

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»
Инженерная академия
Департамент механики и процессов управления**

ОТЧЕТ

По	Лабораторной работе №2 по Механике Космического Полета. Вариант 4.
-----------	---

Направление:	01.03.02 Прикладная математика и информатика (код направления / название направления)
Профиль:	Математические методы механики полета раке-носителей и космических аппаратов (название профиля)

Тема:	Определение возмущающего ускорения, обусловленного сопротивлением атмосферы Земли. (название лабораторной / курсовой)
--------------	--

Выполнено студентом:	Критским Матвеем Дмитриевичем (ФИО)		
Группа:			ИПМбд-02-22
№ студенческого:			1132226149

Москва, 2023

Цель работы:

Исследовать возмущения, вызываемые сопротивлением атмосферы Земли, подсчитать возмущенное ускорение и его составляющие. Увидеть зависимость возмущенного ускорения и его составляющих от уровня солнечной активности на зафиксированной высоте.

Исходные данные:

- Информация об орбите:

Высота апоцентра(h_a) - 850 км

Высота перигея(h_p) - 350 км

Наклонение(i) - 45 град. / $\frac{\pi}{4}$ рад. / ~ 0.785398 рад.

Долгота восходящего узла(Ω) - 20 град. / $\frac{\pi}{9}$ рад. / ~ 0.349066 рад.

Аргумент перигея(ϖ) - 0 град. / 0 рад.

Средняя аномалия(M) - 15 град. / $\frac{\pi}{12}$ рад. / ~ 0.261799 рад.

Радиус апоцентра(r_a) - $R_z + h_a = 7228.1$ км

Радиус перигея(r_p) - $R_z + h_p = 6728.1$ км

Большая полуось(a) - $\frac{r_a + r_p}{2} = 6978.1$ км

Эксцентриситет(e) - $\frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} = \sim 0.0358264$

Фокальный параметр(p) - $a \cdot (1 - e^2) = 6969.14$ км

- Информация о планете Земля:

Радиус(R_z) - 6378.1 км

Масса(M_z) - $5.9726 \cdot 10^{24}$ кг

Гравитационный параметр(μ) = 398600.4415

Гравитационная постоянная(G) - $6.674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$

Угловая скорость(ω_z) - $7.2921158553 \cdot 10^{-5} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

Плотность ночной атмосферы на высоте 120 км(ρ_0) - $1.58868 \cdot 10^{-8} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Эксцентриситет Земли(e_z) - 0.0067385254

Большая полуось ОЗЭ(a_z) - 6378136 м

- Информация о КЛА:

Масса КЛА(m) - 1500 кг

Коэф. Силы лобового сопротивления(C_{xa}) - 2

Площадь КЛА(S_a) - 12 м²

Баллистический коэф. КЛА(σ_x) - $\frac{C_{xa} \cdot S_a}{2 \cdot m} = 0.008$

Ход работы:

1. С помощью исходных параметров орбиты найти координаты заданной точки в АГЭСК (x_a, y_a, z_a).
2. Найти скорость и ее составляющие (трансверсальная скорость, радиальная скорость).
3. На базе значений координат АГЭСК найти положение этой точки в ГСК и рассчитать соответствующие им геодезические координаты L, В и Н.
4. Рассчитать плотность атмосферного давления $\rho_{атм}(H)$.
5. Найти составляющие возмущающего ускорения, обусловленного влиянием атмосферы.
6. Подвести вывод.

1) С помощью исходных параметров орбиты найти координаты заданной точки в АГЭСК (x_a, y_a, z_a).

Для расчета координат необходимо найти истинную аномалию(θ), эксцентрическую аномалию(E), аргумент широты орбиты(u) и модуль радиус-вектора КА в АГЭСК(r_A).

Эксцентрическую аномалию можно найти методом приближений из уравнения Кеплера:

- 1) Задаем начальное значение $E_0 = M$.
- 2) Рассчитываем новое значение E по формуле: $E_{i+1} = M + e \cdot \sin(E_i)$, где i - номер итерации
- 3) Если $|E_{i+1} - E_i| \leq \varepsilon$, где ε - заранее заданное малое число (в нашем случае $\varepsilon = 0.001$ град. / $\frac{\pi}{180000}$ рад. / ~ 0.000017453 рад.), то $E = E_{i+1}$, иначе $E_i = E_{i+1}$. Алгоритм повторяется с шага 2)

В итоге $E = 0.271403$.

