

姓名: 张三

学号: BA00000000

习题 1.2.28. 研究下列域的无穷素位:

1. 二次域  $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ , 其中  $d \neq 0, 1$  为无平方因子整数.
2. 分圆域  $\mathbb{Q}(\zeta)$ , 其中  $\zeta = e^{2\pi i/n}$ ,  $n$  为正整数.
3. 三次域  $\mathbb{Q}(\gamma)$ .

解答.

□

习题 1.3.7. 设  $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$  为  $\mathcal{O}$  的分式理想.

- (1)  $\mathfrak{a}\mathfrak{b} = \left\{ \sum_{i=1}^n a_i b_i \mid a_i \in \mathfrak{a}, b_i \in \mathfrak{b} \right\}$  是一个分式理想.
- (2)  $\mathfrak{a}^{-1} = \{x \in K \mid x\mathfrak{a} \subseteq \mathcal{O}\}$  是一个分式理想.

证明.

□

习题 1.3.10. 分式理想全体构成一个交换群  $\mathcal{J}_K$ , 幺元为  $(1) = \mathcal{O}_K$ .

证明.

□

习题 1.3.12. 设  $d \neq 0, 1$  是平方自由的整数,  $K = \mathbb{Q}(\sqrt{d})$ . 对于素数  $p \nmid 2d$ ,  $p\mathcal{O}_K$  是素理想当且仅当  $x^2 \equiv d \pmod{p}$  无解.

证明.

□

习题 1.3.13. 自选 [Neu] 习题 1.3.4 至 1.3.10 的若干题.

证明.

□

习题 1.4.3.  $\text{vol}(\Gamma) = \sqrt{|\det \langle v_i, v_j \rangle|}$  且不依赖于基的选取.

证明.

□