

中国科学技术大学试卷 (A)

2019 ~ 2020 学年第二学期

代数数论 (MA05109)

1. (10 分) 求 $\mathbb{Q}(\alpha)$, $\alpha^3 = 5$ 的判别式和整数环.
2. (10 分) 证明 $x^3 - 2$ 在 \mathbb{Q}_5 中只有一个根, 请问它模 5^3 是多少?
3. (15 分) 求 $2, 3, 7$ 在 $\mathbb{Q}(\zeta_{42})$ 中的分歧指数和惯性指数.
4. (15 分) 求 $2, 3, 7$ 在 $\mathbb{Q}(\zeta_{42})$ 中的分解域和惯性域.
5. (20 分) 求 $\mathbb{Q}(\sqrt{7})$ 的基本单位; 求 $\mathbb{Q}(\sqrt{-5}), \mathbb{Q}(\sqrt{7}), \mathbb{Q}(\sqrt{-21})$ 的类数.
6. (15 分) 设 χ_{-21} 为 $\mathbb{Q}(\sqrt{-21})$ 的非平凡狄利克雷特征, 求 $L(1, \chi_{-21})$.
7. (15 分) 如果 $n = x^2 + 7y^2$ 有有理数解 $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$, 则正整数 n 的素因子分解是什么形式?

中国科学技术大学试卷 (B)

2019 ~ 2020 学年第二学期

代数数论 (MA05109)

1. (10 分) 求 $\mathbb{Q}(\alpha)$, $\alpha^3 = 6$ 的判别式和整数环.
2. (10 分) 证明 $x^3 - 6$ 在 \mathbb{Q}_5 中只有一个根, 请问它模 5^3 是多少?
3. (15 分) 求 $2, 5, 7$ 在 $\mathbb{Q}(\zeta_{35})$ 中的分歧指数和惯性指数.
4. (15 分) 求 $2, 5, 7$ 在 $\mathbb{Q}(\zeta_{35})$ 中的分解域和惯性域.
5. (20 分) 求 $\mathbb{Q}(\sqrt{6})$ 的基本单位; 求 $\mathbb{Q}(\sqrt{-7}), \mathbb{Q}(\sqrt{6}), \mathbb{Q}(\sqrt{-35})$ 的类数.
6. (15 分) 设 χ_{-35} 为 $\mathbb{Q}(\sqrt{-35})$ 的非平凡狄利克雷特征, 求 $L(1, \chi_{-35})$.
7. (15 分) 如果 $n = x^2 - 11y^2$ 有有理数解 $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$, 则非零整数 n 的素因子分解是什么形式?