Diskusi Tuton Sesi 3

```
Nama  : Rudi Setiawan
NIM   : 055318532
```

---

1. Berikan contoh sebuah matriks berukuran 3x3, lalu lakukan Operasi Baris Elementer hingga matriks tersebut menjadi matriks eselon tereduksi!
2. Sebutkan kriteria dua matriks dapat dikatakan ekivalen! Berikan contohnya!

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix}$$

Step 1

Membuat A_{11} menjadi 1

$R_1 \leftrightarrow R_2$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix}$$

Step 2

Membuat A_{21} menjadi 0

$R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -4 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix}$$

Step 3

Membuat A_{31} menjadi 0

$R_3 \leftarrow R_3 - 3R_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -4 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - 3R_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

Step 4

Membuat A_{22} menjadi 1

$R_2 \leftarrow \frac{1}{2}R_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow \frac{1}{2}R_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

Step 5

Membuat A_{32} menjadi 0

$R_3 \leftarrow R_3 - 2R_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - 2R_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Step 6

Membuat A_{12} menjadi 0

$R_1 \leftarrow R_1 - R_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 - R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Hasil akhir matriks eselon tereduksi:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Soal 2: Kriteria Dua Matriks Ekivalen

Dua matriks dikatakan ekivalen jika:

1. Memiliki ukuran yang sama
2. Dapat diperoleh satu dari yang lain melalui Operasi Baris Elementer (OBE)
3. Memiliki rank yang sama
4. Memiliki matriks eselon tereduksi yang sama

Contoh:

Matriks A

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Matriks B

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Langkah-langkah OBE untuk matriks A:

Step 1: $R_1 \leftrightarrow R_2$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Step 2: $R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Step 3: $R_2 \leftarrow -\frac{1}{2}R_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow -\frac{1}{2}R_2} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Step 4: $R_1 \leftarrow R_1 - 3R_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 - 3R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Langkah-langkah OBE untuk matriks B:

Step 1: $R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Step 2: $R_2 \leftarrow -\frac{1}{2}R_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow -\frac{1}{2}R_2} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Step 3: $R_1 \leftarrow R_1 - 3R_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 - 3R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Kesimpulan:

Matriks A dan B ekivalen karena:

- Memiliki ukuran yang sama (2×2)
- Dapat diperoleh satu dari yang lain melalui OBE
- Memiliki rank yang sama (rank = 2)
- Memiliki matriks eselon tereduksi yang sama:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$