

# 合肥工业大学 试卷 (A)

共 1 页第 1 页

2021~2022 学年第 二 学期 课程代码 034Y01 课程名称 数学(下) 学分 5 课程性质: 必修 ☒ 选修 ☐ 限修 ☐ 考试形式: 开卷 ☐ 闭卷 ☒

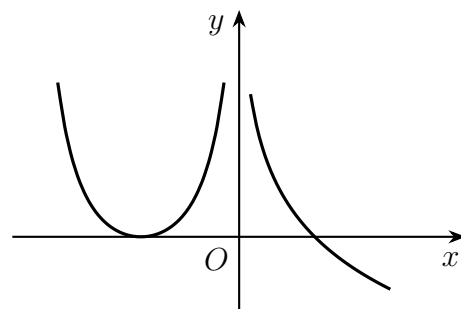
专业班级(教学班) 少数民族预科班 考试日期 2022 年 6 月 18 日 8:00-10:00 命题教师 集体 系(所或教研室)主任审批签名

## 一、填空题(每题 3 分, 共 18 分)

1. 如果  $f(x) > 0$  且  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow \infty} [1 + f(x)]^{1/f(x)} =$ \_\_\_\_\_.
2. 设  $y = \sin(x^2 + 1)$ , 则  $dy =$ \_\_\_\_\_.
3. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2 - 1} + \frac{2}{n^2 - 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 - n} \right) =$ \_\_\_\_\_.
4. 曲线  $y = 2 \ln(x + 1)$  在点  $(1, 2 \ln 2)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.
5. 若  $e^{y-1} = 1 + xy$ , 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ \_\_\_\_\_.
6. 如果函数  $f(x)$  的定义域是  $(0, +\infty)$ , 且  $x = 0$  是曲线  $y = f(x)$  的垂直渐近线, 那么  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{f(x)} =$ \_\_\_\_\_.

## 二、选择题(每题 3 分, 共 18 分)

1. 当  $x \rightarrow +\infty$  时,  $\frac{1}{x}$  和 ( ) 是等价无穷小.  
A.  $\sin \frac{1}{x}$  B.  $\sin x$  C.  $e^{-x}$  D.  $e^{1/x}$
2. 若当  $x \rightarrow 0$  时,  $\arctan(e^x - 1) \cdot (\cos x - 1)$  和  $x^n$  是同阶无穷小, 则  $n =$  ( ).  
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
3. 设  $f(x) = \arctan \frac{1}{x(x-1)^2}$ , 则  $x = 0$  是  $f(x)$  的 ( ).  
A. 可去间断点 B. 跳跃间断点  
C. 第二类间断点 D. 连续点
4. 设  $f(x)$  是定义在  $(-\infty, +\infty)$  上的连续函数, 且  $f'(x)$  的图像如下图所示, 则  $f(x)$  有 ( ).  
A. 一个极大值点, 没有极小值点  
B. 没有极大值点, 一个极小值点  
C. 一个极大值点和一个极小值点  
D. 一个极大值点和两个极小值点



5. 设函数  $f(x)$  在点  $x = 0$  处可导, 且  $f(0) = 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^{2022}) + x^{2021}f(x)}{x^{2022}} =$  ( ).  
A. 0 B.  $f'(0)$  C.  $2f'(0)$  D.  $2022f'(0)$
6. 如果点  $(x_0, y_0)$  是曲线  $y = f(x)$  的拐点, 则  $f''(x_0) =$  ( ).  
A. 0 B.  $\infty$  C. 不存在 D. 0 或不存在

## 三、解答题(每题 8 分, 共 64 分)

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$ .
2. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\arcsin x^2}$ .
3. 设  $\begin{cases} x = t^2 + t \\ y = t^3 + t \end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$  和  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .
4. 设  $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x}, & x < 0, \\ x^2 + ax + b, & x \geq 0. \end{cases}$  求常数  $a, b$  使得函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内可导, 并求出此时曲线  $y = f(x)$  的渐近线.
5. 求函数  $f(x) = x^3 - x^2 - x$  在区间  $[-2, 2]$  上的最大值和最小值.
6. 证明: 当  $-\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < \frac{\pi}{2}$  时,  $\tan x_2 - \tan x_1 \geq x_2 - x_1$ .
7. 设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内可导, 且  $f(1) = 0$ . 证明: 存在  $\xi \in (0, 1)$  使得  $\xi f'(\xi) + 2022f(\xi) = 0$ .
8. 设函数  $f(x) = \ln x + \frac{2}{x^2}, x \in (0, +\infty)$ . 求  
(1) 函数  $f(x)$  的增减区间及极值;  
(2) 曲线  $y = f(x)$  的凹凸区间及拐点.