

DS bis – Statistiques descriptives

*Durée : 55 min /20 – Calculatrice autorisée
(Position – Quartiles – Variance / Écart-type)*

Exercice 1 – Série brute (5 pts)

Série (en minutes) :

7; 8; 9; 10; 12; 12; 13; 16; 20

- 1) Calculer la moyenne (au dixième).
- 2) Déterminer la médiane.
- 3) Déterminer Q_1 et Q_3 (méthode Seconde).
- 4) Calculer l'écart interquartile et interpréter.

Exercice 2 – Tableau, fréquences et quartiles (6 pts)

x_i	0	1	2	4
n_i	6	9	10	5

- 1) Calculer l'effectif total.
- 2) Donner les fréquences de chaque valeur (décimal et %).

3) Construire les effectifs cumulés.

4) Déterminer la médiane puis Q_1 et Q_3 (méthode Seconde).

Exercice 3 – Variance et écart-type (5 pts)

Série : 9; 11; 11; 13; 16 1) Calculer la moyenne.

2) Calculer la variance $V = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2$.

3) Calculer l'écart-type σ (au centième).

4) La série est-elle homogène ? Justifier par une phrase.

Exercice 4 – Comparaison (4 pts)

Deux séries ont la même moyenne 12.

A : 10; 11; 12; 13; 14

B : 6; 10; 12; 14; 18

- 1) Déterminer la médiane de A et de B.
- 2) Sans calculer exactement, quelle série a l'écart-type le plus grand ? Justifier.
- 3) Calculer l'étendue de A et de B et conclure.

DS bis – Corrigé

Durée : 55 min /20 – Calculatrice autorisée
(Correction type B)

Exercice 1

Série : 7; 8; 9; 10; 12; 12; 13; 16; 20 ($N = 9$).

1) Moyenne :

$$\bar{x} = \frac{7 + 8 + 9 + 10 + 12 + 12 + 13 + 16 + 20}{9} = \frac{107}{9} \approx 11,9.$$

$$\bar{x} \approx 11,9$$

2) Médiane : N impair, rang 5 \Rightarrow 5e valeur = 12.

$$\text{Med} = 12$$

3) Quartiles (méthode Seconde) :

$$\frac{N}{4} = 2,25 \Rightarrow \text{rang } 3 \Rightarrow Q_1 = 9, \quad \frac{3N}{4} = 6,75 \Rightarrow \text{rang } 7 \Rightarrow Q_3 = 13.$$

$$Q_1 = 9 \quad ; \quad Q_3 = 13$$

4) IQR :

$$IQR = 13 - 9 = 4.$$

$$IQR = 4$$

Interprétation : la moitié centrale des temps est entre 9 et 13 minutes.

Exercice 2

1) Effectif total : $N = 6 + 9 + 10 + 5 = 30$.

$$N = 30$$

2) Fréquences :

$$f(0) = \frac{6}{30} = 0,2 = 20\%, \quad f(1) = \frac{9}{30} = 0,3 = 30\%,$$

$$f(2) = \frac{10}{30} \approx 0,333 = 33,3\%, \quad f(4) = \frac{5}{30} \approx 0,167 = 16,7\%.$$

3) Cumulés :

x_i	0	1	2	4
n_i	6	9	10	5
N_c	6	15	25	30

4) Médiane : rangs 15 et 16 (car $N = 30$).

Rang 15 est dans 1 (cumul=15), rang 16 est dans 2 (cumul passe à 25) :

$$\text{Med} = \frac{1+2}{2} = 1,5.$$

Quartiles (méthode Seconde) :

$$\frac{N}{4} = 7,5 \Rightarrow \text{rang } 8 \Rightarrow Q_1 = 1, \quad \frac{3N}{4} = 22,5 \Rightarrow \text{rang } 23 \Rightarrow Q_3 = 2.$$

$$\text{Med} = 1,5 \quad ; \quad Q_1 = 1 \quad ; \quad Q_3 = 2$$

Exercice 3

Série : 9; 11; 11; 13; 16 ($N = 5$).

1) Moyenne :

$$\bar{x} = \frac{9 + 11 + 11 + 13 + 16}{5} = \frac{60}{5} = 12.$$

$$\bar{x} = 12$$

2) Variance :

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{5}[(9-12)^2 + (11-12)^2 + (11-12)^2 + (13-12)^2 + (16-12)^2] \\ &= \frac{1}{5}(9+1+1+1+16) = \frac{28}{5} = 5,6. \end{aligned}$$

3) Écart-type :

$$\sigma = \sqrt{5,6} \approx 2,37.$$

$$V = 5,6 \quad ; \quad \sigma \approx 2,37$$

4) Interprétation : l'écart-type est modéré (valeurs plutôt proches de 12), série assez homogène.

Exercice 4

A : 10; 11; 12; 13; 14 B : 6; 10; 12; 14; 18.

1) Médianes : effectif 5 \Rightarrow 3e valeur.

$$\text{Med}_A = 12, \quad \text{Med}_B = 12.$$

$$\text{Med}_A = \text{Med}_B = 12$$

2) B a des valeurs extrêmes plus éloignées (6 et 18), donc l'écart-type est plus grand.

La série B est plus dispersée (donc $\sigma_B > \sigma_A$).