С помощью найденной эксцентрической аномалии мы можем найти истинную аномалию и модуль радиус-вектора КА в АГЭСК по след. формулам:

$$\theta = 2 \cdot \arctan\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan\left(\frac{E}{2}\right)\right) = 0.28118$$

$$r_A = a \cdot (1 - e \cdot \cos(E)) = 6737.25 \text{ км (или можно выразить радиус-вектор через истинную аномалию: } \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos(\theta)})$$

С помощью истинной аномалии вычислим аргумент широты орбиты:
 $u = \theta + \varpi$ (т.к. $\varpi = 0$ согласно начальным данным, то $u = \theta = 0.28118$)

Теперь можно вычислить координаты АГЭСК:

$$x_a = r_A \cdot (\cos(u) \cdot \cos(\Omega) - \sin(u) \cdot \sin(\Omega) \cdot \cos(i))$$

$$y_a = r_A \cdot (\cos(u) \cdot \sin(\Omega) + \sin(u) \cdot \cos(\Omega) \cdot \cos(i))$$

$$z_a = r_A \cdot \sin(u) \cdot \sin(i)$$

Конечные координаты КЛА в АГЭСК: [5630.19, 3456.01, 1321.95].

2) Найти скорость и ее составляющие (трансверсальная скорость, радиальная скорость).

Для упрощения выражений будем считать, что атмосфера Земли неподвижна ($V_{\text{пер}} = 0$). Тогда:

$$V = V_{\text{пер}} + V_{\text{отн}} = V_{\text{отн}}$$

В проекциях на S, T, W имеет вид $V = [-V_r, -V_\tau, 0]$.

V_r и V_τ можно найти по след. формулам:

$$V_r = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot e \cdot \sin(\theta) = \sim 0.0751845 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$V_\tau = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot (1 + e \cdot \cos(\theta)) = \sim 7.82305 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Зная радиальную и трансверсальную скорости, можно посчитать результирующую скорость V :

$V = \sqrt{V_r^2 + V_\tau^2} = \sim 7.82341 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ (или ее можно посчитать, не вычисляя ее составляющих по след. формуле: $\sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot e \cdot \cos(\theta) + e^2}$)

3) На базе значений координат АГЭСК найти положение этой точки в ГСК и рассчитать соответствующие им геодезические координаты L, В и Н.

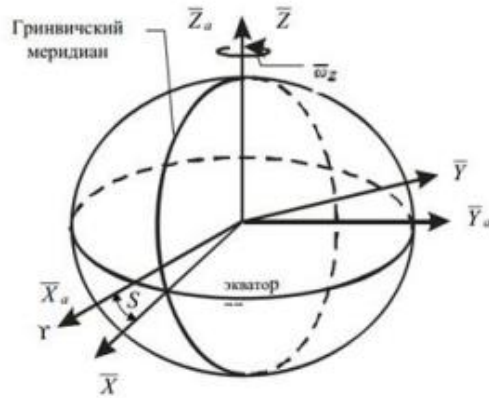


Рис. 1: Абсолютная и относительная экваториальные СК

Взаимное положение систем координат АГЭСК и ГСК определяется углом поворота Земли вокруг оси вращения $S(t)$, которое отвечает звездному моменту времени на момент t времени UTC. Для того, чтобы получить ГСК из АГЭСК, надо умножить координаты АГЭСК на матрицу перехода $S(t) = \omega_3 \cdot t$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \cos(S(t)) & \sin(S(t)) & 0 \\ -\sin(S(t)) & \cos(S(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Тогда:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(S(t)) & \sin(S(t)) & 0 \\ -\sin(S(t)) & \cos(S(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix}$$

Или:

$$\begin{aligned} x &= \cos(S(t)) \cdot x_a + \sin(S(t)) \cdot y_a \\ y &= -\sin(S(t)) \cdot x_a + \cos(S(t)) \cdot y_a \\ z &= z_a \end{aligned}$$

Получим координаты в ГСК, изменяющиеся в пределе $t = [0; T]$:

$x \in [5630.19; 6552.65]$ (чем больше t , тем больше x)
 $y \in [840.117; 3456.01]$ (чем больше t , тем меньше y)
 $z = 1321.95$ (не зависит от t)

Связь координат (x, y, z) в ГСК с геодезическими (L, B, H) задаются формулами

$$\begin{aligned}
 x &= (N + H) \cdot \cos(B) \cdot \cos(L) \\
 y &= (N + H) \cdot \cos(B) \cdot \sin(L) \\
 z &= ((1 - e_3^2) \cdot N + H) \cdot \sin(B)
 \end{aligned}$$

, где

$$N = \frac{a_3}{\sqrt{1 - e_3^2 \cdot \sin^2(B)}}$$

Так как при обратном преобразовании по вышеупомянутым формулам в определенных случаях имеется деление на ноль, то необходимо использовать специальный алгоритм перехода от ГСК в геодезическую СК:

Вычисляем величину D по формуле: $D = \sqrt{x^2 + y^2}$

1. Если $D = 0$, то $B = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{z}{|z|}$, $L = 0$, $H = z \cdot \sin(B) - a_3 \cdot \sqrt{1 - e_3^2 \cdot \sin^2(B)}$. Конец алгоритма.

