Appunti di Fisica Sperimentale

Mattia Ruffini

Febbraio 2022

Indice

Parte I

Meccanica

Capitolo 1

Grandezze Fisiche

Nello studio della Fisica bastano solamente **poche regole fondamentali**. Non bisogna studiare le mille casistiche differenti, basta ricondursi al caso generale per risolvere un problema. La Fisica inoltre è una scienza **quantitativa**, ovvero si occupa solamente di quello che riesce a misurare. Misurare, come insegna la matematica, significa **confrontare una grandezza con un'unità di misura.** Dal 2019 il Sistema Internazionale (SI) è riuscito a definire tutte le grandezze fisiche con costanti universali. Per quanto riguarda la Meccanica sono tre le grandezze fondamentali: **tempo, lunghezza, massa**. Il tempo ovviamente si misura in s (secondi), lo spazio in m (metri) e la massa in chilogrammi Kg.

Il Tempo Nel 1799 il secondo è definito come $\frac{1}{86400}$ giorni, tuttavia come si sa a causa di fenomeni fisici e naturali il tempo di un giorno può variare, dunque questa definizione di secondo è obsoleta. Siamo nel 1967 quando si definisce il secondo attraverso le oscillazioni del Cesio 183, perchè questo emette una frequenza pari a $\nu = \frac{1}{9'192'632'770}$ ed è costante nell'universo. Un secondo quindi è definito come $1s = 9'192'632'770$ oscillazioni di Cesio 183.

Lunghezza Nel 1759 si definisce un metro come la 40 milionesima parte dell'equatore terrestre. Poichè la Terra non è una sfera perfetta questa definizione non è corretta secondo il SI. Dunque dal 1983 si definisce un metro come la distanza che la luce percorre in $\frac{1}{299'792'458s}$.

Massa La definizione di massa è legata alla **costante di Planck**. In particolare:

$$h = 6.0260015 \cdot 10^{-15} \frac{Kg \cdot m}{s^2}$$

Se espressa in elettronVolt la costante di Planck equivale a:

$$h = 4.14...eV$$

per questo motivo il **14 Aprile è la data del Quantum Day**.

Grandezze derivate Oltre alle grandezze fisiche fondamentali esistono le grandezze derivate. Un esempio ne è la velocità, definita come lo spazio percorso in un intervallo di tempo ($\frac{m}{s}$) oppure la forza ($\frac{Kg \cdot m}{s^2} = N$). Un ottimo modo per verificare se i nostri calcoli o supposizioni sono corrette è eseguire l'analisi dimensionale.

Grandezze adimensionali Esistono grandezze adimensionali, un esempio sono gli angoli in radianti definiti come

$$\theta = \frac{l}{r}$$

dove r è il raggio della circonferenza mentre l è la lunghezza dell'arco individuato dall'angolo θ. Una regola importante in fisica è che **l'argomento di qualsiasi funzione trigonometrica deve essere adimensionale**. Allo stesso modo **anche l'argomento di una funzione esponenziale deve essere adimensionale**. Esempi con il moto armonico o l'intensità di un fascio luminoso attraverso un mezzo:

$$x(t) = Acos(\omega \cdot t)$$
$$I_0 = Ie^{-\alpha x}$$

dove α sarà una costante con unità di misura $\frac{1}{m}$ se x è la lunghezza del mezzo attraverso cui passa il fascio luminoso.

1.1 Operazioni con cifre significative

Le cifre significative indicano l'accuratezza con cui conosciamo una certa quantità.

Moltiplicazione Con una moltiplicazione si tiene il numero di cifre significative del numero che ne ha meno.

