# **Lernzettel Mathe**

- Lernzettel Mathe
  - Analysis
    - \* Kurvendiskussion
    - \* e-Funktionen
    - \* Integration
  - Stochastik
  - Analytische Geometrie
    - \* Vektoren
    - \* Geraden
    - \* Ebenen

## **Analysis**

### Kurvendiskussion

- 1. Symmetrie
- 2. Nullstellen

$$f(x) = 0$$

#### 3. Extrema

$$f'(x)=0$$
 
$$f''(x_E)<0\Rightarrow {\sf Maximum}$$
 
$$f''(x_E)>0\Rightarrow {\sf Minimum}$$
 
$$f''(x_E)=0\Rightarrow {\sf keine\ Aussage}$$

## 4. Wendepunkte

$$f''(x)=0$$
 
$$f'''(x_W)<0\Rightarrow {\sf Wendepunkt(L-r)}$$
  $f'''(x_W)>0\Rightarrow {\sf Wendepunkt(R-l)}$   $f'''(x_W)=0\Rightarrow {\sf keine Aussage}$ 

### e-Funktionen

# Integration

Mit der Integration lässt sich der Flächeninhalt unter einer Funktion berechnen.

$$\int_{a}^{b} f(x)dx$$

Name	Bedeutung
a	untere Integrationsgrenze
b	obere Integrationsgrenze
f(x)	Integral
dx	Differenzial

## **Ableiten**

$$\frac{f(x) \qquad x^n}{f'(x) \quad n \cdot x^{n-1}}$$

## **Aufleiten**

$$\frac{f(x) \qquad x^n}{F(x) \quad \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1}}$$

## **Produktregel**

$$f(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$f' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

## Kettenregel

### **Stochastik**

## **Analytische Geometrie**

### Vektoren

## **Betrag eines Vektors**

Der Betrag eines Vektors ist die Länge eines seiner Pfeile.

Beispiel

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2\\4\\4 \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{36} = 6$$

## Skalarprodukt

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

 $ec{a}\cdotec{b}$  ist eine reelle Zahl

## Kreuzprodukt/Normalenvektor

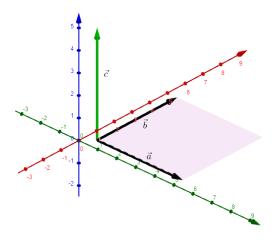


Figure 1: Kreuzprodukt

$$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}$$

# Winkel zwischen zwei Vektoren

## Geraden

# Geradengleichungen

Parametergleichung

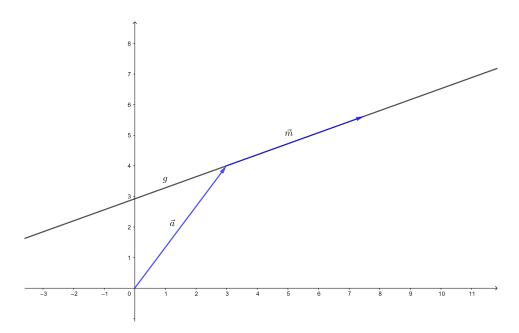


Figure 2: Parametergleichung

$$g: \vec{x} = \vec{a} + r \cdot \vec{m}$$

- $\vec{x}$ : beliebiger Raumvektor
- $\vec{a}$  : Stützvektor/Ortsvektor
- $\vec{m}$ : Richtungsvektor
- $\cdot r$ : Geradenparameter

## Normalenform

$$g: \vec{n}_g \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$$

- $\vec{x}$ : beliebiger Raumvektor
- $\vec{a}$ : Stützvektor/Ortsvektor
- $\vec{n}_g$ : Normalenvektor von g

## **Punkt auf der Gerade**

## Schnittpunkt zweier Geraden

### Schnittwinkel zweier Geraden

# **Schnittpunkt Gerade und Ebene**

## **Schnittwinkel Gerade und Ebene**

### **Ebenen**

# Ebenengleichung

Parameterform

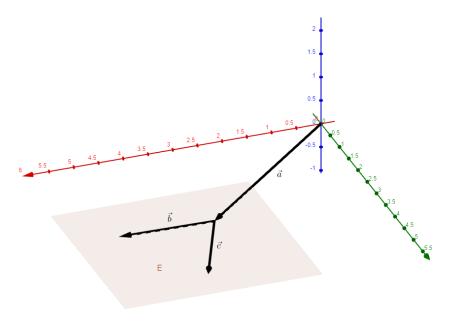


Figure 3: Parametergleichung

$$E: \vec{x} = \vec{a} + r \cdot \vec{b} + s \cdot \vec{c}$$

•  $\vec{x}$ : beliebiger Raumvektor

•  $\vec{a}$ : Stützvektor/Ortsvektor

•  $\vec{b}, \vec{c}$ : Richtungsvektor

• r, s: Ebenenparameter

Normalenform

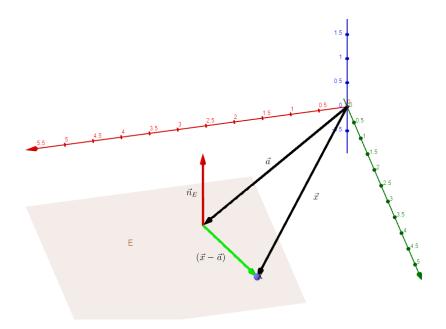


Figure 4: Parametergleichung

$$E: \vec{n}_E \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$$

- $\vec{x}$ : beliebiger Raumvektor
- $\vec{a}$ : Stützvektor/Ortsvektor
- $\vec{n}_E$  : Normalenvektor von E

# Koordinatenform

$$E: ax + by + cz = d$$

- ullet a,b,c: Koordinaten des Normalenvektors
- d: Skalarprodukt von  $\vec{n}$ (Normalenvektor) und  $\vec{a}$ (Stützvektor/Ortsvektor)

## **Schnittgerade zweier Ebenen**

## Schnittwinkel zweier Ebenen