

# STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST

Obor č. 2: Fyzika

## Počítačové modelování dynamických magnetických systémů

Ondřej Sedláček

Hlavní město Praha

Praha, 2023



# STŘEDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOST

Obor č. 2: Fyzika

## Počítačové modelování dynamických magnetických systémů

Computer modelling of dynamic magnetic  
systems

**Jméno:** Ondřej Sedláček

**Škola:** Gymnázium Christiana Dopplera, Zborovská 621, 150 00  
Malá Strana

**Kraj:** Hlavní město Praha

**Konzultant:** RNDr. Pavel Josef, CSc.

Praha, 2023



# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou práci SOČ vypracoval samostatně a použil jsem pouze prameny a literaturu uvedené v seznamu bibliografických záznamů.

Prohlašuji, že tištěná verze a elektronická verze soutěžní práce SOČ jsou shodné.

Nemám závažný důvod proti zpřístupňování této práce v souladu se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších předpisů.

V Praze dne 9. září 2023 .....

Ondřej Sedláček



# Poděkování

Chtěl bych poděkovat ...





## Anotace

Sem napišeš svůj abstrakt. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## Klíčová slova

Šablona, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, SOČ, ...

## Annotation

Write your abstract here! Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## Keywords

Template, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, High school professional activity, ...



# OBSAH

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>3</b>
1.1	Nomenklatura . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Úvodní sledování</b>	<b>5</b>
2.1	Určení parametrů . . . . .	6
2.1.1	Parametry týkající se konfigurace spinnerů . . . . .	6
2.1.2	Parametry týkající se pohybu spinnerů . . . . .	7
2.2	Modelování magnetů . . . . .	8
2.3	Popis magnetických interakcí . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Měření parametrů</b>	<b>9</b>
3.1	Rozměry spinneru . . . . .	9
3.2	Moment setrvačnosti . . . . .	9
3.2.1	Aparatura . . . . .	10
3.2.2	Analýza měření a výsledky . . . . .	10
3.2.3	Popis skriptu . . . . .	11
3.3	Remanence $\vec{B}_r$ . . . . .	12
3.3.1	Určení remanence přes magnetické pole . . . . .	12
3.3.2	Analýza měření . . . . .	13

---

# 1 ÚVOD

Motivací pro tuto práci byla úloha mezinárodní fyzikální soutěže zvané "*International Young Physicists Tournament*", neboli IYPT. U nás je avšak tato soutěž známější pod zkratkou TMF vycházející z překladu původního názvu - "*Turnaj mladých fyziků*". Soutěž se v České republice kéná pod záštitou Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT, FZU AV ČR, MŠMT a JČMT a z podstaty soutěže je cílem úloh dovést středoškolské studenty k vědeckému sledování nejrůznějších jevů ze všech částí fyziky.

Úloha, kterou jsem se zabýval, je v pořadí desátá úloha letošního, tedy 37., ročníku. Zadání je následovné [7]:

## 10. Magnetický převod

*"Vezměte několik identických prstových točíték<sup>1</sup> a připevněte k jejich koncům neodymové magnety. Pokud umístíte točítka v rovině vedle sebe a točíte jedním z nich, ostatní se začnou otáčet jen vlivem magnetického pole. Prozkoumejte a vysvětlete tento jev."*

Zadání úlohy je, jak je pro TMF tradiční, velmi otevřené a je tedy na řešiteli, aby si vymezil přesnou oblast svého zkoumání. Tato práce se bude zabývat:

1. Určením vlastností *prstových točíték* (dále "fidget spinner" či pouze "spinner")
2. Popisem třecích sil působících na spinner
3. Vývojem simulace chování systémů více fidget spinnerů a porovnáním této simulace s realitou
4. Přenosem úhlové rychlosti
5. Přenosem momentu síly
6. Možným využitím získaných poznatků k vývoji efektivnějších magnetických převodů

---

<sup>1</sup>Z překladu anglického "Fidget spinner"

