

IMT2112 - Algoritmos Paralelos en Computación Científica

La descomposición LU en paralelo

Elwin van 't Wout

12 de septiembre de 2019



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DE CHILE

Facultad de Matemáticas • Escuela de Ingeniería

imc.uc.cl

Clase previa

- La multiplicación matriz por vector en paralelo

Agenda

- ¿Como implementar y analizar la descomposición LU en paralelo?

La descomposición LU en paralelo

Sección 6.3 del libro de Eijkhout

La descomposición LU

- Resolver el sistema lineal $Ax = b$ para A una matriz de tamaño $N \times N$
 - descomposición $A=LU$ con L una matriz triangular inferior y U una matriz triangular superior
 - resolver $Ly=b$ y $Ux=y$ de forma recursiva
- La matriz podría ser sobrescrito por $L+U$

La descomposición LU

- Hay distintos algoritmos para calcular la descomposición
 - el algoritmo de Crout
- El algoritmo de Crout
 - hacer un bucle sobre el elemento diagonal k
 - calcular L_{ij} para $i \geq k$
 - calcular U_{ij} para $j > k$
- Se requiere una partición cíclica

La descomposición LU

for $k = 1, 2, \dots, n$

$$\ell_{kk} = a_{kk} - \sum_{p=1}^{k-1} \ell_{kp} u_{pk}$$

← elementos diagonales

$$u_{kk} = 1$$

for $i = k + 1, k + 2, \dots, n$

$$\ell_{ik} = a_{ik} - \sum_{p=1}^{k-1} \ell_{ip} u_{pk}$$

← columnas triangular inferior

for $j = k + 1, k + 2, \dots, n$

$$u_{kj} = \frac{1}{\ell_{kk}} (a_{kj} - \sum_{p=1}^{k-1} \ell_{kp} u_{pj})$$

← filas triangular superior

La resolución LU

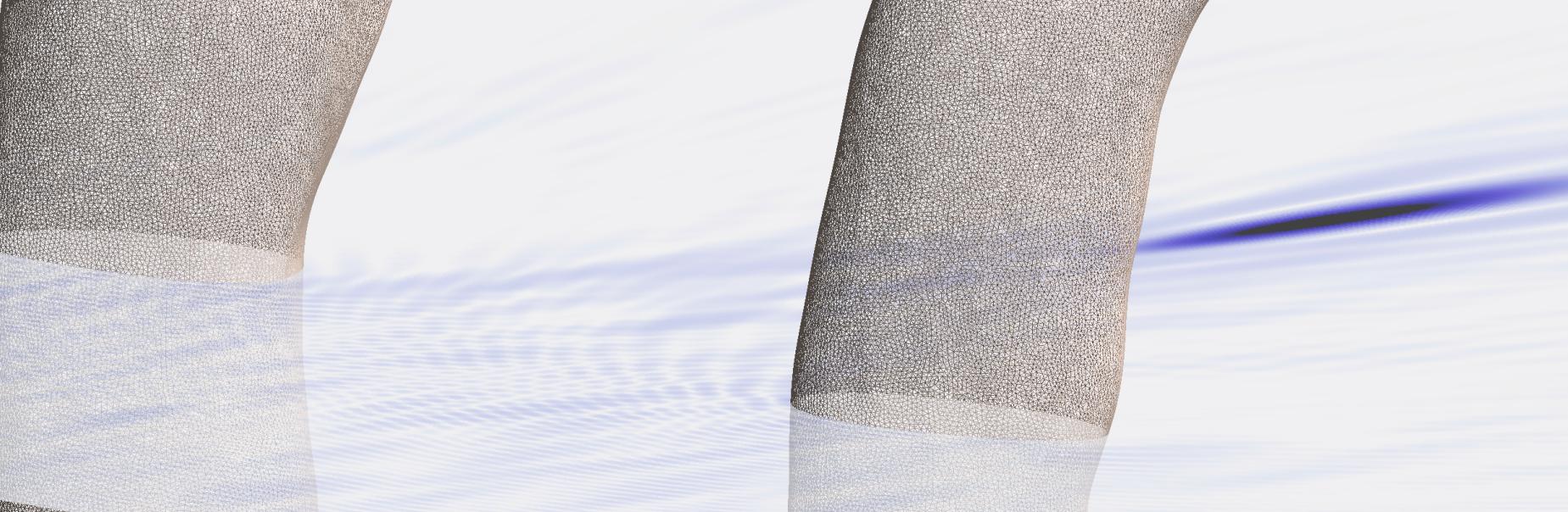
- Dado la descomposición $A=LU$, resolver $Ax=b$
 - resolver $Ly=b$ con sustitución hacia adelante
 - resolver $Ux=y$ con sustitución hacia atrás
- Mejorar la eficiencia enviando resultados a todos los procesadores y calcular sumas parciales

Resumen

- La descomposición LU en paralelo
- Partitionar la matriz cíclico

Clase siguiente

- La multiplicación matriz por matriz en paralelo



IMT2112 - Algoritmos Paralelos en Computación Científica

La descomposición LU en paralelo

Elwin van 't Wout

12 de septiembre de 2019



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DE CHILE

Facultad de Matemáticas • Escuela de Ingeniería

imc.uc.cl