Primality Test – C++ [Algorithm For Prime Number]

1 ব্যাতিত যে সকল ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা শুধুমাত্র 1 এবং সেই সংখ্যাটি নিজে দ্বারা বিভাজ্য হয় এবং অন্য কোনো সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয় না, সেই সকল সংখ্যাই মৌলিক সংখ্যা (Prime Number) হিসেবে পরিচিত । যেমন, 17 একটি মৌলিক সংখ্যা কারণ 17 কেবলমাত্র 1 এবং 17 দ্বারা ভাগ করা যায়, অন্য কোনো সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে নিঃশেষে ভাগ করা সম্ভব হয় না ।

ধরি কোনো একটি সংখ্যা **N**, এখন **N** এই সংখ্যাটি মৌলিক কি না তা যাচাই করার জন্য প্রোগ্রামিং এ আমরা যে কাজটি করতে পারি, **2** থেকে শুরু করে **N-1** পর্যন্ত যতগুলো পূর্ণসংখ্যা পাওয়া যাবে তার মধ্যে কোনো সংখ্যা দ্বারাই যদি **N** নিঃশেষে ভাগ না যায় তবে **N** একটি মৌলিক সংখা হবে । নিম্নে একটি বুলিয়ান ডাটা টাইপের ফাংশন **isPrime()** এর সাহায্যে আলোচিত বিষয়টি কোড করা হলো । উল্লেখ্য, ফাংশনটি যদি **true** রিটার্ন করে তবে সেই সংখ্যাটি অর্থাৎ **N** একটি Prime Number আর **false** রিটার্ন করলে Prime Number না ।

```
bool isPrime(int N)
{
    for (int i = 2; i < N; i++) {
        if (N % i == 0) {
            return false;
        }
    } return true;
}
```

এখন, এখানে একটা সমস্যা হলো যদি N বড় কোনো সংখ্যা হয় (যেমন, 100000007) তখন N যদি Prime Number হয় তবে, Loop টা ঠিক 2 থেকে শুরু করে N-1 অবধি চলবে ! এতে তুলনামূলক সময়ও বেশি লাগবে । এই সমস্যা সমাধানের জন্য / কোড টা কে আরো efficient করার জন্য আমরা এখানে কিছু জিনিস বিশ্লেষণ করে, যেন কম সময়ে এবং কম Loop চালিয়ে N সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা কি না তা যাচাই করতে পারি ।

ধরি N = 24 । আমরা জানি, 24 কোনো মৌলিক সংখ্যা না কারণ 1 এবং 24 ব্যাতিত 2, 3, 4, 6, 8 ও 12 এই সংখ্যা গুলো দিয়েও 24 কে নিঃশেষে ভাগ করা যায় । এখানে আমরা যদি গুণিতক সংখাগুলি খেয়াল করি তবে, (2×12) = 24 এখানে 2 আর 12 গুণ করলে 24 পাওয়া যায় এবং 2 আর 12 এর মধ্যে ছোট গুণিতক সংখ্যাটি 2 । আবার, (3×8) = 24 এখানে 3 আর 8 গুণ করলে 24 পাওয়া যায় এবং ছোট গুণিতক সংখ্যাটি 3 । একইভাবে, (4×6) = 24 এখানে 4 আর 6 গুণ করলে 24 পাওয়া যায় এবং ছোট গুণিতক সংখ্যাটি 4 । সুতরাং ছোট গুণিতক সংখ্যাগুলি হলো 2, 3, 4 এবং এদের মধ্যে 4 হলো Maximum । এখন, N এর value ছিলো 24 এবং এই 24 কে যদি আমরা Square Root করি **sqrt(24)** তবে integer value পাবো 4 যা, ছোট গুণিতক সংখ্যাগুলির মধ্যে Maximum ছিলো ।

