

合 肥 工 业 大 学 试 卷 (A)

共 1 页第 1 页

2021~2022 学年第 二 学期 课程代码 034Y01 课程名称 数学(下) 学分 5 课程性质:必修☒、选修 ☐ 限修 ☐ 考试形式:开卷 ☐ 闭卷☒

专业班级(教学班) _____ 考试日期 2022 年 6 月 18 日 8:00-10:00 命题教师 集体 系(所或教研室)主任审批签名 _____

1. (10 分) 求函数 $f(x) = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} + \arctan \frac{1}{x}$ 的定义域.
2. (5 分) 求函数 $y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ 1 + e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$ 的反函数.
3. (10 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0^-} (1-x)^{\frac{1}{x}}$.
4. (5 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x^3+8}$.
5. (5 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^{-x}-1)}{\arctan(1-\cos x)}$.
6. (5 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x-x^2}-\sqrt{1-2x+x^2}}{x}$.
7. (5 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)-2 \ln x}}$.
8. (5 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{e^x-1} - \arctan \frac{x}{2} \right)$.
9. (5 分) 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+2} + \frac{2}{n^2+4} + \cdots + \frac{n}{n^2+2n} \right)$.
10. (5 分) 设 $a_1 = 4, a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$, 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 存在并求之.
11. (10 分) 证明 $e^x + x = 4$ 在 $(0, +\infty)$ 内有零点.
12. (5 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上连续, 且 $f(-1) \leq 1 \leq f(1)$. 证明存在 $\xi \in [-1,1]$, 使得 $f(\xi) = \xi^2$.
13. (10 分) 求 $y = e^{x+1} \sin x - e^2 \sin 1$ 的导数.
14. (5 分) 求 $y = \arctan e^x$ 的导数.
15. (5 分) 求曲线 $y = \tan x$ 在点 $\left(-\frac{\pi}{4}, -1\right)$ 处的切线方程和法线方程.
16. (5 分) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x}-1}{\arctan x}, & x < 0, \\ 2x+a, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 求常数 a .

合肥工业大学 试 卷 (A)

共 1 页第 1 页

2021~2022 学年第 二 学期 课程代码 034Y01 课程名称 数学(下) 学分 5 课程性质:必修 ☒、选修 ☐ 限修 ☐ 考试形式:开卷 ☐ 闭卷 ☒

专业班级(教学班) _____ 考试日期 2022 年 6 月 18 日 8:00-10:00 命题教师 集体 系(所或教研室)主任审批签名 _____

一、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分。每小题需在答题纸上回答答案的化简形式。

1. 如果 $f(x) > 0$ 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} [1 + f(x)]^{\frac{1}{f(x)}} =$ _____.

2. 设 $y = \sin(x^2 + 1)$, 则 $dy =$ _____.

3. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2-1} + \frac{2}{n^2-2} + \cdots + \frac{n}{n^2-n} \right) =$ _____.

4. 曲线 $y = 2 \ln(x+1)$ 在点 $(1, 2 \ln 2)$ 处的切线方程为 _____.

5. 若 $e^{y-1} = 1 + xy$, 则 $\frac{dy}{dx} \big|_{x=0} =$ _____.

6. 如果函数 $f(x)$ 的定义域是 $(0, +\infty)$, 且 $x = 0$ 是曲线 $y = f(x)$ 的垂直渐近线, 那么 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{f(x)} =$ _____.

二、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

7. 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, $\frac{1}{x}$ 和 () 是等价无穷小.

A. $\sin \frac{1}{x}$ B. $\sin x$ C. e^{-x} D. $e^{\frac{1}{x}}$

8. 若当 $x \rightarrow 0$ 时, $\arctan(e^x - 1) \cdot (\cos x - 1)$ 和 x^n 是同阶无穷小, 则 $n =$ ().

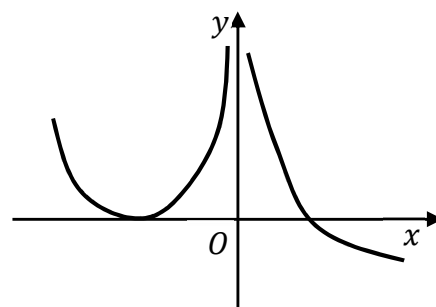
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

9. 设 $f(x) = \arctan \frac{1}{x(x-1)^2}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ().

A. 可去间断点 B. 跳跃间断点
C. 第二类间断 D. 连续点

10. 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数, 且 $f'(x)$ 的图像如下图所示, 则 $f(x)$ 有 ().

A. 一个极大值点, 没有极小值点
B. 没有极大值点, 一个极小值点
C. 一个极大值点和一个极小值点
D. 一个极大值点和两个极小值点



11. 设函数 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处可导, 且 $f(0) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^{2022}) + x^{2021}f(x)}{x^{2022}} =$ ().