D может быть равно одному из трех значений:

{6606.2856436078000115, 6606.285643607800921, 6606.2856436078018305}

2. Если $D > 0$, то $L_a = \arcsin\left(\frac{y}{a_3}\right)$

- 1) Если $y < 0$ и $x > 0$, то $L = 2 \cdot \pi - L_a$;
- 2) Если $y < 0$ и $x < 0$, то $L = \pi + L_a$;
- 3) Если $y > 0$ и $x < 0$, то $L = \pi - L_a$;
- 4) Если $y > 0$ и $x > 0$, то $L = L_a$;

3. Анализируем значение z :

- a. Если $z = 0$, то $B = 0$ и $H = D - a_3$. Конец алгоритма.
- b. Если $z \neq 0$, то необходимо найти доп. величины

$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \approx \sim$ (аналогично с D и если $D = D_1$, то $R = R_1$)
 {6737.2511006441927748; 6737.2511006441936843; 6737.2511006441945938}

$C = \arcsin\left(\frac{z}{r}\right) \approx \sim$ (аналогично с D и R)
 {0.1974958863116911545; 0.1974958863116911267; 0.1974958863116910990}

$P = \frac{e_3^2 \cdot a_3}{2 \cdot r} \approx \sim$ (аналогично с D , R и с C)
 {0.0031896711877448707; 0.0031896711877448703; 0.0031896711877448698}

и реализовать итерационный процесс:

$$S_1 = 0; b = C + S_1; S_2 = \arcsin\left(\frac{P \cdot \sin(2 \cdot b)}{\sqrt{1 - e_3^2 \cdot \sin^2(b)}}\right)$$

Если $|S_2 - S_1| < \varepsilon$, где $\varepsilon = 0.0001''$ (угловая секунда) $\cdot \frac{\pi}{648000000}$ рад - заведомо малая положительная величина, то $B = b$, а

$$H = D \cdot \cos(B) + z \cdot \sin(B) - a_3 \cdot \sqrt{1 - e_3^2 \cdot \sin^2(B)}$$

, иначе $S_2 = S_1$, и снова идет пересчет b .

Решение найдено, выход из алгоритма.

С помощью данного алгоритма получим координаты в геодезической СК:

$L \in [0.127514624313105; 0.550530265079059]$ (чем больше t , тем меньше L)

$B \approx 3456.0071147812259369$ (не изменяется)

$H =$ (аналогично с доп. параметрами D , R , C и P)

{359.94761356643084582; 359.94761356643175532; 359.94761356643266481}

В дальнейшем будем считать, что H не изменяется и равен 359.94761.

Погрешность нахождения H по данному алгоритму не превышает 0.003 м.

Положения объектов на геодезических картах представляются в геодезических координатах, кроме того, геодезические координаты применяются в теории полета космических аппаратов, в расчетах, связанных с возмущением движения КА. Использование геодезических координат и этот алгоритм позволяет решать задачи, в которых используется оценка взаимного расположения объектов на поверхности Земли и КА дистанционного зондирования Земли.

4) Рассчитать плотность атмосферного давления $\rho_{\text{атм}}(H)$.

Плотность атмосферы $\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, вычисляют по формуле:

$$\rho = \rho_n \cdot K_0 \cdot (1 + K_1 + K_2 + K_3 + K_4)$$

, где

$$\rho_n = \rho_0 \cdot e^{(a_0 + a_1 \cdot H + a_2 \cdot H^2 + a_3 \cdot H^3 + a_4 \cdot H^4 + a_5 \cdot H^5 + a_6 \cdot H^6)} \quad (\text{e} - \text{экспанента, а не эксцентриситет!})$$

ρ_n - плотность ночной атмосферы, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

a_i - коэф. модели, используемые для расчета плотности атмосферы при различных значениях фиксированного уровня солнечной активности F_0 ; K_i - нормирующие коэф., учитывающие суточные, полугодовые отклонения плотности атмосферы, геомагнитную активность Солнца. Будем полагать, что $K_0 = 1$, а остальные $K_i = 0$. При таких K мы получаем, что

$$\rho = \rho_n$$

Значения a_i берутся из таблицы №1 или таблицы №2.

Таблица №1. Коэф. Модели плотности атмосферы для первого высотного диапазона (120-500 км)

Коэффициент		Значение при фиксированном уровне солнечной активности $F_0, 10^{-22} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{Гц})$						
Обозначение	Размерность	75	100	125	150	175	200	250
a_n	км	120	120	120	120	120	120	120
a_0	-	26,8629	27,4598	28,6395	29,6418	30,1671	29,7578	30,7854
a_1	км^{-1}	-0,451674	-0,463668	-0,490987	-0,514957	-0,527837	-0,517915	-0,545695
a_2	км^{-2}	0,00290397	0,002974	0,00320649	0,00341926	0,00353211	0,00342699	0,00370328
a_3	км^{-3}	-1,06953e-5	-1,0753e-5	-1,1681e-5	-1,25785e-5	-1,30227e-5	-1,24137e-5	-1,37072e-5
a_4	км^{-4}	2,21598e-8	2,17059e-8	2,36847e-8	2,5727e-8	2,66455e-8	2,48209e-8	2,80614e-8
a_5	км^{-5}	-2,42941e-11	-2,30249e-11	-2,51809e-11	-2,75874e-11	-2,85432e-11	-2,58413e-11	-3,00184e-11
a_6	км^{-6}	1,09926e-14	1,00123e-14	1,09536e-14	1,21091e-14	1,25009e-14	1,09383e-14	1,31142e-14