Somma Nella somma invece si tiene il numero di cifre decimali che ne ha di più (togliendo gli zeri iniziali). Esempi:

$$3.12 + 2.21 = 5.33$$

$$10.12 + 2.21 = 12.33$$

$$9.42 \cdot 10^{-2} + 7.6 \cdot 10^{-3} = 9.42 \cdot 10^{-2} + 0.76 \cdot 10^{-2} = 10.18 \cdot 10^{-2}$$

Capitolo 2

Cinematica

La prima parte del corso di Fisica Sperimentale riguarda la **meccanica**, che ha sua volta è composta da **cinematica e dinamica** . La cinematica è la descrizione matematico-geometrica del mondo. La dinamica invece studia *le cause del moto*.
Per entrare nella cinematica innanzitutto ci serve un **sistema di riferimento** per la descrizione del moto. (perchè questo dipende dall'osservatore). L'esempio storico è il fatto che il moto di Marte dalla terra è un moto ciclico, mentre il moto di Marte dal sole è ellittico. Innanzitutto si definisce la traiettoria del moto come **il luogo dei punti occupati in diversi istanti di tempo da un oggetto**.

Data una qualsiasi traiettoria, dati un ascissa curvilinea e un istante di tempo indica dove si trova il punto sulla traiettoria. Da questa definizione nasce la **legge oraria del moto** $s(t)$.

2.1 Legge oraria, velocità e accelerazione

La legge oraria in funzione del tempo indica la distanza del corpo dall'origine. Definiamo:

$$\Delta t = t_1 - t_0$$

$$\Delta s = s(t_1) - s(t_0)$$

Il rapporto tra queste due grandezze definisce la velocità media:

$$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{2.1}$$

ed equivale al coefficiente angolare della retta passante per i due punti agli istanti t_1 e t_0.

La velocità scalare istantanea Si definisce **velocità scalare istantanea** come

$$v_s(t) = \lim_{t_1 \to t_0} \frac{s(t_1) - s(t_0)}{t_1 - t_0} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} s'(t) \tag{2.2}$$

perchè è la definizione di limite del rapporto incrementale.

Accelerazione scalare In modo analogo per la velocità istantanea l'accelerazione è definita come:

$$a_s(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = v'(t) \tag{2.3}$$

Si può continuare a derivare, in particolare la derivata dell'accelerazione è chiamata **strappo**, ma è utilizzata in campi differenti da quelli della cinematica.

Dall'accelerazione si possono ricavare velocità e legge oraria attraverso l'integrale.

$$\int_{t_0}^{t_1} v_s = \int_{t_0}^{t_1} a_s dt \tag{2.4}$$

$$\int_{t_0}^{t_1} d_s = \int_{t_0}^{t_1} v_s dt \tag{2.5}$$

Segno della velocità

- Se $v > 0$ il punto si muove in avanti;
- Se $v < 0$ il punto si muove indietro;
- Se $v = 0$ il punto si trova nel **momento di inversione del moto**;

Segno di velocità ed accelerazione

- $a > 0, v > 0$ la velocità aumenta in modulo e il corpo si sposta in avanti;
- $a < 0, v > 0$ la velocità diminuisce in modulo ma il corpo continua ad andare avanti;
- $a < 0, v < 0$ la velocità aumenta in modulo **ma con segno negativo**;
- $a = 0$ si ha il massimo modulo della velocità;

2.2 Moto uniforme

Nel moto uniforme la velocità del corpo è **costante**. Di conseguenza la legge oraria:

$$\int_0^t d_s = \int_0^t v_s dt$$
$$s(t) - s_0 = v_0 t$$
$$s(t) = s_0 + v_0 t$$

2.3 Moto uniformemente accelerato

Nel moto uniformemente accelerato invece è l'accelerazione ad essere costante. Da ciò si ricavano la velocità istantanea e le leggi orarie. Velocità:

$$\int_0^t v_s = \int_0^t a_s dt$$
$$v(t) = v_0 + at$$

Legge oraria:

$$\int_0^t d_s = \int_0^t v_s dt$$
$$s(t) - s_0 = \int_0^t (v_0 + at) dt$$
$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Per sapere se un moto è uniformemente accelerato basta osservare se lo spazio percorso è proporzionale al quadrato del tempo. Ovvero se consideriamo un corpo che scivola lungo un piano inclinato in un intervallo di tempo compie una distanza percorsa Δs. Se raddoppiamo il tempo allora quadruplica la distanza percorsa.

