

第三周第二次作业

姓名: 学号:

习题 2.2.18. 在 \mathbb{Q}_7 中 $\sum_{n \geq 0} \binom{\frac{1}{2}}{n} \left(\frac{7}{9}\right)^n$ 是多少?

解.

□

习题 2.2.18. 设 K 的特征为 0. 如果其剩余域特征为 0, 令 $\epsilon = 1$; 如果其剩余特征为 p , 令 $\epsilon = |p|^{\frac{1}{p-1}}$. 则

$$\exp(x) := \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$$

的收敛区域为 $U(0, \epsilon)$,

$$\log(x) := \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} (x-1)^n$$

的收敛区域为 $U(1, 1)$. 于是我们有群同构

$$\exp : U(0, \epsilon) \xrightarrow{\sim} U(1, \epsilon),$$

其逆为 \log .

证明.

□

习题 2.2.24. 令 $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1$, $P_0 = (-1, 0)$, 计算 $V(f)$.

解.

□

习题 2.2.25. 当 $k = \infty$ 时如何处理? 是否有统一的做法?

解.

□

习题 2.2.26. 令 $g(x, y, z) = x^2 + y^2 - 5z^2$, 计算 $V(g)$.

解.

□

习题 2.2.30. (1) 证明 $(a, b)_v = (b, a)_v, (a, -a)_v = (a, 1-a)_v = 1$.

(2) 证明 $(a, b)_\infty = 1$ 当且仅当 $a > 0$ 或 $b > 0$.

证明.

□

习题 2.2.31. 如果 $p \nmid ab$, 则 $(a, pb)_p = \left(\frac{a}{p}\right), (pa, pb)_p = (-ab, p)_p$.

证明.

□

习题 2.2.35. 何时 $x^2 + 26y^2 = n \neq 0$ 有有理点?

证明.

□