Таблица №2. Коэф. Модели плотности атмосферы для второго высотного диапазона (500-1500 км)

Коэффициент		Значение при фиксированном уровне солнечной активности $F_0, 10^{-22} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{Гц})$						
Обозначение	Размерность	75	100	125	150	175	200	250
a_n	км	500	500	500	500	500	500	500
a_0	-	17,8781	-2,54909	-13,9599	-23,3079	-14,7264	-4,912	-5,40952
a_1	км^{-1}	-0,132025	0,0140064	0,0844951	0,135141	0,0713256	0,0108326	0,00550749
a_2	км^{-2}	0,000227717	-0,00016946	-0,000328875	-0,000420802	-0,000228015	-8,10546e-5	-3,78851e-5
a_3	км^{-3}	-2,2543e-7	3,27196e-7	5,05918e-7	5,73717e-7	2,8487e-7	1,15712e-7	2,4808e-8
a_4	км^{-4}	1,33574e-10	-2,8763e-10	-3,92299e-10	-4,03238e-10	-1,74383e-10	-8,13296e-11	4,92183e-12
a_5	км^{-5}	-4,50458e-14	1,22625e-13	1,52279e-13	1,42846e-13	5,08071e-14	3,04913e-14	-8,65011e-15
a_6	км^{-6}	6,72086e-18	-2,05736e-17	-2,35576e-17	-2,01726e-17	-5,34955e-18	-4,94989e-18	1,9849e-18

Учитывая, что H попадает в первый высотный диапазон, используем данные из таблицы №1. Таким образом, мы можем рассчитать ρ_n при

различных уровнях солнечной активности. Вывод данных будет в порядке возрастания солнечной активности, как показано в таблице №1 и таблице №2.

$$\rho = \{1.68257 \cdot 10^{-12}; 3.00353 \cdot 10^{-12}; 4.60543 \cdot 10^{-12}; 6.47784 \cdot 10^{-12}; 8.65708 \cdot 10^{-12}; 1.10293 \cdot 10^{-11}; 1.63142 \cdot 10^{-11}\}$$

Так как H практически одинаков в любой точке, плотность не изменяется.

5) Найти составляющие возмущающего ускорения, обусловленного влиянием атмосферы.

Запишем модули ускорений S, T, W:

$$S = -\sigma_x \cdot \rho \cdot V \cdot V_r$$

$$T = -\sigma_x \cdot \rho \cdot V \cdot V_t$$

$$W = 0$$

Результирующее ускорение считается по формуле:

$$a = \sqrt{S^2 + T^2 + W^2} \text{ (с этого момента "a" - это ускорение, а не}$$

большая полуось орбиты)

Ускорение силы притяжения определяется по следующему соотношению:

$$g = G \cdot \frac{M_3}{(R_3 + H)^2}$$

Подставив H, получим:

$$g_1 = \sim 8.78013 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Подставив значения, получим 7 ускорений при 7-и разных уровнях солнечной активности:

Для первого высотного диапазона:

$$S = \{-7.91748 \cdot 10^{-12}; -1.41334 \cdot 10^{-11}; -2.16713 \cdot 10^{-11}; -3.04821 \cdot 10^{-11}; -4.07367 \cdot 10^{-11}; -5.18993 \cdot 10^{-11}; -7.67678 \cdot 10^{-11}\}$$

$$T = \{-8.23824 \cdot 10^{-10}; -1.4706 \cdot 10^{-9}; -2.25493 \cdot 10^{-9}; -3.1717 \cdot 10^{-9}; -4.23871 \cdot 10^{-9}; -5.4002 \cdot 10^{-9}; -8.98779 \cdot 10^{-9}\}$$

$$W = 0$$

$$a = \{8.23862 \cdot 10^{-10}; 1.47066 \cdot 10^{-9}; 2.25503 \cdot 10^{-9}; 3.17185 \cdot 10^{-9}; 4.2389 \cdot 10^{-9}; 5.40044 \cdot 10^{-9}; 7.98816 \cdot 10^{-9}\}$$

Графики зависимости возмущающего ускорения и его составляющих от уровня солнечной активности:

Graph of the components of the perturbing acceleration depending on the fixated level of solar activity on the first altitude range(120 - 500 kr