## 1.1 NOMENKLATURA

V tabulce 1 definujeme symboly, které budeme používat v průběhu celé práce, společně s jejich významem:

Tab. 1: Nomenklatura

Vlastnosti spinneru			
Symbol	Jednotka	Popis	Poznámka
$n$		Celkový počet ramen	Ekvivaletní počtu magnetů
$r$	$m$	Poloměr spinneru	Ekvivaletní vzdálenosti osy otáčení od magnetů
$S$	$(m, m, 0)$	Střed spinneru v rovině	(tzn. pozice osy otáčení)
$P(i)$	$(m, m, 0)$	Pozice $i$ . magnetu spinneru	Funkce indexu magnetu
$\varphi$	rad	Úhel rotace spinneru	
$\omega$	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	Úhlová rychlost spinneru	
$I$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Moment setrvačnosti spinneru	
$\alpha$	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$	Koeficient rychlostně nezávislého brzdného úhlového zrychlení	viz ??
$\beta$	$\text{s}^{-1}$	Koeficient lineárně závislého brzdného úhlového zrychlení	viz ??
$\gamma$	$\text{rad}^{-1}$	Koeficient kvadraticky závislého brzdného úhlového zrychlení	viz ??
$c_1, t_{\max}$	$s$	Celková délka otáčení spinneru	viz ??

Vlastnosti magnetu			
Symbol	Jednotka	Popis	Poznámka
$\vec{m}$	$A \cdot \text{m}^2$	Magnetický moment	
$\vec{B}_r$	$T$	Remanentní magnetizace	(tzv. remanence)
$V$	$\text{m}^3$	Objem magnetu	
$F_m(\vec{r}, \vec{m}_1, \vec{m}_2)$	$N$	Silová interakce mezi magnetickými momenty $\vec{m}_1$ a $\vec{m}_2$ vzdálenými o $\vec{r}$	[1]
$B(\vec{r}, \vec{m})$	$T$	Magnetická indukce tvořená magnetickými momentem $\vec{m}$ ve vzdálenosti $\vec{r}$	[1, 2]
$\tau_F, \tau_{\text{mag}}$	$Nm$	Momenty sil působící na spinner vycházející ze silové a magnetické interakce	[2, 3], viz ??

Dále stojí za zmínku, že pro vyjádření chyby měření je v textu používána tzv. *shorthand error notation* [5] (pro naše účely zkráceno na SEN). Pro jasnost uvedeme příklad, kde zápis pomocí SEN vypadá takto: 11.5(12), a ekvivalentní přepis do standardní notace je:  $11.5 \pm 1.2$ . Tímto zjednodušíme zápis:  $11.5 \pm 1.2 = 11.5(12)$  [6].

## 2 ÚVODNÍ SLEDOVÁNÍ

Prvním krokem v řešení této úlohy bylo kvalitativní sledování jejich chování v co největším rozpětí konfigurací, abychom mohli určit relevantní parametry a odstranit nezajímavé konfigurace.

Hlavním poznatkem je změna chování systému dvou spinnerů v závislosti na jejich relativních rychlostech. Máme-li na stole 2 spinnery, ze kterých je jeden nehybný, a druhý roztočíme na nízké otáčky, dojde po krátké chvíli k silné, ale chaotické, interakci (viz příloha 1). Naopak, roztočíme-li druhý spinner značně rychleji, nedochází téměř k žádné interakci (viz příloha 2). Druhý spinner se prvnímu spinneru efektivně jeví jako permanentní magnet - druhý magnet se tedy nanejvýše umístí do energeticky nejvýhodnější polohy a dále zůstává nehybný.



Obr. 1: Spinner osazeným neodymovými magnety



Obr. 2: Tři interagující spinnery

Dalším cenným poznatkem je, že při interakci více spinnerů se systém chová chaoticky téměř vždy (viz příloha 3). Toto pro nás dělá měření interakcí více jak dvou spinnerů nepříznivé a k získání použitelných výsledků je důležité omezit naše bádání pouze na jeden či dva spinnery. Poté, co kvalitně popíšeme menší počet spinnerů, se můžeme pomocí simulace pokusit o extrapolování našeho modelu na více spinnerů.