(প্রশ্ন: sqrt(24) = 4 কিভাবে হলো, দশমিকের পরের মান গুলা কই গেলো ? উত্তর: আমরা sqrt(24) এর মানকে একটি integer variable এ store করতেছি । তাই সংখ্যাটির বর্গমূলের মান ভগ্নাংশে / float data type এর ভেরিয়েবলে না বরং integer data type এর ভেরিয়েবলে store হবে । 24 এর বর্গমূল হলো 4.898979486 । যেহেতু এই value টা আমরা একটি integer type variable এ assign করতেছি তাই সেখানে শুধু 4 store হবে, তাই sqrt(24) = 4)

অর্থাৎ কোনো নাম্বার N, মৌলিক সংখ্যা কি না তা যাচাইয়ের জন্য আমরা এখন 2 থেকে শুরু করে sqrt(N) অবধি Loop চালিয়ে চেক করলেই পারি, তাই না ?

```
bool isPrime(int N)
{
    for (int i = 2; i*i <= N; i++) {
        if (N % i == 0) {
            return false;
        }
    } return true;
}
```

এখানে Loop এর ভেতরে condition এ আমাদের **i <= sqrt(N)** লিখা যে কথা, **i*i <= N** লিখা একই কথা । এভাবে লিখার কারণ হলো, যেহেতু **sqrt()** একটি built in Function

math.h header File এর under এ, তাই এটি ব্যাবহার করতে গেলে আমাদের আবার সেই header file টা include করতে হবে। তাই বাপারটা আরও সহজ এবং কম ঝামেলায় করার জন্য আমরা **i*i < N** এভাবে লিখবো (কারণ, ঝামেলা যত কম হবে, কোড তত বেশি efficient হবে)।

এখান অবধি সবটুকু ঠিক আছে তবে, আমরা চাইলে কোডটি আরও efficient করতে পারি ! (কিভাবে ?) এখানে খেয়াল করলে দেখা যাবে যে Loop টা শুরু হচ্ছে 2 থেকে এবং **i** এর মান বৃদ্ধি পাচ্ছে এক (**i++** increment operation) করে। অর্থাৎ **i** এর value যথাক্রমে 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ... এক এক করে বাড়তে বাড়তে sqrt(N) পর্যন্ত Loop চলতেছে। কিন্তু এটাও তো সত্য যে, কোনো সংখ্যা যদি 2 দ্বারা ভাগ না যায় তাহলে ঐ সংখ্যাটি আর অন্য কোনো জোড় সংখ্যা দ্বারা ভাগ যাবে না। তাই Loop এর ভেতরে 4, 6, 8, 10, 12 ... ইত্যাদি জোড় সংখ্যা দ্বারা **N** ভাগ যাচ্ছে কি না তা চেক করা বৃথা ! তাই আমরা ফাংশনের ভিতর প্রথমেই **if** condition দিয়ে একবার চেক করে নিবো যে **N** কি 2 দ্বারা ভাগ যাচ্ছে কি না ! যদি ভাগ যায় তাইলে **false** রিটার্ন করবে। আর Loop এর ভেতরে **i** চলবে 3 থেকে এবং **i** এক এক করে বৃদ্ধি না করে 2 করে বৃদ্ধি করা হবে **i += 2** (অর্থাৎ সকল বিজোড় সংখ্যা দ্বারা চেক করা হবে এখন)।

```
bool isPrime(int N)
{
    if (N % 2 == 0) return false;
    for (int i = 3; i*i <= N; i += 2) {
        if (N % i == 0) {
            return false;
        }
    } return true;
}
```

Source Code

```cpp
#include <iostream>
#include <stdbool.h>
using namespace std;

bool isPrime(int N)
{
    if (N % 2 == 0) return false;
    for (int i = 3; i*i <= N; i += 2) {
        if (N % i == 0) {
            return false;
        }
    } return true;
}

int main() {
    while (true) {
        int number;
        cin >> number;
        if (isPrime(number)) {
            cout << number << " is a Prime Number\n";
        } else {
            cout << number << " is NOT a Prime Number\n";
        }
    } return 0;
}
```