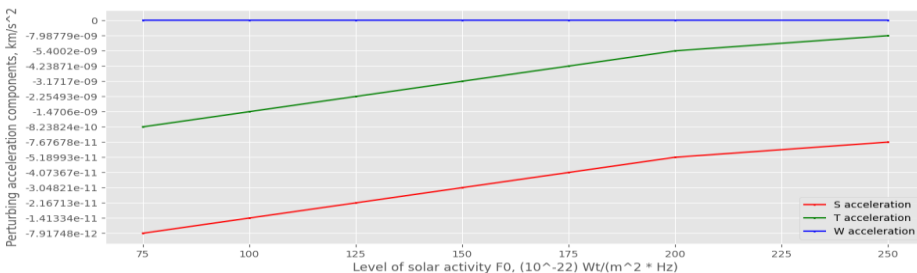


Рис. 2 График зависимости составляющих возмущающего ускорения от уровня солнечной активности. (первый высотный диапазон)

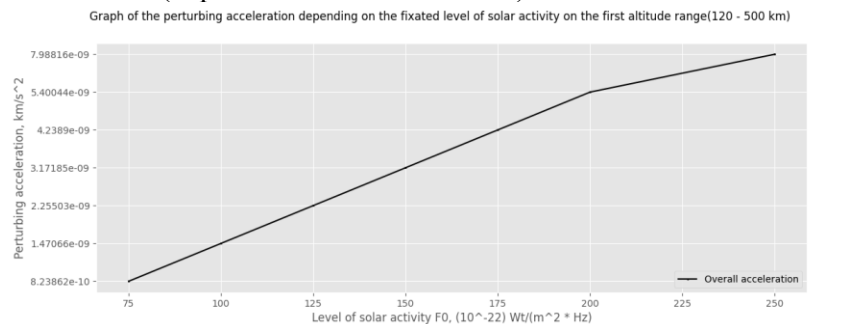


Рис. 3 График зависимости возмущающего ускорения от уровня солнечной активности. (первый высотный диапазон)

6)Вывод.

Из пункта №3 можно заметить, что во всех точках координаты ГСК x , y всегда положительны, а координата z не равна 0, т.е. мы всегда попадаем в пункт 3 в алгоритме расчета L , B , H , где L всегда равен L_a . Также, не смотря на изменения координат x , y в ГСК, дополнительные параметры R , C и P во всех точках приблизительно равны - числа начинают различаться на ~11 знаке после запятой. Отсюда следует, что B и H во всех точках приблизительно одинаковы. Поэтому из-за округления при расчетах в коде значения плотности, возмущающего ускорения и его составляющих равны. Также с увеличением уровня солнечной активности плотность, а в последствии и возмущающее ускорение с его составляющими увеличиваются.

Модуль возмущающего ускорения S принимает значения $[-7.91748 \cdot 10^{-12}; -7.67678 \cdot 10^{-11}] \frac{M}{c^2}$ на высоте 359.94761 км.

Модуль возмущающего ускорения T принимает значения $[-8.23824 \cdot 10^{-10}; -7.98779 \cdot 10^{-9}] \frac{M}{c^2}$ на высоте 359.94761 км

Модуль возмущающего ускорения W равен 0 и не изменяется.

Возмущающее ускорение принимает значения $[8.23862 \cdot 10^{-10}; 7.98816 \cdot 10^{-9}]$ на высоте 359.94761 км

Из этих показателей видно, что чем выше уровень солнечной активности, тем больше значения S , T и a .

При сравнении ускорения силы притяжения g и возмущающего ускорения(a), видим, что g сильно больше a .

```
g = 8.78013; overall perturbing acceleration = 8.23862e-10
g = 8.78013; overall perturbing acceleration = 1.47066e-09
g = 8.78013; overall perturbing acceleration = 2.25503e-09
g = 8.78013; overall perturbing acceleration = 3.17185e-09
g = 8.78013; overall perturbing acceleration = 4.2389e-09
g = 8.78013; overall perturbing acceleration = 5.40044e-09
g = 8.78013; overall perturbing acceleration = 7.98816e-09
```

Рис. 4 Вывод консоли со сравнением g и a на разных высотах.

7) Приложение.

Ссылка на GitHub: <https://github.com/rudnmk/MSF/tree/main/2/code/lab%202>

Код программы:

Calculation.h :

```
#pragma once
#include <iostream>
#include <math.h>
#include <vector>
#include <array>
#include <fstream>
#include <iomanip>

#define PI 3.1415926

//Earth parameters
#define apogee_radius 7228.1 //apogee height(850 km) + Earth radius(6378.1 km)
#define perigee_radius 6728.1 //perigee height(350 km) + Earth radius
#define grav_param 398600.4415 //Gravitational parameter of the Earth
#define angular_vel 7.2921158553 * pow(10.0, -5.0) //Angular velocity of the
Earth

#define i 45 * PI / 180.0 //inclination
#define Omega 20 * PI / 180.0 // ascending node longitude
#define omega 0 // pericenter argument
#define M 15 * PI / 180.0 // average anomaly
#define accuracy 0.001 * PI / 180.0

#define SMA ((apogee_radius + perigee_radius) / 2) // semi-major axis
```

```

#define ECC ((apogee_radius - perigee_radius) / (apogee_radius +
perigee_radius)) //eccentricity
#define P (SMA * (1 - pow(ECC, 2.0))) // focal parameter

#define night_density 1.58868 * pow(10.0, -8.0) //night density of the atmosphere
on the height of 120 km
#define T 2 * PI * sqrt(pow(SMA, 3.0) / grav_param)

#define SIGMA (12.0 * 2.0) / (2.0 * 1500.0)

```

```

std::pair<double, double> calculate_anomalies();
std::pair<double, double> calculate_velocities(double THETA);

std::vector<double> calculate_AGECS(double E, double THETA);
std::vector<double> calculate_GCS(std::vector<double> AGECS_coords, double
time);
std::vector<double> calculate_geodetic_coords(std::vector<double> GCS_coords);

void calculate_density_and_acceleration(double H, double radial_vel, double
transversal_vel, double vel);

void calculation(double time);

```

Calculation.cpp

```

#include "Calculation.h"

```

```

void calculation(double time) {
double E_anomaly;
double THETA_anomaly;
double radial_velocity;
double transversal_velocity;
double velocity;
std::vector<double> AGECS_coords = { 0.0, 0.0, 0.0 };
std::vector<double> GCS_coords = { 0.0, 0.0, 0.0 };
std::vector<double> geodetic_coords = { 0.0, 0.0, 0.0 };

```

```

std::ofstream data_input;
data_input.open("C:/Users/mk170/MSF/2/code/lab 2/lab 2 graph/DATA.txt",
std::ofstream::app);

//anomaly calculations
std::pair <double, double> anomaly_calculation_result = calculate_anomalies();
E_anomaly = anomaly_calculation_result.first;
THETA_anomaly = anomaly_calculation_result.second;

//velocities calculation
std::pair <double, double> velocity_calculation_result =
calculate_velocities(THETA_anomaly);
radial_velocity = velocity_calculation_result.first;
transversal_velocity = velocity_calculation_result.second;
velocity = sqrt(pow(radial_velocity, 2.0) + pow(transversal_velocity, 2.0));

//calculating spacecraft's position in different coordinate systems
AGECS_coords = calculate_AGECS(E_anomaly, THETA_anomaly);
//-----from here on the calculation is time-based-----//
GCS_coords = calculate_GCS(AGECS_coords, time);
geodetic_coords = calculate_geodetic_coords(GCS_coords);

//calculating density and acceleration
calculate_density_and_acceleration(geodetic_coords[2], radial_velocity,
transversal_velocity, velocity);

//OUTPUT
data_input << "-----TIME: " << time << " -----" <<
std::endl;
data_input << "Semi - major axis(SMA): " << SMA << "; Eccentricity(ECC) : " <<
ECC << "; Focal param: " << P << "; E: " << E_anomaly << "; THETA: " <<
THETA_anomaly << std::endl;
data_input << "Radial velocity: " << radial_velocity << "; Transversal velocity: "
<< transversal_velocity << "; Velocity: " << velocity << std::endl;
data_input << "AGECS coordinates: [" << AGECS_coords[0] << ", " <<
AGECS_coords[1] << ", " << AGECS_coords[2] << "]" << std::endl;
data_input << "GCS coordinates: [" << GCS_coords[0] << ", " << GCS_coords[1]
<< ", " << GCS_coords[2] << "]" << std::endl;
data_input << std::setprecision(20) << "Geodetic coordinates: [" <<
geodetic_coords[0] << ", " << AGECS_coords[1] << ", " << geodetic_coords[2]
<< "]" << std::endl;