Z přesného zadání můžeme také vyčíst nějaké důležité předpoklady. Jmenovitě se jedná o umístění všech spinnerů v jedné *"rovině vedle sebe"*, což z velké míry usnadní budoucí výpo-

čty, točením pouze *"jedním z nich"* a omezení interakcí mezi spinnery pouze na *"vlivy magnetického pole"*. Neměli bychom opomenout ani skutečnost, že všechny spinnery mají být *"identické"*.

## 2.1 URČENÍ PARAMETRŮ

Z úvodního sledování není těžké určit relevantní parametry a vybrat, které z nich je možné s naším vybavením měřit.

### 2.1.1 Parametry týkající se konfigurace spinnerů

Jakožto nejdůležitější bychom určitě označili relativní pozice všech spinnerů, které popíšeme pomocí jejich středů  $S_1, S_2, \dots$  (každý střed je braný jako vektor ve spinnerové rovině) a jejich poloměrů  $r_1, r_2, \dots$ . Dále bude k přesnému určení pozic magnetů nezbytné znát okamžité úhly rotace spinnerů, které označíme  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ . Nakonec k popsání spinneru musíme určit počet ramen, neboli počet připevněných magnetů. Tento počet označíme  $n$  a pro naše spinnery platí  $n = 3$ .

Pomocí těchto údajů je triviální vyjádřit pozici  $P(i)$  libovolného magnetu pomocí jeho indexu  $i$  (kde  $0 \leq i < n$ ):

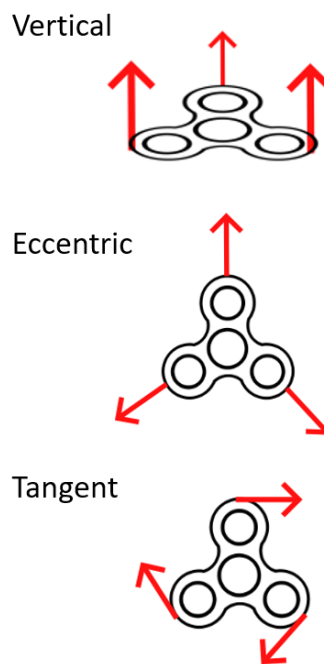
$$P(i) = S + \left( r \cos \left( \varphi + \frac{2\pi i}{n} \right), r \sin \left( \varphi + \frac{2\pi i}{n} \right), 0 \right) \quad (1)$$

Kromě pozice magnetu hraje také klíčovou roli nasměrování jeho pólů. Zde definujeme 3 důležité orientace pólů (viz Obr. 3):

1. **Vertikální** (*vertical*)
2. Odstředivá (*eccentric*)
3. Tečná (*tangent*)

V našich experimentech jsme používali převážně vertikální konfiguraci, jelikož takto bylo uchycení magnetů nejjednodušší. Magnety se totiž samy připevnily ke kovovému závaží v každém z ramen spinneru (viz Obr. 1), které je zde z důvodu zvýšení momentu setrvačnosti.

Tyto konfigurace jsme také schopni popsat a to opět jakožto funkci indexu magnetu. Nejdříve vyjádříme směrový vektor  $\vec{u}(i)$  pro  $i$ . magnet v každé konfiguraci:



Obr. 3: Tři námi vyhranění orientace magnetů



Tab. 2: Směrové vektory pro různé konfigurace

Konfigurace	Směrový vektor magnetu
Vertikální	$\vec{u}(i) = (0, 0, 1)$
Odstředivá	$\vec{u}(i) = \widehat{P(i) - S}$
Tečná	$\vec{u}(i) = (0, 0, 1) \times (\widehat{P(i) - S})$

Když nyní zvolíme velikost magnetického momentu našich magnetů  $|\vec{m}_0|$ , jsme schopni popsat magnetický moment včetně jeho velikosti <sup>2</sup>:

$$\vec{m} = |\vec{m}_0| \cdot \vec{u}(i) \quad (2)$$

Velikost magnetických momentů bude záviset na teplotě, velikosti a materiálových vlastnostech magnetů (např. jejich chemickém složení a kvalitě), ale to, jaká je pravá velikost magnetických momentů  $|\vec{m}_0|$ , je momentálně nepodstatné a určíme ji později (viz kap. ??).

Posledním parametrem, který zmíníme, ale nebudeme se jím zabývat, je přitahování, či odpuzování magnetů. V našem případě jsem se zaměřili převážně na systémy, kde se všechny magnety odpuzují.

### 2.1.2 Parametry týkající se pohybu spinnerů

Druhou, složitější, částí popisu našeho systému je jeho pohyb a chování v čase. Zde se nevyhneme úhlovým rychlostem jednotlivých spinnerů, které budeme značit  $\omega_1, \omega_2, \dots$ . Poté by nás přirozeně napadlo úhlové zrychlení  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ , ale pro náš případ bude šikovnější využít toho, že  $\tau = I\alpha$ , kde  $\tau$  značí moment síly a  $I$  značí moment setrvačnosti<sup>3</sup> spinneru. Moment setrvačnosti určíme později ve své vlastní kapitole (viz kap. 3.2).

Posledním parametrem, který zmíníme, je tření v ložiscích spinnerů a jiné odporové síly. Těm se budeme do hloubky věnovat v kapitole ??.

<sup>2</sup>Všimněme si, že  $u(i) = \hat{u}(i)$

<sup>3</sup>Někdy také značeno  $J$

## 2.2 MODELOVÁNÍ MAGNETŮ

V průběhu našich experimentů používáme neodymové (NdFeB) magnety krychlového tvaru o hraně 5mm a jakosti N35.<sup>4</sup> Toto označení jakosti neodymových magnetů popisuje jejich chemické složení, tepelnou odolnost a hlavně sílu [8], která je popsána pomocí tzv. remanentní magnetizace, neboli remanence.

Jelikož jsou magnety poměrně malé, můžeme je ve větších vzdálenostech aproximovat jakožto magnetické dipóly. Zároveň existuje velmi elegantní způsob, jak vypočítat velikost magnetického dipólu z jeho remanence [2]:

$$|\vec{m}_0| = \frac{1}{\mu_0} |\vec{B}_r| V \quad (3)$$

Tabulkové hodnoty pro remanenci NdFeB magnetů jsou sice známy, ale v našem případě budeme přesnou hodnotu  $|\vec{B}_r|$  našich magnetů měřit později, v kapitole 3.3.

## 2.3 POPIS MAGNETICKÝCH INTERAKCÍ

Jelikož k popisu magnetů používáme idealizaci pomocí magnetických dipólů, můžeme popsat interakce mezi nimi pomocí následujících rovnic. Hlavní interakce mezi dvěma magnetickými dipóly jsou:

1. Silové interakce [1] mezi dvěma momenty  $\vec{m}_1$  a  $\vec{m}_2$ , které jsou od sebe vzdáleny  $\vec{r}$ <sup>5</sup>:

$$F_m(r, m_1, m_2) = \frac{3\mu_0}{4\pi ||r||^5} \left[ (m_1 \cdot r)m_2 + (m_2 \cdot r)m_1 + (m_1 \cdot m_2)r - \frac{5(m_1 \cdot r)(m_2 \cdot r)}{||r||^2} r \right] \quad (4)$$

2. Magnetické interakce, neboli působení momentu síly [2] na  $\vec{m}_2$  z důvodu vytvoření magnetické indukce  $B(r, m_1)$  momentem  $\vec{m}_1$  [1]:

$$B(r, m) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\hat{r}(\hat{r} \cdot m) - m}{|r|^3} \quad (5)$$

$$\tau = m_2 \times B(r, m_1)$$

<sup>4</sup>Jakosti neodymových magnetů se pohybují od N35 do N55 [8].

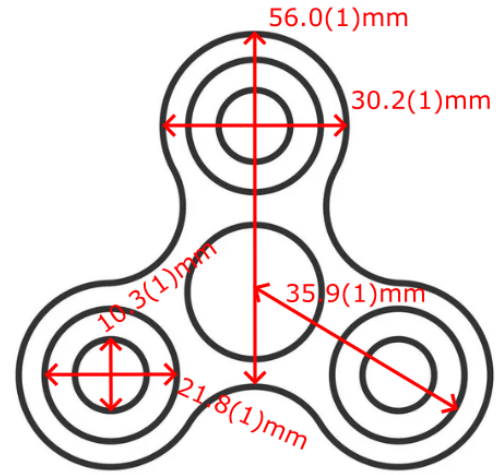
<sup>5</sup> $\vec{r} = P_1 - P_2$

## 3 MĚŘENÍ PARAMETRŮ

### 3.1 ROZMĚRY SPINNERU

K popsání spinneru nejdříve určíme jeho rozměry (viz Obr. 4). Nejdůležitější rozměr pro nás bude vzdálenost osy otáčení od místa, kde budou umístěny magnety. To je v našem případě  $r = 35.9(1)\text{mm}$ .

Vzhledem k tomu, že na sebe spinnery mohou vzájemně působit pouze magnetickými silami, jak je řečeno v zadání, není třeba řešit zbytek geometrie spinneru v budoucích modelech. Spinner budeme dále modelovat pouze jako  $n$  magnetických dipólů, které se otáčejí kolem středu  $S$  a pevně si udržují své relativní pozice. Tomuto celkovému systému definujeme moment setrvačnosti podle následujícího měření.



Obr. 4: Ilustrace spinneru společně s vyznačenými rozměry

### 3.2 MOMENT SETRVAČNOSTI

K určení momentu setrvačnosti spinneru bylo využito idealizace spinneru jakožto fyzického kyvadla, pro které platí: [9]

$$\omega = \sqrt{\frac{mgr}{I}} \quad (6)$$

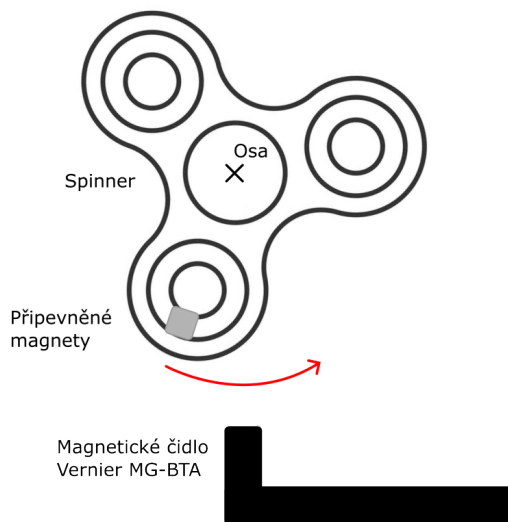
A po vyjádření z rovnice 6 tedy získáváme:

$$I = \frac{mgr}{\omega^2} = \frac{mgr}{4\pi^2 f^2} \quad (7)$$

Nyní stačí změřit frekvenci kmitů zavěšeného spinneru s několika magnety na jednom z jeho ramen.

