05.10.20

Гудницкий Н. Д.

Производные (повторение)

1. $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

2. Таблица производных

3. Основные правила дифференцирования

4. Логарифмическая производная

5. Геометрический смысл производной

6. Производная неявной ф-ции

7. $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$, $f^{(4)}(x)$, ..., $f^{(n)}(x)$

8. Параметрически заданная производная

Решение задач

① $y' - ?$

$$y' = \left(11 \cdot \operatorname{arcctg}^2 \cdot \ln \frac{5x + \sqrt{x}}{12x^2 - 5}\right)' = \left[\begin{matrix} f(\varphi(x))' = f'_\varphi \cdot \varphi'_x & (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2} \\ (c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x) & (\ln x)' = \frac{1}{x} \\ \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} & (x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha - 1} \\ (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} & \end{matrix}\right] = 11 \cdot 2 \operatorname{arcctg} \ln \frac{5x + \sqrt{x}}{12x^2 - 5} \cdot$$

$$\cdot \left(\operatorname{arcctg} \cdot \ln \frac{5x + \sqrt{x}}{12x^2 - 5}\right)' = 11 \cdot 2 \operatorname{arcctg} \frac{5x + \sqrt{x}}{12x^2 - 5} \cdot \left(-\frac{1}{1 + \left(\ln \frac{5x + \sqrt{x}}{12x^2 - 5}\right)^2}\right) \cdot$$

$$\cdot \left(\ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}\right)' = 11\cdot 2 \operatorname{arcctg} \ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5} \cdot \left(-\frac{1}{1+\ln^2 \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}}\right) \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{\frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}} \cdot \left(\frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}\right)' = 11\cdot 2 \operatorname{arcctg} \ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5} \cdot \left(-\frac{1}{1+\ln^2 \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}}\right)$$

$$\cdot \frac{12x^2-5}{5x+\sqrt{x}} \cdot \frac{(5x+\sqrt{x})'\cdot(12x^2-5)-(5x+\sqrt{x})\cdot(12x^2-5)'}{(12x^2-5)^2} =$$

$$= 11\cdot 2 \operatorname{arcctg} \ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5} \cdot \left(-\frac{1}{1+\ln^2 \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}}\right) \cdot \frac{12x^2-5}{5x+\sqrt{x}} \cdot$$

$$\cdot \frac{\left(5+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(12x^2-5)-(5x+\sqrt{x})\cdot 24x}{(12x^2-5)^2} = -22 \operatorname{arcctg} \ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{1+\ln^2 \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}} \cdot \frac{(12x^2-5)\cdot((10\sqrt{x}+1)(12x^2-5)-48x^2(5\sqrt{x}+1))}{(5x+\sqrt{x})\cdot 2\sqrt{x}\,(12x^2-5)^2} =$$

$$= -22 \operatorname{arcctg} \ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5} \cdot \frac{1}{1+\ln^2 \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}} \cdot \frac{(10\sqrt{x}+1)(12x^2-5)-48x^2(5\sqrt{x}+1)}{2x(5\sqrt{x}+1)(12x^2-5)}$$

(2) $y' - ?$

$$y = (x^3-\sqrt{11x})^{\arcsin(x^2-1)}$$

$$\ln(y) = \ln(x^3-\sqrt{11x})^{\arcsin(x^2-1)}$$

$$\ln(y)' = (\arcsin(x^2-1)\cdot \ln(x^3-\sqrt{11x}))'$$

$$\frac{y'}{y} = (\arcsin(x^2-1))'\cdot \ln(x^3-\sqrt{11x}) + \arcsin(x^2-1)\cdot(\ln(x^3-\sqrt{11x}))' =$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{2x}{\sqrt{1-(x^2-1)^2}}\cdot \ln(x^3-\sqrt{11x}) + \arcsin(x^2-1)\cdot \frac{1}{x^3-\sqrt{11x}}\cdot\left(3x^2-\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{x}}\right)$$

arcs

$$y' = \cancel{8} \left(x^3 - \sqrt{11x} \right)$$

$$= \frac{1}{x^3 - \sqrt{11x}} \cdot (3x^2 -$$