```

```
data_input.close();  
}
```

```
std::pair<double, double> calculate_anomalies() {  
double E_anomaly_past = M;  
double E_anomaly = M + ECC * sin(E_anomaly_past);
```

```
while (fabs(E_anomaly - E_anomaly_past) > accuracy) {  
E_anomaly_past = E_anomaly;  
E_anomaly = M + ECC * sin(E_anomaly_past);  
}
```

```
double THETA_anomaly = 2 * atan(sqrt((1.0 + ECC) / (1.0 - ECC)) *  
tan(E_anomaly / 2.0));
```

```
return std::make_pair(E_anomaly, THETA_anomaly);  
}
```

```
std::pair <double, double> calculate_velocities(double THETA) {  
double radial_velocity = sqrt(grav_param / P) * ECC * sin(THETA);  
double transversal_velocity = sqrt(grav_param / P) * (1 + ECC * cos(THETA));  
return std::make_pair(radial_velocity, transversal_velocity);  
}
```

```
std::vector<double> calculate_AGECS(double E, double THETA) {  
std::vector<double> AGECS_coords = { 0.0, 0.0, 0.0 };  
double AGECS_radius_vector = SMA * (1 - ECC * cos(E));  
double u = THETA + omega;
```

```
AGECS_coords[0] = AGECS_radius_vector * (cos(u) * cos(Omega) - sin(u) *  
sin(Omega) * cos(i));  
AGECS_coords[1] = AGECS_radius_vector * (cos(u) * sin(Omega) + sin(u) *  
cos(Omega) * cos(i));  
AGECS_coords[2] = AGECS_radius_vector * sin(u) * sin(i);
```

```
return AGECS_coords;  
}
```



```

std::vector<double> calculate_GCS(std::vector<double> AGECS_coords, double
time) {
double ang_rotation = angular_vel * time;
std::vector<double> GCS_coords = { 0.0, 0.0, 0.0 };

GCS_coords[0] = cos(ang_rotation) * AGECS_coords[0] + sin(ang_rotation) *
AGECS_coords[1];
GCS_coords[1] = cos(ang_rotation) * AGECS_coords[1] - sin(ang_rotation) *
AGECS_coords[0];
GCS_coords[2] = AGECS_coords[2];

return GCS_coords;
}

std::vector<double> calculate_geodetic_coords(std::vector<double> GCS_coords)
{
std::vector<double> geodetic_coords = { 0.0, 0.0, 0.0 };

double a = 6378.136;
double e = 0.0067385254;
double x = GCS_coords[0];
double y = GCS_coords[1];
double z = GCS_coords[2];
double D = sqrt(pow(x, 2.0) + pow(y, 2.0));
if (D == 0) {
geodetic_coords[0] = 0;
geodetic_coords[1] = (PI / 2.0) * (z / fabs(z));
geodetic_coords[2] = z * sin(geodetic_coords[1]) - a * sqrt(1 - e *
pow(sin(geodetic_coords[1]), 2.0));
return geodetic_coords;
}

else {
double L = asin(y / D);
if (y < 0 && x > 0) {
geodetic_coords[0] = 2 * PI - L;
}
else if (y < 0 && x < 0) {
geodetic_coords[0] = PI + L;
}
}
}

```

```

else if (y > 0 && x < 0) {
geodetic_coords[0] = PI - L;
}
else {
geodetic_coords[0] = L;
}

if (z == 0) {
geodetic_coords[1] = 0;
geodetic_coords[2] = D - a;
return geodetic_coords;
}
else {
double r = sqrt(pow(x, 2.0) + pow(y, 2.0) + pow(z, 2.0));
double c = asin(z / r);
double p = (e * a) / (2 * r);
double s1 = 0;
double b = c + s1;
double s2 = asin((p * sin(2 * b)) / (sqrt(1 - e * pow(sin(b), 2.0))));
while (fabs(s2 - s1) >= ((0.0001 / 3600.0) * PI / 180.0)){
s1 = s2;
b = c + s1;
s2 = asin((p * sin(2 * b)) / (sqrt(1 - e * pow(sin(b), 2.0))));
}
geodetic_coords[1] = b;
geodetic_coords[2] = D * cos(b) + z * sin(b) - a * sqrt(1 - e * pow(sin(b), 2.0));
return geodetic_coords;
}
}
}

```

```

void calculate_density_and_acceleration(double H, double radial_vel, double
transversal_vel, double vel) {
std::ofstream data_input;
double density;
double S_acc;
double T_acc;
double W_acc = 0;