### 3.2.1 Aparatura

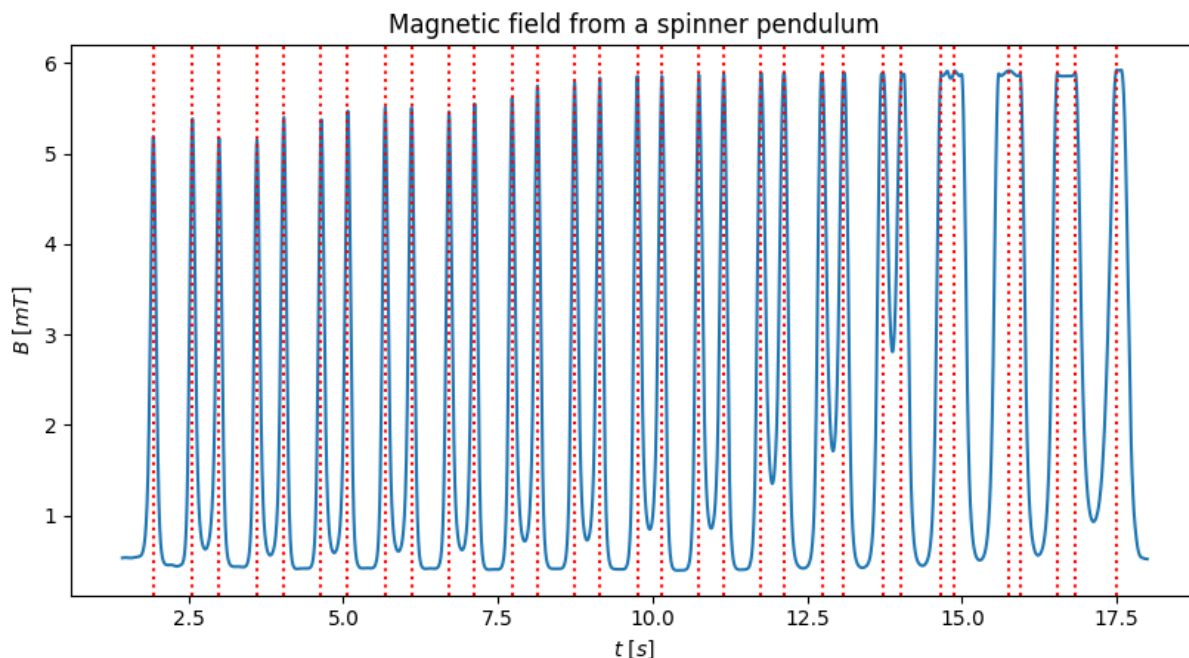
Po připevnění šesti neodymových magnetů o jednotkové hmotnosti  $0.92(1)g$  byl spinner připevněn pevně ve své ose otáčení. Pod takto zavěšený spinner bylo umístěno Magnetické čidlo Vernier MG-BTA, které zaznamenávalo, jak blízko se magnety nacházejí. Po umístění spinneru mimo rovnovážnou polohu byl ponechán oscilovat a záznam průběhu magnetické indukce v čase byl čidlem nasnímán (viz 6).



Obr. 5: Ilustrace aparatury pro měření frekvence kmitů spinneru

### 3.2.2 Analýza měření a výsledky

Průběh následně analyzujeme pomocí programovacího jazyka Python [10] a knihovny scipy [11]. Námi kýžená maxima vyhledáme použitím funkce `scipy.signal.find_peaks` a z jejich počtu jsme schopni určit počet period, kterými kyvadlo prošlo za určený čas.



Obr. 6: Nasnímaný průběh magnetické indukce v čase (modře) pro spinnerové kyvadlo. Peak, označující uplynutí jedné púlperiody, jsou vyznačeny červeně.

Máme-li tedy pole  $p^6$  všech časů nalezených peaků, je výpočet frekvence následující:

$$f = \frac{|p| - 1}{2(p_{\max} - p_{\min})} = 1.00(1)Hz \quad (8)$$

Dalším dosazením do předchozí rovnice 7 získáváme výslednou hodnotu:

$$I = 4.80(50) \cdot 10^{-5} kg \cdot m^2 \quad (9)$$

### 3.2.3 Popis skriptu

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import scipy.signal as sig
4
5 lmap = lambda f,x : list(map(f, x))
6
7 peaks_s = 0
8 peaks_e = 0
9
10 with open("./kyvadlo.csv", "r") as read:
11     # DATA
12     data = read.readlines()[1:]
13     data = lmap(lambda row: row.rstrip().split(","), data)
14
15     xdata = lmap(lambda row: float(row[0]), data)
16     ydata = lmap(lambda row: float(row[1]), data)
17     mov = 15
18     ydata_clean = np.convolve(ydata, np.ones(mov)/mov, "same")
19
20     # plt.plot(xdata, ydata)
21     samples_per_sec = (len(xdata) / max(xdata))
22
23     peaks, heights = sig.find_peaks(
24         ydata_clean,
25         height=1,
26         threshold=0.0001,
27         distance=35
28     )
29     peaks_s = peaks[0] - int(samples_per_sec / 2)
30     peaks_e = peaks[-1] + int(samples_per_sec / 2)
31
32     plt.plot(
33         xdata[peaks_s: peaks_e],
34         ydata_clean[peaks_s: peaks_e]
35     )
36

```

<sup>6</sup> $|p|$  označuje počet prvků pole  $p$ ;  $p_{\min}$  označuje čas prvního peaku;  $p_{\max}$  označuje čas prvního peaku

