## 中国科学技术大学试卷(A)

2019~2020 学年第 二 学期

代数数论 (MA05109)

- **1.** (10 分) 求  $\mathbb{Q}(\alpha)$ ,  $\alpha^3 = 5$  的判别式和整数环.
- **2.** (10 分) 证明  $x^3 2$  在  $\mathbb{Q}_5$  中只有一个根, 请问它模  $5^3$  是多少?
- **3.** (15 分) 求 2,3,7 在  $\mathbb{Q}(\zeta_{42})$  中的分歧指数和惯性指数.
- **4.** (15 分) 求 2,3,7 在  $\mathbb{Q}(\zeta_{42})$  中的分解域和惯性域.
- **5.** (20 分) 求  $\mathbb{Q}(\sqrt{7})$  的基本单位; 求  $\mathbb{Q}(\sqrt{-5}), \mathbb{Q}(\sqrt{7}), \mathbb{Q}(\sqrt{-21})$  的类数.
- **6.** (15 分) 设  $\chi_{-21}$  为  $\mathbb{Q}(\sqrt{-21})$  的非平凡狄利克雷特征, 求  $L(1,\chi_{-21})$ .
- 7. (15 分) 如果  $n = x^2 + 7y^2$  有有理数解  $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$ , 则正整数 n 的素因子分解是什么形式?

## 中国科学技术大学试卷(B)

2019~2020 学年第 二 学期

代数数论 (MA05109)

- **1.** (10 分) 求  $\mathbb{Q}(\alpha)$ ,  $\alpha^3 = 6$  的判别式和整数环.
- **2.** (10 分) 证明  $x^3 6$  在  $\mathbb{Q}_5$  中只有一个根, 请问它模  $5^3$  是多少?
- **3.** (15 分) 求 2,5,7 在  $\mathbb{Q}(\zeta_{35})$  中的分歧指数和惯性指数.
- **4.** (15 分) 求 2,5,7 在  $\mathbb{Q}(\zeta_{35})$  中的分解域和惯性域.
- **5.** (20 分) 求  $\mathbb{Q}(\sqrt{6})$  的基本单位; 求  $\mathbb{Q}(\sqrt{-7}), \mathbb{Q}(\sqrt{6}), \mathbb{Q}(\sqrt{-35})$  的类数.
- **6.** (15 分) 设  $\chi_{-35}$  为  $\mathbb{Q}(\sqrt{-35})$  的非平凡狄利克雷特征, 求  $L(1,\chi_{-35})$ .
- 7. (15 分) 如果  $n = x^2 11y^2$  有有理数解  $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$ , 则非零整数 n 的素因子分解是什么形式?