2.4 Formula senza il tempo

Dalla velocità ricaviamo il tempo

$$t = \frac{v(t) - v_0}{a} \tag{2.6}$$

A questo punto sostituiamo il tempo nella legge oraria del moto uniformemente accelerato:

$$s(t) = s_0 + v_0(\frac{v(t) - v_0}{a}) + \frac{1}{2}a(\frac{v(t) - v_0}{a})^2 \tag{2.7}$$

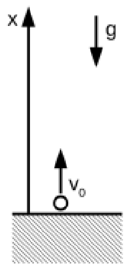
$$a(s - s_0) = v_0 v - (v_0)^2 + \frac{1}{2}(v^2 - 2vv_0 + v_0^2) \tag{2.8}$$

$$2a\Delta s = v^2 - v_0^2 \tag{2.9}$$

Cenno storico Tutti i gravi, oggetti in caduta, cadono con accelerazione costante $g = 9.81\frac{m}{s^2}$, e quando è solamente la forza peso ad essere esercitata su di essi (senza attriti come quello dell'aria), cadono allo stesso momento.

2.5 Lancio e caduta di un grave

Il lancio e la caduta di un grave è un tipo di moto rettilineo uniformemente accelerato. Consideriamo un sistema di riferimento di questo tipo:



Poichè la parte positiva del nostro asse punta verso l'alto, allora l'accelerazione esercitata dalla Terra sarà negativa. Per prima cosa si scrivono la legge oraria e la velocità in funzione del tempo:

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{2.10}$$

$$v = v_0 - gt \tag{2.11}$$

dobbiamo trovare l'altezza massima e l'istante in cui il corpo raggiunge l'altezza massima (h_{max}, t_{max}).

Metodo 1 Nel momento di inversione di moto, la velocità istantanea sarà nulla, dunque

$$
\begin{aligned}
0 &= v_0 - g t_{max} \\
\Rightarrow t_{max} &= \frac{v_0}{g} \\
h_{max} = h_0 + v_0 \frac{v_0}{g} &- \frac{1}{2} g (\frac{v_0}{g})^2 \\
\Rightarrow h_{max} &= \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}
\end{aligned}
$$

Metodo 2 In questo caso utilizziamo la formula senza il tempo:

$$
\begin{aligned}
-2 h_{max} g &= v^2 (= 0) - v_0^2 \\
\Rightarrow h_{max} &= \frac{v_0^2}{g}
\end{aligned}
$$

e poi si ricava il tempo dalla legge oraria o dalla velocità.

Tempo di caduta Per calcolare il tempo di caduta bisogna porre la posizione finale del corpo nulla (ovvero uguale a quella iniziale).

$$
\begin{aligned}
0 &= v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\
\Rightarrow t = 0, t &= \frac{2 v_0}{g}
\end{aligned}
$$

e da questo tempo si può trovare la velocità di caduta, che avrà modulo sicuramente diverso da zero e verso opposto a quello positivo del nostro sistema di riferimento.

2.6 Moto Bidimensionale

Nel moto bidimensionale si va a considerare il vettore $\Delta \vec{r} = r(\vec{t_1}) - r(\vec{t_0})$ dove per $\vec{r}$ si intende il vettore posizione che indica in che punto si trova il corpo nello spazio se guardiamo la traiettoria su u piano cartesiano. Detto questo si può calcolare la velocità scalare del corpo:

$$\vec{v} = \frac{dr(\vec{t})}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

ovvero il vettore velocità ha **direzione tangente alla traiettoria** e **verso contiguo alla direzione del moto**. Per trovare il modulo del vettore velocità posso considerare il moto come composizione di moti rettilinei e curvilinei. Questa operazione è possibile perchè ogni curva può essere approssimata ad una circonferenza per il cerchio osculatore. Consideriamo un qualsiasi arco di circonferenza: avrà un raggio R, un'ampiezza $\Delta\theta$ e l'arco di circonferenza Δs equivale alla differenza della posizione finale e quella iniziale ricavate dalla legge oraria. Il modulo del vettore $\Delta\vec{r}$ sarà

$$|\Delta\vec{r}| = 2R\sin\frac{\Delta\theta}{2} \tag{2.12}$$

sostituendo questa uguaglianza nel limite del rapporto incrementale si ha:

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \tag{2.13}$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{2R\sin\frac{\Delta\theta}{2}}{\frac{\Delta\theta}{2}}\cdot\frac{\frac{\Delta\theta}{2}}{\Delta t} \tag{2.14}$$

Ovviamente se $\Delta t\to 0, \Delta\theta\to 0$, quindi si ha;

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{R\Delta\theta}{\Delta t} \tag{2.15}$$

poichè $\Delta s = R\Delta\theta$ per definizione di radiante:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = v_s \tag{2.16}$$

ovvero il suo modulo è quello della velocità scalare. Per scrivere il vettore velocità quindi si utilizza **un sistema di riferimento intrinseco alla traiettoria**. Ovvero immaginiamo un vettore unitario $\vec{u_t}$ tangente a ogni punto della traiettoria. Allora:

$$\vec{v} = v_s\vec{u_t} \tag{2.17}$$

molto importante è ricordare che $\vec{u_t}$ cambia direzione e verso ad ogni istante della traiettoria, cioè è in funzione del tempo.

Vettore accelerazione Per trovare il vettore accelerazione consideriamo la nostra traiettoria in un sistema di riferimento fisso. Quindi il vettore posizione in un instante può essere scomposto nel modo seguente:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} \tag{2.18}$$

Per definizione la velocità scalare equivale a:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{2.19}$$

$$= \frac{dx(t)}{dt} \cdot \vec{i} + x(t) \cdot \frac{d\vec{i}}{dt} + \frac{dy(t)}{dt} \cdot \vec{j} + y(t) \cdot \frac{d\vec{j}}{dt} \tag{2.20}$$

$$= \frac{dx(t)}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy(t)}{dt} \cdot \vec{j} \tag{2.21}$$

Le componenti $x(t) \cdot \frac{d\vec{i}}{dt}$ e $y(t) \cdot \frac{d\vec{j}}{dt}$ sono nulle perchè il sistema di riferimento è fisso, la loro direzione, verso e modulo è costante. $\vec{v}$ è ancora una volta tangente alla traiettoria. Ora che abbiamo il vettore velocità è possibile trovare l'accelerazione vettoriale, divisa in sue componenti:

- Componente tangente alla traiettoria:

$$\frac{dv_s}{dt}\vec{u_t} \tag{2.22}$$

- Componente radiale (perpendicolare) alla traiettoria:

$$v_s\frac{d\vec{u_t}}{dt} = \frac{v_s^2}{R} \cdot \vec{u_n} \tag{2.23}$$

  dove $\vec{u_n}$ è il vettore normale alla traiettoria.

N.B. La componente radiale dell'accelerazione è presente **solamente quando la direzione del vettore $\vec{u_t}$ cambia nel tempo, altrimenti questa componente è nulla. La componente radiale dell'accelerazione è detta accelerazione centripeta**.

$$\vec{a}(t) = a_t\vec{u_t} + a_c\vec{u_n} \tag{2.24}$$

$$a_t = \frac{dv_s}{dt} \tag{2.25}$$

$$a_c = \frac{v_s^2}{R} \tag{2.26}$$

Calcolo della componente centripeta dell'accelerazione Consideriamo il vettore $v_s\frac{d\vec{u_t}}{dt}$. Il modulo di questo vettore è dato dalla variazione del vettore $\vec{u_t}$ nel tempo.

$$\Delta\vec{u_t} = 2|\vec{u_t}|\sin(\frac{\Delta\theta}{2})$$

quindi possiamo riscrivere il limite del rapporto incrementale:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{u_t}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2|\vec{u_t}| \sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\frac{\Delta\theta}{2}} \cdot \frac{\frac{\Delta\theta}{2}}{\Delta t} \tag{2.27}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\frac{\Delta s}{R}}{dt} = \frac{v_s}{R} \tag{2.28}$$

$$\Rightarrow v_s \frac{d\vec{u_t}}{dt} = \frac{v_s^2}{R} \tag{2.29}$$

2.7 Moto circolare uniforme

Nel moto circolare uniforme un corpo si muove lungo una traiettoria circolare. Si definiscono velocità ed accelerazione per questo moto:

- $$\vec{v} = v_s \vec{u_t}$$
- $$\vec{a} = \frac{dvs}{dt}\vec{u_t} + \frac{v_s^2}{R}\vec{u_n}$$

Possiamo riscrivere le equazioni del moto circolare con **coordinate angolari** anzichè utilizzare ascisse curvilinee.

$$\theta = \frac{s(t)}{R}$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\frac{s(t)}{R}}{R} = \frac{v_s}{R}$$

Nel caso del moto circolare uniforma se v_s è costante anche ω sarà costante, ed è chiamata **velocità angolare**. Inoltre vale $\theta = \omega t$. Il tempo del periodo è definito come

$$2\pi = \omega T$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = Hz$$

Velocità angolare, raggio e velocità sono legati dal seguente prodotto vettoriale:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} \tag{2.30}$$

mentre l'accelerazione:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{2.31}$$

$$= \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{R})}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{R}}{dt} \tag{2.32}$$

$$= \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}) \tag{2.33}$$

e $|\vec{a}| = \omega^2 R$

2.8 Moto circolare uniformemente accelerato

Nel moto circolare uniformemente accelerato l'accelerazione a_s tangente alla traiettoria è costante. Si avrà dunque:

$$\vec{a} = a_s \vec{u_t} + \frac{v_s^2}{R}\vec{u_n} \tag{2.34}$$

e le leggi orarie saranno:

$$a_s = cost \tag{2.35}$$

$$v_s = v_0 + a_s t \tag{2.36}$$

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_s t^2 \tag{2.37}$$

Possiamo riscrivere le leggi del moto con una descrizione angolare. In particolare si definisce

$$v = \omega R$$

$$\rightarrow \frac{d\omega(t)}{dt} R = \alpha$$

dove α è l'accelerazione angolare scalare. Il vettore accelerazione sarà definito come

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} \tag{2.38}$$

$$\rightarrow \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{R})}{dt} \tag{2.39}$$

$$= \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{R}}{dt} \tag{2.40}$$

$$\vec{\alpha} \times \vec{R} - \omega^2 \vec{R} \tag{2.41}$$

2.9 Moto parabolico

Il moto parabolico è la composizione di un moto rettilineo uniforme lungo l'asse delle ascisse e un moto rettilineo uniformemente accelerato lungo le ordinate. Le leggi orarie:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \tag{2.42}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos\theta \\ v_y(t) = v_0 \sin\theta + a_y t \end{cases} \tag{2.43}$$

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 \cos\theta t \\ y(t) = y_0 + v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \tag{2.44}$$

La traiettoria del moto parabolico può essere trovata se si trova il tempo da una legge oraria e lo si sostituisce nell'altra.

$$\begin{cases} t = \frac{x-x_0}{v_0 \cos\theta} \\ y(t) = y_0 + v_0 \sin\theta \frac{x-x_0}{v_0 \cos\theta} - \frac{1}{2} g (\frac{x-x_0}{v_0 \cos\theta})^2 \end{cases} \tag{2.45}$$

$$\begin{cases} t = \frac{x-x_0}{v_0 \cos\theta} \\ y(t) = y_0 + (x - x_0) \tan\theta - \frac{1}{2} g (\frac{x-x_0}{v_0 \cos\theta})^2 \end{cases} \tag{2.46}$$

che è una parabola. Nel moto parabolico l'ordinata più alta è raggiunta nel momento di inversione del moto, dunque si trova il tempo di altezza massima quando la velocità lungo le ordinate è nulla, e dal tempo con la legge oraria si ricava l'altezza massima.
Per trovare la gittata si trova il tempo quando le ordinate sono nulle (due soluzioni. una accettabile l'altra no). La gitta più lunga si ha quando l'angolo iniziale della velocità è di $\frac{\pi}{4}$.

Parte II

Termodinamica

Parte III

Elettromagnetismo e Onde