```

37     f = 1/2 * ((len(peaks)-1) / ((max(peaks) - min(peaks)) /
38     samples_per_sec))
39     print(f"{f:.2f} Hz")
40     print(max(peaks)/200 - min(peaks)/200, len(peaks))
41
42     for p in peaks:
43         plt.axvline(p / samples_per_sec, color="r", linestyle=":")
44
45 plt.title("Magnetic field from a spinner pendulum")
46 plt.ylabel("$B$ [mT]")
47 plt.xlabel("$t$ [s]")

```

Ústřížek kódu 1: Kód k analyzování spinenrového kyvadla

### 3.3 REMANENCE $\vec{B}_r$

K určení remanence našich magnetů využijeme dvou různých metod. Jedna z nich bude založena na silové interakci magnetů a jedna na magnetem vytvořeném poli.

#### 3.3.1 Určení remanence přes magnetické pole

Prvním způsobem, jak určit přesnou hodnotu remanentní magnetizace našich magnetů, je měření magnetického pole pomocí magnetometru mobilního telefonu. Aplikace **Phyphox** umožňuje čtení těchto dat, která následně analyzujeme.

Měření provedeme pro sloupce 2 a 3 magnetů, abychom overili, zda je náš způsob měření konsistentní. Dále také měříme větší neodymový magnet, jehož parametry nám nejsou známy, a který budeme používat v některých budoucích experimentech. Abychom odstranili pozadí tvořené magnetickým polem země, provedeme měření magnetického pole jednou a poté magnet otočíme. K získání výsledku jednoduše odečteme rozdíl naměřených hodnot, což bude dvojnásobek velikosti magnetického pole tvořeného magnetem. Je zřejmé, že tímto odstraníme z měření jiné, neměnné, zdroje magnetických polí.

Kromě provádění měření pro různé počty a velikosti magnetů, budeme také měřit pole v různých vzdálenostech od magnetu, abychom dále potvrdili, zda je měření a náš model konzistentní.

#### 3.3.2 Analýza měření

Výstupem aplikace **Phyphox** jsou soubory typu `.csv`, neboli "*Comma separated values*" [16]. Toto je poměrně čitelný a přívětivý formát ukládání dat, která v **Pythonovém** skriptu načteme pomocí funkce `open()`.





# LITERATURA

- [1] YUNG, Kar W.; LANDECKER, Peter B. a VILLANI, Daniel D. An Analytic Solution for the Force Between Two Magnetic Dipoles. [Online]. *Magnetic and Electrical Separation*. 1998, roč. 9, č. 1, s. 39-52. ISSN 1055-6915. Dostupné z: <https://doi.org/10.1155/1998/79537>. [cit. 2023-12-16].
- [2] CULLITY, B. D. a GRAHAM, C. D. *Introduction to magnetic materials*. Second edition. Hoboken: IEEE Press, [2009]. ISBN 978-0-471-47741-9.
- [3] SERWAY, Raymond A. a JEWETT, John W. Jr. *Physics for scientists and engineers*. 6th ed. Belmont: Thomson-Brooks/Cole, 2004. ISBN 0-534-40842-7.
- [4] YE, Jianhe; ZHAN, Pengfei; ZENG, Jincheng; KUANG, Honglin; DENG, Yongfang et al. Concise magnetic force model for Halbach-type magnet arrays and its application in permanent magnetic guideway optimization. [Online.] *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2023, roč. 587. ISSN 03048853. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2023.171301>. [cit. 2023-12-16].
- [5] NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECHNOLOGY. *Standard Uncertainty and Relative Standard Uncertainty* [online]. [cit. 2023-12-16]. Dostupné z: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Info/Constants/definitions.html>
- [6] Jasper. *Shorthand error notation (with brackets) accros decimal point [duplicate]* [online]. [cit. 2023-12-16]. Dostupné z: <https://physics.stackexchange.com/questions/445141/shorthand-error-notation-with-brackets-accros-decimal-point>
- [7] *Turnaj mladých fyziků* [online]. [cit. 2023-12-16]. Dostupné z: <https://tmf.fzu.cz/tasks.php?y>
- [8] *Neodymium Magnet Grades* [online]. [cit. 2023-12-16]. Dostupné z: <https://totalelement.com/blogs/about-neodymium-magnets/neodymium-rare-earth-magnet-grades>
- [9] REICHL, Jaroslav a Martin VŠETIČKA. *Fyzické kyvadlo* [online]. [cit. 2023-12-16]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/206-fyzicke-kyvadlo>

- 
- [10] VAN ROSSUM, Guido, Drake VAN ROSSUM a L. FRED. *Python 3 Reference Manual*. Scotts Valley, CA: CreateSpace, 2009. ISBN 1441412697.
- [11] VIRTANEN, Pauli. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*. 2020(17), 261-272.
- [12] HARRIS, Charles R. Array programming with NumPy. *Nature*. 2020(585), 357–362.
- [13] HUNTER, John D. Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in science & engineering*. 2007, 9(3), 90-95.
- [14] VAN ROSSUM, Guido. *The Python Library Reference, release 3.8.2*. Python Software Foundation, 2020.
- [15] STAACKS, S; HÜTZ, S; HEINKE, H a STAMPFER, C. Advanced tools for smartphone-based experiments: phyphox. Online. *Physics Education*. 2018, roč. 53, č. 4. ISSN 0031-9120. Dostupné z: <https://doi.org/10.1088/1361-6552/aac05e>. [cit. 2023-12-17].
- [16] SHAFRANOVICH, Yakov. Common format and MIME type for comma-separated values (CSV) files. *RFC 4180, October*. 2005.

## SEZNAM OBRÁZKŮ

1	Spinner osazeným neodymovými magnety . . . . .	5
2	Tři interagující spinnery . . . . .	5
3	Tři námi vyhranění orientace magnetů . . . . .	6
4	Ilustrace spinneru společně s vyznačenými rozměry . . . . .	9
5	Ilustrace aparatury pro měření frekvence kmitů spinneru . . . . .	10
6	Nasnímaný průběh magnetické indukce v čase pro spinnerové kyvadlo . . .	10



## SEZNAM TABULEK

1	Nomenklatura . . . . .	4
2	Směrové vektory pro různé konfigurace . . . . .	7



## SEZNAM ÚSTŘIŽKŮ

./prilohy/snippets/c1.py . . . . .	11
1      Kód k analyzování spinenrového kyvadla . . . . .	12





## PŘÍLOHY

1. Videozáznam interakce nehybného a pomalého spinneru ..... **VID1**
2. Videozáznam interakce nehybného a rychláho spinneru ..... **VID2**
3. Videozáznam interakce 3 spinnerů ..... **VID3**