

第六周第二次作业

姓名: 学号:

习题 2.4.39. 设 k 是一个域, 计算 $\Omega_{A/k}^1$, $A = k[x, y], k[x]/(x^2+1), k[x, y]/(xy-1), k(x)$.

解.

□

习题 2.4.40. 证明对于任意交换的 A 代数 A' , $\Omega_{B \otimes_A A'/A'}^1 = \Omega_{B/A}^1 \otimes_A A'$.

证明.

□

习题 2.4.42. 如果 $S \subset A$ 是一个乘法集, 则 $\mathfrak{d}_{S^{-1}B/S^{-1}A} = S^{-1}\mathfrak{d}_{B/A}$.

证明.

□

习题 2.4.43. 如果戴德金环 R 只有有限多个素理想, 则 R 是主理想整环.

证明.

□

习题 2.4.47. (1) 证明 $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 8 \in \mathbb{Q}[x]$ 是不可约多项式. 令 θ 是它的一个根, $K = \mathbb{Q}(\theta)$.

(2) 证明 2 在 K 中完全分解.

(3) 对每个 $\alpha \in \mathcal{O}_K$, $\{1, \alpha, \alpha^2\}$ 是偶数, 因此它不可能是一组整基.

证明.

□