

第十周第一次作业

姓名: 学号:

习题 3.2.12. (1) 验证 $\mathbb{G}_a(X, Y) = X + Y$ 是形式群.(2) 验证 $\mathbb{G}_m(X, Y) = X + Y + XY$ 是形式群.(3) 设 $f(X) = a_1X + a_2X^2 + \cdots \in R[[X]]$, $a_1 \in R^\times$, 则存在 $f^{-1}(X) \in R[[X]]$ 使得 $f(f^{-1}(X)) = f^{-1}(f(X)) = X$. 此时 $\mathcal{F}(X, Y) = f^{-1}(f(X) + f(Y))$ 是形式群.

证明.

□

习题 3.2.13. 设 R 是 \mathbb{Q} 代数. 对于任意 R 上形式群 \mathcal{F} , 存在唯一的形式群同构 $\log_{\mathcal{F}} : \mathcal{F} \xrightarrow{\sim} \mathbb{G}_a$, 使得 $\log_{\mathcal{F}}(X) \equiv X \pmod{\deg 2}$.

证明.

□

习题 3.2.14. $\log_{\mathbb{G}_m} = \log(1 + X) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{X^n}{n}$.

证明.

□