;\ 15;\ 15;\ 16$$

Somme :

$$10 + 12 + 13 + 14 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 16 = 140$$

Moyenne = 14 et médiane = 15. ✓

Exercice 8 — Vrai / Faux (justifier)

a) Vrai : si toutes les valeurs valent a, alors $\overline{x} = a$.

b) Vrai : exemple $1; 2; 100$ (moyenne 34,3… médiane 2).

c) Vrai : la moyenne pondérée utilise les effectifs dans la formule.

d) Vrai : si on multiplie toutes les valeurs par 3, l'ordre est conservé et chaque valeur est multipliée par 3, donc la médiane aussi.