```

```

double acc;
double g = (6.67430 * 5.9726 * pow(10.0, 7.0)) / pow(6378.1 + H, 2.0);
bool lower_than_500 = 0;

double a_param_0_120[7] = { 26.8629, 27.4598, 28.6395, 29.6418, 30.1671,
29.7578, 30.7854 };
double a_param_1_120[7] = { -0.451674, -0.463668, -0.490987, -0.514957, -
0.527837, -0.517915, -0.545695 };
double a_param_2_120[7] = { 0.00290397, 0.002974, 0.00320649, 0.00341926,
0.00353211, 0.00342699, 0.00370328 };
double a_param_3_120[7] = { -1.06953 * pow(10.0, -5.0), -1.0753 * pow(10.0, -
5.0), -1.1681 * pow(10.0, -5.0), -1.25785 * pow(10.0, -5.0), -1.30227 * pow(10.0, -
5.0), -1.24137 * pow(10.0, -5.0), -1.37072 * pow(10.0, -5.0) };
double a_param_4_120[7] = { 2.21598 * pow(10.0, -8.0), 2.17059 * pow(10.0, -
8.0), 2.36847 * pow(10.0, -8.0), 2.5727 * pow(10.0, -8.0), 2.66455 * pow(10.0, -
8.0), 2.48209 * pow(10.0, -8.0), 2.80614 * pow(10.0, -8.0) };
double a_param_5_120[7] = { -2.42941 * pow(10.0, -11.0), -2.30249 * pow(10.0, -
11.0), -2.51809 * pow(10.0, -11.0), -2.75874 * pow(10.0, -11.0), -2.85432 *
pow(10.0, -11.0), -2.58413 * pow(10.0, -11.0), -3.00184 * pow(10.0, -11.0) };
double a_param_6_120[7] = { 1.09926 * pow(10.0, -14.0), 1.00123 * pow(10.0, -
14.0), 1.09536 * pow(10.0, -14.0), 1.21091 * pow(10.0, -14.0), 1.25009 *
pow(10.0, -14.0), 1.09383 * pow(10.0, -14.0), 1.31142 * pow(10.0, -14.0) };

double a_param_0_500[7] = { 17.8481, -2.54909, -13.9599, -23.3079, -14.7264, -
4.912, -5.40952 };
double a_param_1_500[7] = { -0.132025, 0.0140064, 0.0844951, 0.135141,
0.0713256, 0.0108326, 0.00550749 };
double a_param_2_500[7] = { 0.000227717, -0.00016946, -0.000328875, -
0.000420802, -0.000228015, -8.10546 * pow(10.0, -5.0), -3.78851 * pow(10.0, -
5.0) };
double a_param_3_500[7] = { -2.2543 * pow(10.0, -7.0), 3.27196 * pow(10.0, -
7.0), 5.05918 * pow(10.0, -7.0), 5.73717 * pow(10.0, -7.0), 2.8487 * pow(10.0, -
7.0), 1.15712 * pow(10.0, -7.0), 2.4808 * pow(10.0, -8.0) };
double a_param_4_500[7] = { 1.33574 * pow(10.0, -10.0), -2.8763 * pow(10.0, -
10.0), -3.92299 * pow(10.0, -10.0), -4.03238 * pow(10.0, -10.0), -1.74383 *
pow(10.0, -10.0), -8.13296 * pow(10.0, -11.0), 4.92183 * pow(10.0, -12.0) };
double a_param_5_500[7] = { -4.50458 * pow(10.0, -14.0), 1.22625 * pow(10.0, -
13.0), 1.52279 * pow(10.0, -13.0), 1.42846 * pow(10.0, -13.0), 5.08071 *
pow(10.0, -14.0), 3.04913 * pow(10.0, -14.0), -8.65011 * pow(10.0, -15.0) };

```

```
double a_param_6_500[7] = { 6.72086 * pow(10.0, -18.0), -2.05736 * pow(10.0, -17.0), -2.35576 * pow(10.0, -17.0), -2.01726 * pow(10.0, -17.0), -5.34955 * pow(10.0, -18.0), -4.94989 * pow(10.0, -18.0), 1.9849 * pow(10.0, -18.0) };
```

```
if (H < 500) {
    lower_than_500 = 1;
}
```

```
data_input.open("C:/Users/mk170/MSF/2/code/lab 2/lab 2
graph/acceleration_data.txt");
for (int step = 0; step < 7; step++) {
    if (lower_than_500) {
        density = night_density * exp(a_param_0_120[step] + a_param_1_120[step] * H +
a_param_2_120[step] * pow(H, 2.0) + a_param_3_120[step] * pow(H, 3.0) +
a_param_4_120[step] * pow(H, 4.0) + a_param_5_120[step] * pow(H, 5.0) +
a_param_6_120[step] * pow(H, 6.0));
    }
    else {
        density = night_density * exp(a_param_0_500[step] + a_param_1_500[step] * H +
a_param_2_500[step] * pow(H, 2.0) + a_param_3_500[step] * pow(H, 3.0) +
a_param_4_500[step] * pow(H, 4.0) + a_param_5_500[step] * pow(H, 5.0) +
a_param_6_500[step] * pow(H, 6.0));
    }
    S_acc = (-1.0) * SIGMA * density * vel * radial_vel * 1000.0;
    T_acc = (-1.0) * SIGMA * density * vel * transversal_vel * 1000.0;
    acc = sqrt(pow(S_acc, 2.0) + pow(T_acc, 2.0));
    data_input << S_acc << " " << T_acc << " " << W_acc << " " << acc << std::endl;
    std::cout << " g = " << g << "; overall perturbing acceleration = " << acc <<
std::endl;
}
data_input << lower_than_500 << std::endl;
data_input.close();
}
```

lab.cpp

```
#include "Calculation.h"
```

```
int main() {  
    //можно менять, что именно подается в функцию, убирая "/" перед вызовом  
    функции или меняя значения.  
    double time;  
    double perigee_time = 0;  
    double apogee_time = T / 2.0;  
    //calculation(perigee_time);  
    calculation(apogee_time);  
    //for (time = 0.0; time < T; time++) {  
    //    calculation(time);  
    //}  
    return 0;  
}
```