A. 0 B. $f'(0)$ C. $2f'(0)$ D. $2022f'(0)$

12. 如果点 (x_0, y_0) 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点, 则 $f''(x_0) =$ ().

A. 0 B. ∞ C. 不存在 D. 0 或不存在

三、解答题: 本题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分。每小题需在答题纸上列出过程和答案。

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$.

14. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\arcsin x^2}$.

15. 设 $\begin{cases} x = t^2 + t \\ y = t^3 + t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

16. 设 $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x}, & x < 0, \\ x^2 + ax + b, & x \geq 0. \end{cases}$ 求常数 a, b 使得函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导,

并求出此时曲线 $y = f(x)$ 的渐近线.

17. 求函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值和最小值.

18. 证明: 当 $-\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < \frac{\pi}{2}$ 时, $\tan x_2 - \tan x_1 \geq x_2 - x_1$.

19. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $f(1) = 0$.

证明: 存在 $\xi \in (0, 1)$ 使得 $\xi f'(\xi) + 2022f(\xi) = 0$.

20. 设函数 $f(x) = \ln x + \frac{2}{x^2}, x \in (0, +\infty)$. 求

- (1) 函数 $f(x)$ 的增减区间及极值;
- (2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间及拐点.

合 肥 工 业 大 学 试 卷 (B)

共 1 页第 1 页

2021~2022 学年第 二 学期 课程代码 034Y01 课程名称 数学(下) 学分 5 课程性质:必修 ☒、选修 ☐ 限修 ☐ 考试形式:开卷 ☐ 闭卷 ☒

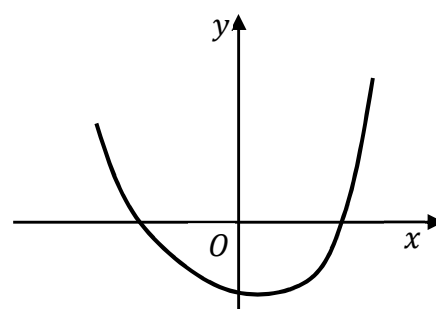
专业班级(教学班) 考试日期 2022 年 7 月 15 日 10:00-12:00 命题教师 集体 系(所或教研室)主任审批签名

一、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分。每小题需在答题纸上回答答案的化简形式。

- $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{x^2}} =$
- 设 $y = \cos(2x + 1)$, 则 $dy =$
- 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n} \right) =$
- 曲线 $y = e^x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为
- 若 $x - y + 1 = e^y$, 则 $\frac{dy}{dx}|_{x=0} =$
- 曲线 $y = x + \frac{1}{x}$ 的斜渐近线是

二、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

- 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $\frac{1}{x}$ 和()是等价无穷小。
A. $\tan \frac{1}{x}$ B. $\tan x$ C. e^x D. $e^{\frac{1}{x}}$
- 若当 $x \rightarrow 0$ 时, $\tan(e^x - 1) \cdot \sin x$ 和 x^n 是同阶无穷小, 则 $n =$ ()。
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 设 $f(x) = \arctan \frac{1}{x^2}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的()。
A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 第二类间断 D. 连续点
- 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数, 且 $f'(x)$ 的图像如下图所示, 则 $f(x)$ 有()。
A. 一个极大值点, 没有极小值点
B. 没有极大值点, 一个极小值点
C. 一个极大值点和一个极小值点
D. 一个极大值点和两个极小值点



- 设函数 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处可导, 且 $f(0) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2) - xf(x)}{x^2} =$ ()。
A. 0 B. $f'(0)$ C. $2f'(0)$ D. $-f'(0)$

- 如果点 (x_0, y_0) 是曲线 $y = f(x)$ 的极值点, 则 $f'(x_0) =$ ()。
A. 0 B. ∞ C. 不存在 D. 0 或不存在

三、解答题: 本题共 8 小题, 每小题 8 分, 共 64 分。每小题需在答题纸上列出过程和答案。

- 求极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$.
- 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$.
- 设 $\begin{cases} x = t^2 - t \\ y = t^3 - t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$.
- 设 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ x^2 + ax + b, & x \geq 0. \end{cases}$ 求常数 a, b 使得函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导.
- 求函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 5x$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值和最小值.
- 证明: 当 $x_2 > x_1 > 1$ 时, $e^{x_2} - e^{x_1} \geq e(x_2 - x_1)$.
- 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $f(1) = 0$.
证明: 存在 $\xi \in (0, 1)$ 使得 $\xi f'(\xi) + 2f(\xi) = 0$.
- 设函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5, x \in (-\infty, +\infty)$. 求
(1) 函数 $f(x)$ 的增减区间及极值;
(2) 曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间及拐点.