

Bundeswettbewerb Informatik: Aufgabe 5

Lösungsidee

Es gibt insgesamt vier Typen von Steinblöcken bei der Pyramide: die Spitze (vier schräge Seitenflächen), Ecksteine (zwei schräge Seitenflächen), Kantensteine (eine schräge Seitenflächen) und Mittelsteine.

Mein Lösungsansatz ist es, an den Ecken der Pyramide in Luxor vier Teilpyramiden aufzubauen, die dann zu einer „verschmelzen“. Mit diesem Verfahren kann die Pyramide von Theben nach Luxor so umgezogen werden, dass nur die Spitze zwischengelagert werden muss.

Teilpyramiden

Die Ecksteine sind die Spitzen der vier Teilpyramiden.

Die vier Teilpyramiden sollen gleichmäßig aufgebaut werden, d.h die Teilpyramiden müssen möglichst gleich hoch sein. Der Höhenunterschied von der kleinsten zur höchsten Teilpyramide darf nicht größer als eine Ebene sein.

Für jede Ebene wird zunächst eine Teilpyramide geplant, bevor die Planung der nächsten Teilpyramide fortgesetzt wird.

Bauplan

Die Pyramide in Luxor wird nach einem Bauplan aufgebaut. Der Bauplan ist eine Liste von Koordinaten, die die Reihenfolge und Positionen der zu platzierenden Steinblöcke enthält.

Der Bauplan enthält die Informationen wie die vier Teilpyramiden Ebene für Ebene aufgebaut werden müssen.

Es werden die Steinblöcke ermittelt, die als Fundament für die zu platzierende Ecke benötigt werden. Die Koordinaten der Steinblöcke werden dem Bauplan hinzugefügt.

Umzug

Der Umzug beginnt mit dem Transport der Spitze in das Lager, weil diese nur als letztes in Luxor platziert werden kann. Dann wird die Pyramide in Luxor nach dem Bauplan aufgebaut. Der Bauplan wird von vorne abgearbeitet. Es wird versucht ein Steinblock an die erste Koordinate vom Bauplan zu platzieren. Dazu wird überprüft, ob der verlangte Blocktyp von der Pyramide in Theben abholbar ist. Ist dies nicht der Fall, wird solange versucht einen Steinblock an die nächste Koordinate vom Bauplan zu setzen, bis es möglich ist. Wurde ein Steinblock in Luxor platziert, wird die Koordinate aus dem Bauplan gelöscht und wieder von vorne begonnen. Zum Schluss wird die Spitze aus dem Lager geholt und in Luxor platziert.

Transporte

Die Anzahl der Transporte entspricht den Summen der Quadratzahlen von 1 bis N. Der Transport der Spitze in das Lager muss jedoch dazu addiert werden:

$$\text{Anzahl der Transporte} = \left(\sum_{k=1}^N k^2 \right) + 1 = \frac{N \cdot (N + 1) \cdot (2N + 1)}{6} + 1 \quad (\text{für } N > 1)$$

Programm-Dokumentation

Die Lösungsidee ist von mir in der Programmiersprache C umgesetzt worden.

Strukturen

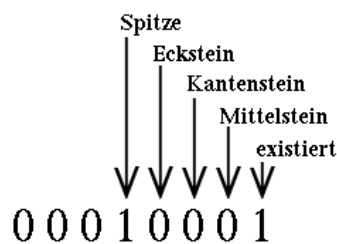
Zum Lösen dieser Aufgabe werden die Strukturen **koordinate**, **koordinatenliste**, **transport**, **transportliste**, **pyramide** und **pyramidenumzug** benötigt.

Die Struktur **pyramidenumzug** besteht aus zwei **pyramiden** und einer **transportliste**.

Die Struktur **pyramide** besteht aus einem dreidimensionalen **char**-Array, welches die Steinblöcke der Pyramide repräsentiert. Das Array wird zum einen dafür benötigt, um die Steinblöcke zu finden, die abgeholt werden können, zum anderen um zu prüfen, ob ein Steinblock an einer bestimmten Position platziert werden kann.

Das dreidimensionale Array wird so aufgebaut, dass es in der k-ten Ebene des Arrays ein zweidimensionales Array mit der Länge und Breite k gibt. Es wird also kein Array der Größe N^3 alloziert, denn dieses wäre zu speicherintensiv und würde nicht-benutzte Arrayelemente enthalten.

Die Informationen eines Steinblocks (Typ, Existenz) werden mithilfe von Bitmasken gesetzt. Dabei bedeuten die einzelnen Bits eines Arrayelements folgendes:



Ein Steinblock mit diesem Bitmuster repräsentiert also eine Spitze, die existiert. Bei der Spitze in Luxor wäre das letzte Bit dann nicht gesetzt, weil die Spitze dort noch nicht platziert wurde.

Bei der Pyramide in Luxor gilt ein Steinblock mit gesetztem Blocktyp als geplant.

Um den Blocktyp oder die Existenz eines Steinblocks zu setzen bzw. abzufragen kann man folgende Bitmasken verwenden:

00010000	⇒	Spitze
00001000	⇒	Eckstein
00000100	⇒	Kantenstein
00000010	⇒	Mittelstein
00000001	⇒	existiert

Des Weiteren enthält die Struktur **pyramide** die Anzahl der Ebenen der Pyramide und eine **koordinatenliste**. Bei der Pyramide in Theben enthält die **koordinatenliste** die Koordinaten der Steinblöcke, die als nächstes abgeholt werden. Bei der Pyramide in Luxor enthält die **koordinatenliste** den Bauplan für die Pyramide.

