

IMT2112 - Algoritmos Paralelos en Computación Científica

La multiplicación matriz por vector sparse en paralelo

Elwin van 't Wout

8 de octubre de 2019



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DE CHILE

Facultad de Matemáticas • Escuela de Ingeniería

imc.uc.cl

Clase previa

- El método de diferencias finitas

Agenda

- ¿Como implementar la multiplicación de una matriz sparse y vector en paralelo?

Multiplicación matvec *sparse* en paralelo

Sección 6.5 del libro de Eijkhout

Matrices *sparse*

- Las matrices *sparse* (ralas) consisten principalmente en ceros
- El almacenamiento de todos los ceros es un desperdicio
- Formatos de almacenamiento disperso más populares
 - almacenamiento diagonal
 - almacenamiento coordinado
 - almacenamiento de fila comprimido (*CRS - Compressed Row Storage*)
- Ver la sección 5.4.1 del libro HPC de Eijkhout

Compressed Row Storage

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 3 & 9 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & 8 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 8 & 7 & 5 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 9 & 9 & 13 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

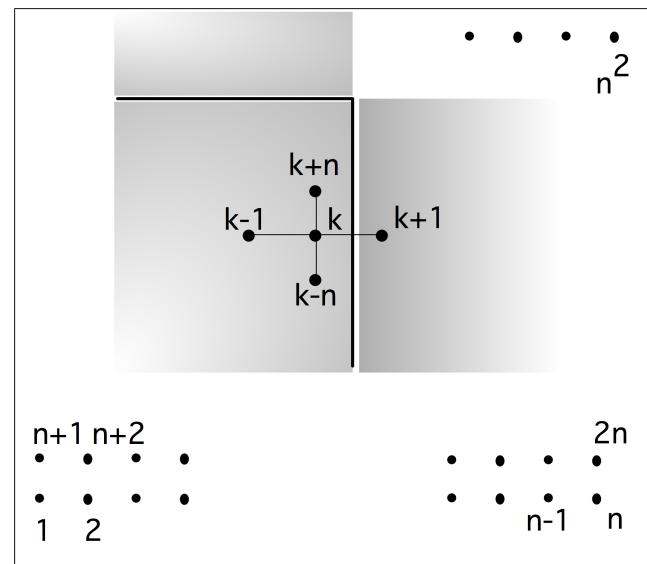
val	10	-2	3	9	3	7	8	7	3	9	13	4	2	-1
col_ind	0	4	0	1	5	1	2	3	0	4	5	1	4	5
row_ptr														
	0	2	5	8	12	16	19	.						

Matvec *sparse*

- Muy común en *solvers* lineales iterativos
- Partitionar los arreglos del formato CRS, no la matriz
 - uso eficiente de la línea de caché para la matriz
 - más datos por operación debido al vector de ubicación
 - los elementos del vector se cargan de forma no secuencial
- La paralelización puede ser más difícil para matrices *sparse* que para matrices densas porque la estructura es menos predecible

Matrices *sparse* para el formato *stencil*

- Comunmente la matriz *sparse* viene de un método numérico tal como diferencias finitas
- Partitionar el dominio y almacenar la matriz en formato de *stencils*



Matrices *sparse* del formato *stencil*

- El *stencil* del método de diferencias finitas es un operador que se aplica a cada nodo de la malla
 - por ejemplo, en 1D puede ser

$$\left[-\frac{1}{h^2} \quad \frac{2}{h^2} \quad -\frac{1}{h^2} \right]$$

para el laplaciona

- en 2D puede ser

$$\begin{bmatrix} & & -\frac{1}{h^2} \\ -\frac{1}{h^2} & \frac{4}{h^2} & -\frac{1}{h^2} \\ & -\frac{1}{h^2} & \end{bmatrix}$$

Matrices *sparse* del formato *stencil*

- La matriz resultante está generada por los valores del *stencil*, evaluados en los nodos de la malla
 - por ejemplo, en el caso del laplaciano 1D el valor en el diagonal es $2/h^2$ y en los primeros diagonales superiores e inferiores tiene valores $-1/h^2$
- Se puede almacenar los valores del stencil en cada nodo
 - almacenamiento por diagonales: m arreglos 1D del tamaño $N_x N_y$
 - almacenamiento por *stencils*: m arreglos 2D del tamaño $N_x \times N_y$
 - m : el número de valores no cero en el *stencil*

Matrices *sparse* del formato *stencil*

- Partitionar la matriz almacenada por *stencils* a través de dividir el dominio físico en bloques
 - los arreglos 2D que guardan el stencil relacionan con la malla de nodos de cada bloque
 - bloques horizontales, verticales o rectangulares
- No es necesario usar una numeración de los nodos.
- La localidad del problema físico se mantiene en la implementación

Matvec del formato *stencil*

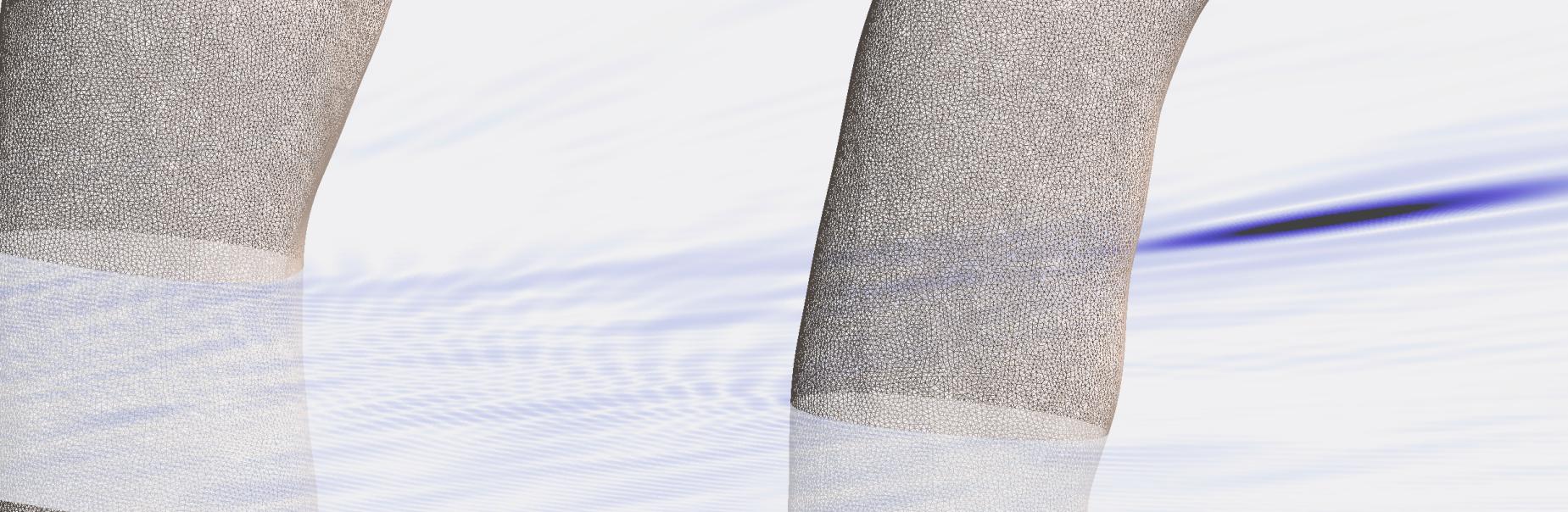
- Los vectores son almacenados en arreglos 2D correspondiente a los nodos de la malla
- La operación matvec es una reducción del mismo elemento en los stencils con elementos locales en el vector

Resumen

- Almacenamiento de matrices *sparse*
- La multiplicación de una matriz *sparse* y vector en paralelo

Clase siguiente

- Resolver sistemas lineales *sparse* en paralelo con métodos iterativos



IMT2112 - Algoritmos Paralelos en Computación Científica

La multiplicación matriz por vector sparse en paralelo

Elwin van 't Wout

8 de octubre de 2019



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DE CHILE

Facultad de Matemáticas • Escuela de Ingeniería

imc.uc.cl