3) Étendues :

$$E_A = 14 - 10 = 4, \quad E_B = 18 - 6 = 12.$$

$$E_A = 4 \quad ; \quad E_B = 12 \Rightarrow \mathbf{B \text{ plus dispersée}}$$

DS rattrapage – Statistiques descriptives

*Durée : 55 min /20 – Calculatrice autorisée
(Position – Boîte – Variance / Écart-type)*

Exercice 1 – Tableau (6 pts)

Nombre de SMS envoyés en une journée :

x_i	0	5	10	20	50
n_i	4	8	10	6	2

- 1) Calculer l'effectif total.
- 2) Calculer la moyenne.
- 3) Compléter les effectifs cumulés.
- 4) Déterminer la médiane puis Q_1 et Q_3 (méthode Seconde).

Exercice 2 – Boîte à moustaches (5 pts)

Série (kg) :

42; 45; 46; 48; 50; 52; 55; 60; 65; 80

- 1) Déterminer min, Q_1 , Med, Q_3 , max (méthode Seconde).
- 2) Tracer la boîte à moustaches.

- 3) Calculer l'IQR et interpréter.

Exercice 3 – Variance / écart-type (5 pts)

Série : 5; 7; 7; 9; 12

- 1) Calculer la moyenne.
- 2) Calculer la variance et l'écart-type (au centième).
- 3) Une valeur 20 remplace la valeur 12. Sans tout recalculer, expliquer ce qui arrive à σ .

Exercice 4 – Problème (4 pts)

On compare deux groupes (même médiane 10).

Groupe A : min = 6, Q_1 = 8, Med = 10, Q_3 = 12, max = 14

Groupe B : min = 2, Q_1 = 8, Med = 10, Q_3 = 12, max = 22

- 1) Calculer l'IQR pour chaque groupe.
- 2) Comparer la dispersion centrale.
- 3) Comparer la dispersion globale et conclure (2 à 3 lignes).

DS rattrapage – Corrigé

Durée : 55 min /20 – Calculatrice autorisée
(Correction type B)

Exercice 1

x_i	0	5	10	20	50
n_i	4	8	10	6	2

1) Effectif total :

$$N = 4 + 8 + 10 + 6 + 2 = 30.$$

$$N = 30$$

2) Somme pondérée :

$$S = 0 \cdot 4 + 5 \cdot 8 + 10 \cdot 10 + 20 \cdot 6 + 50 \cdot 2 = 0 + 40 + 100 + 120 + 100 = 360.$$

Moyenne :

$$\bar{x} = \frac{360}{30} = 12.$$

$$\bar{x} = 12$$

3) Cumulés :

x_i	0	5	10	20	50
n_i	4	8	10	6	2
N_c	4	12	22	28	30

4) Médiane : rangs 15 et 16 (car $N = 30$). Ils sont dans 10 (car cumul passe à 22).

$$\text{Med} = 10.$$

Quartiles :

$$\frac{N}{4} = 7,5 \Rightarrow \text{rang } 8 \Rightarrow Q_1 = 5, \quad \frac{3N}{4} = 22,5 \Rightarrow \text{rang } 23 \Rightarrow Q_3 = 20.$$

$$\text{Med} = 10 ; \quad Q_1 = 5 ; \quad Q_3 = 20$$

Exercice 2Série : 42; 45; 46; 48; 50; 52; 55; 60; 65; 80 ($N = 10$).

$$\frac{N}{4} = 2,5 \Rightarrow \text{rang } 3 \Rightarrow Q_1 = 46, \quad \frac{3N}{4} = 7,5 \Rightarrow \text{rang } 8 \Rightarrow Q_3 = 60.$$

Médiane :

$$\text{Med} = \frac{50 + 52}{2} = 51.$$

$$\min = 42 ; \quad Q_1 = 46 ; \quad \text{Med} = 51 ; \quad Q_3 = 60 ; \quad \max = 80$$

$$IQR = 60 - 46 = 14.$$

$$IQR = 14$$

Interprétation : 50% des masses sont entre 46 kg et 60 kg.

Exercice 3Série : 5; 7; 7; 9; 12 ($N = 5$).

1) Moyenne :

$$\bar{x} = \frac{5 + 7 + 7 + 9 + 12}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

$$\bar{x} = 8$$

2) Variance :

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{5}[(5-8)^2 + (7-8)^2 + (7-8)^2 + (9-8)^2 + (12-8)^2] \\ &= \frac{1}{5}(9 + 1 + 1 + 1 + 16) = \frac{28}{5} = 5,6, \quad \sigma = \sqrt{5,6} \approx 2,37. \end{aligned}$$

$$V = 5,6 ; \quad \sigma \approx 2,37$$

3) Remplacer 12 par 20 augmente fortement un écart à la moyenne (et l'écart est au carré), donc la variance et l'écart-type augmentent nettement.

Avec 20 à la place de 12 : σ augmente.

Exercice 4

Les deux groupes ont $Q_1 = 8$ et $Q_3 = 12$.

1) IQR :

$$IQR_A = 12 - 8 = 4, \quad IQR_B = 12 - 8 = 4.$$

$$IQR_A = IQR_B = 4$$

2) Dispersion centrale : identique (même IQR, donc même boîte).

3) Dispersion globale : comparer l'étendue :

$$E_A = 14 - 6 = 8, \quad E_B = 22 - 2 = 20.$$

Le groupe B est plus dispersé globalement (valeurs extrêmes).