Die Struktur **koordinatenliste** ist eine einfach verkettete Liste, welche als Elemente die Struktur **koordinate** enthalten kann.

Die Struktur **koordinate** besteht aus drei **int**-Variablen, in denen die Positionen eines Steinblocks gespeichert werden können.

Die Struktur **transportliste** enthält **transport**-Strukturen als Listenelemente und die Anzahl der Transporte.

Die **transport**-Struktur steht für den Transport eines Steinblockes und enthält zwei Koordinaten (Ursprung und Ziel) und den Typ des Steinblockes.

Funktionen

Durch den Aufruf der Funktion **umzug** zieht die Pyramide um und die **transportliste** enthält nach dem Aufruf die notwendigen Transporte für den Pyramidenumzug. Durch die Funktion **print_transportliste** kann die **transportliste** dann als eine Anleitung für den Umzug auf den Bildschirm ausgegeben werden.

Zunächst wird in der Funktion **umzug** der Bauplan der Pyramide in Luxor mithilfe der Funktion **init_bauplan** erstellt.

Die Funktion **init_bauplan** durchläuft die Ebenen der Pyramide (beginnend in der untersten Ebene) und ruft für jede der vier Ecken die Funktion **steinblock_planen** auf.

Die Funktion **steinblock_planen** wird mit den Koordinaten eines Steinblockes aufgerufen, der platziert werden soll. Daraufhin wird rekursiv nach darunterliegenden Steinblöcken gesucht, die benötigt werden, um den Steinblock zu platzieren. Dabei werden bereits geplante Steinblöcke nicht beachtet. Das „existiert“-Bit der Steinblöcke wird durch diese Funktion nicht gesetzt. Die rekursiv gefundenen Steinblöcke werden der Koordinatenliste der Pyramide in Luxor hinzugefügt. Wird die Funktion **steinblock_planen** mit einem Steinblock aufgerufen, bei dem der Blocktyp nicht gesetzt ist, so wird der Blocktyp des Steinblocks bestimmt und platziert.

Nachdem der Bauplan erstellt wurde, wird dieser von vorne abgearbeitet, d.h. man versucht den ersten Steinblock im Bauplan zu setzen. Dabei muss immer wieder geprüft werden, ob ein Steinblock des verlangten Typs überhaupt von der Pyramide in Theben abgeholt werden kann. Wurde ein Steinblock gesetzt, wird dieser aus dem Bauplan gelöscht. Immer wenn ein Steinblock bewegt wird, wird auch eine **transport**-Struktur mit den Informationen des Transports der **transportliste** hinzugefügt.

Programm-Ablaufprotokoll

Das Programm **pyramide** wird mit der Anzahl der Schichten der Pyramide als Parameter aufgerufen. Um beispielsweise die Anleitung für einen Pyramidenumzug mit $N = 3$ Schichten zu erhalten ruft man das Programm mit dem Parameter 3 auf:

```
$ ./pyramide 3
```

Transport:

```
Spitze      von Theben (k = 1   x = 1   y = 1   ) zum Lager
Eckstein    von Theben (k = 2   x = 1   y = 1   ) nach Luxor (k = 3   x = 1   y = 1   )
Eckstein    von Theben (k = 2   x = 1   y = 2   ) nach Luxor (k = 3   x = 1   y = 3   )
Eckstein    von Theben (k = 2   x = 2   y = 1   ) nach Luxor (k = 3   x = 3   y = 1   )
Eckstein    von Theben (k = 2   x = 2   y = 2   ) nach Luxor (k = 3   x = 3   y = 3   )
Kantenstein von Theben (k = 3   x = 1   y = 2   ) nach Luxor (k = 3   x = 2   y = 1   )
Kantenstein von Theben (k = 3   x = 2   y = 1   ) nach Luxor (k = 3   x = 1   y = 2   )
Mittelstein von Theben (k = 3   x = 2   y = 2   ) nach Luxor (k = 3   x = 2   y = 2   )
Eckstein    von Theben (k = 3   x = 1   y = 1   ) nach Luxor (k = 2   x = 1   y = 1   )
Kantenstein von Theben (k = 3   x = 2   y = 3   ) nach Luxor (k = 3   x = 2   y = 3   )
Eckstein    von Theben (k = 3   x = 1   y = 3   ) nach Luxor (k = 2   x = 1   y = 2   )
Kantenstein von Theben (k = 3   x = 3   y = 2   ) nach Luxor (k = 3   x = 3   y = 2   )
Eckstein    von Theben (k = 3   x = 3   y = 1   ) nach Luxor (k = 2   x = 2   y = 1   )
Eckstein    von Theben (k = 3   x = 3   y = 3   ) nach Luxor (k = 2   x = 2   y = 2   )
Spitze      vom Lager      nach Luxor (k = 1   x = 1   y = 1   )
```

Anzahl Transporte: 15

Ausgegeben wird dann die Anleitung für den Umzug. Dort steht dann genau, welche Steinblöcke von der Pyramide in Theben nach Luxor transportiert werden müssen und wo ihr neuer Platz in Luxor ist. Der k-Wert der Koordinaten entspricht die Ebene der Pyramide und die x- und y-Werte die jeweilige Position des Steinblocks in der Ebene. Die Koordinaten haben die Form (k; x; y). Hierzu eine kleine Veranschaulichung einer Pyramide mit 3 Ebenen:

