

偏振数据仿真原理

陈 瑞

2019 年 1 月 23 日

原理依据

偏振数据的仿真原理仅且仅依据两个公式，一个是 TRS 公式，另一个是偏振度表达公式。这两类公式同时适用于 diffuse 与 specular 观测目标。因此，理论上该方法可同时适用于这两类材质的物体。

$$I(\vartheta_{\text{pol}}, \phi) = \frac{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}{2} + \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{2} \cos(2\vartheta_{\text{pol}} - 2\phi) \quad (1)$$

$$\rho = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}} \quad (2)$$

为方便接下来的推导过程，记以下三个替换公式。

$$A = \frac{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}{2}$$

$$B = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{2}$$

$$a_{\text{pol}} = \cos(2\vartheta_{\text{pol}} - 2\phi)$$

$$b_{\text{pol}} = \cos(2\vartheta_{\text{pol}} - 2\phi + \pi)$$

仿真算法原始输入

此外仿真数据的原始输入，是任意一幅图像做为偏振片旋转 0° 时所拍摄的 I_0 （根据后续推导可以发现，该输入图像也可以作为 I_{45} , I_{90} 或 I_{135} ，亦或任意角度）。仿真原始输入可以是任意一幅图像的原因在于，随着偏振片的旋转，观测到的目标表面任一点能够满足 TRS 曲线规律。

另一个已知量是观测目标的 ground truth 表面法向量。利用该数据可以生成 diffuse 或者 specular 目标的表面方位角与天顶角，且均为 ground truth.

这里设定输入图像为 I_0 偏振图像，eqs. (2) and (14)变为以下形式，

$$I(\vartheta_{\text{pol}}, \phi) = A + a_0 B \quad (3)$$

$$\rho = \frac{B}{A} \quad (4)$$

diffuse 材质

对于 diffuse 材质的物体，由于天顶角与偏振度一一对应，所以可以由天顶角直接求得偏振度，且方位角参数已经由法向量求得。

根据以下公式，得到想要的任意偏振片旋转角度的偏振图像，这里设定为 $[45^\circ, 90^\circ, 135^\circ]$ 。

$$I_0 = A + B \cos(2 * 0 - 2\phi) = A + a_0 * B \quad (5)$$

$$I_{45} = A + B \cos(45 * 2 - 2\phi) = A + a_{45} * B \quad (6)$$

$$I_{90} = A + B \cos(90 * 2 - 2\phi) = A + a_{90} * B \quad (7)$$

$$I_{135} = A + B \cos(135 * 2 - 2\phi) = A + a_{135} * B \quad (8)$$

$$\rho_d = \frac{(n - 1/n)^2 \sin^2 \theta}{2 + 2n^2 - (n + 1/n)^2 \sin^2 \theta + 4 \cos \theta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \quad (9)$$

$$B = \rho_d * A \quad (10)$$

As $A = \frac{I_0}{1 + a_0 \rho_d}$ is known, the final solution is,

$$I_{45} = A(1 + a_{45} \rho_d) \quad (11)$$

$$I_{90} = A(1 + a_{90} \rho_d) \quad (12)$$

$$I_{135} = A(1 + a_{135} \rho_d) \quad (13)$$

方法优点

- 输入条件宽松，可以是任一张（偏振或非偏振）图像及其对应法向量；
- 输入的图像可以作为任意角度偏振图像；
- 可以输出任意角度偏振图像。

specular 材质

对 specular 材质进行数据生成，需要将 eq. (14)变为以下形式，

$$I(\vartheta_{\text{pol}}, \phi) = \frac{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}{2} + \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{2} \cos(2\vartheta_{\text{pol}} - 2\phi + \pi) \quad (14)$$

此外，虽然 specular 材质的偏振度与天顶角不是一一对应关系，即一个偏振度同时对应两个天顶角参数，但是由于已知表面法向量的情况下，表面天顶角也是唯一确定的。所以可以通过 specular 的偏振度与天顶角之间的关系，利用唯一确定的天顶角反向生成唯一确定的偏振度。

同样地，设定要求图像为 $[45^\circ, 90^\circ, 135^\circ]$ ，则有以下公式成立。

$$I_0 = A + B \cos(2 * 0 - 2\phi + \pi) = A + b_0 * B \quad (15)$$

$$I_{45} = A + B \cos(45 * 2 - 2\phi + \pi) = A + b_{45} * B \quad (16)$$

$$I_{90} = A + B \cos(90 * 2 - 2\phi + \pi) = A + b_{90} * B \quad (17)$$

$$I_{135} = A + B \cos(135 * 2 - 2\phi + \pi) = A + b_{135} * B \quad (18)$$

$$\rho_s = \frac{2 \sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{n^2 - \sin^2 \theta - n^2 \sin^2 \theta + 2 \sin^4 \theta} \quad (19)$$

$$B = \rho_s * A \quad (20)$$

As $A = \frac{I_0}{1 + b_0 \rho_s}$ is known, the final solution is,

$$I_{45} = A(1 + b_{45} \rho_s) \quad (21)$$

$$I_{90} = A(1 + b_{90} \rho_s) \quad (22)$$

$$I_{135} = A(1 + b_{135} \rho_s) \quad (23)$$

方法优点

- 不受 specular 材质的偏振度与天顶角之间的一对二的歧义性影响；
- 输入条件宽松，可以是任一张（偏振或非偏振）图像及其对应法向量；
- 输入的图像可以作为任意角度偏振图像；
- 可以输出任意角度偏振图像。

仿真数据示例

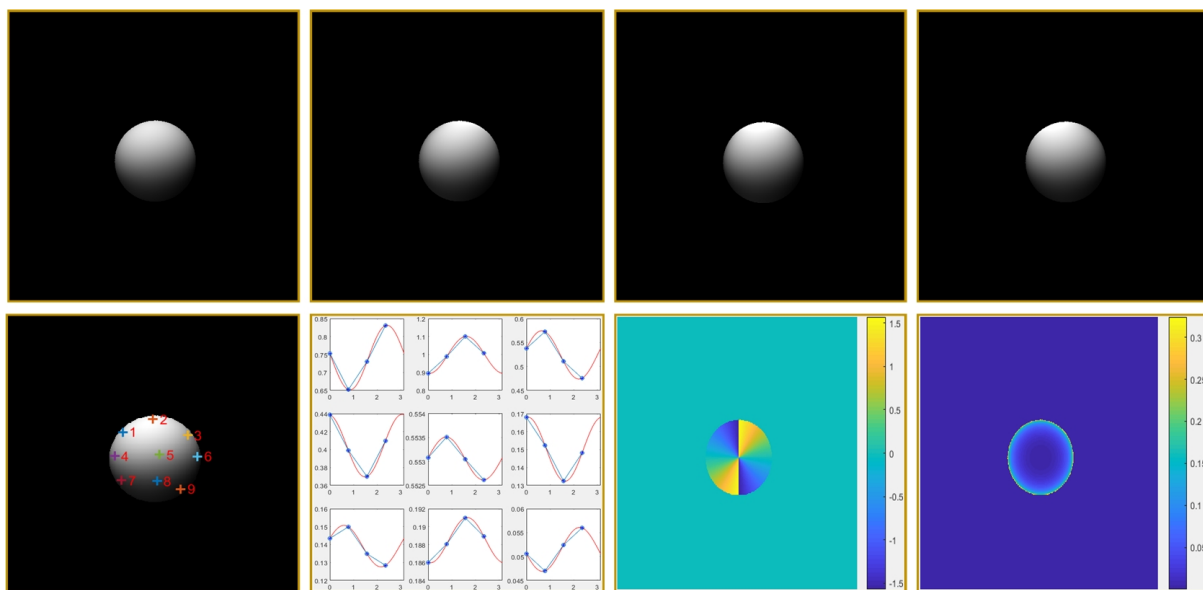


图 1: diffuse Ball from DiLiGenT dataset

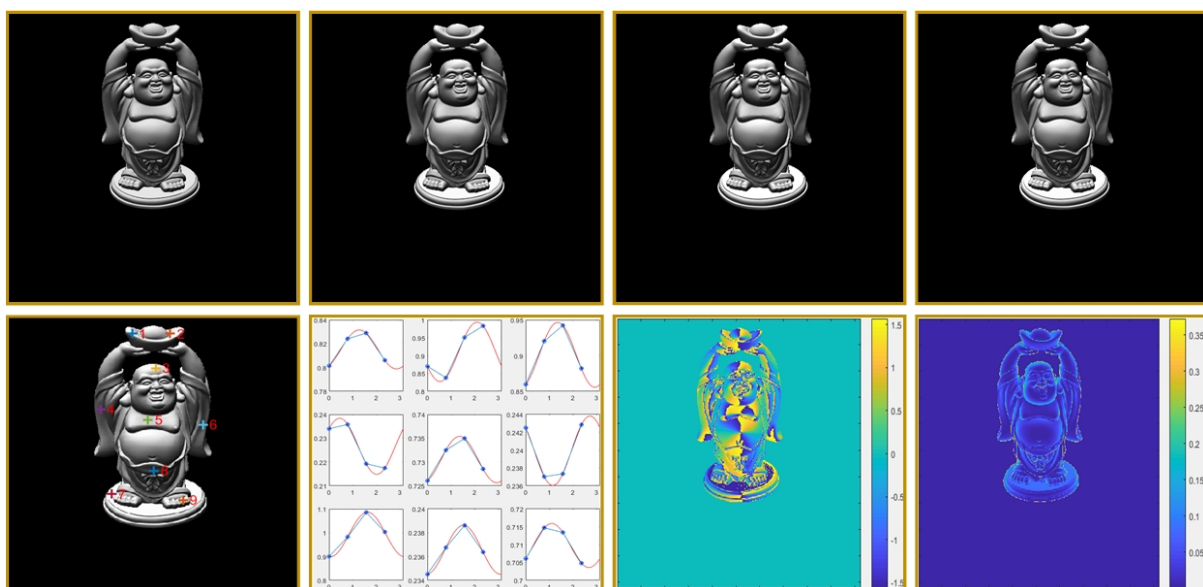


图 2: diffuse Buddha from DiLiGenT dataset

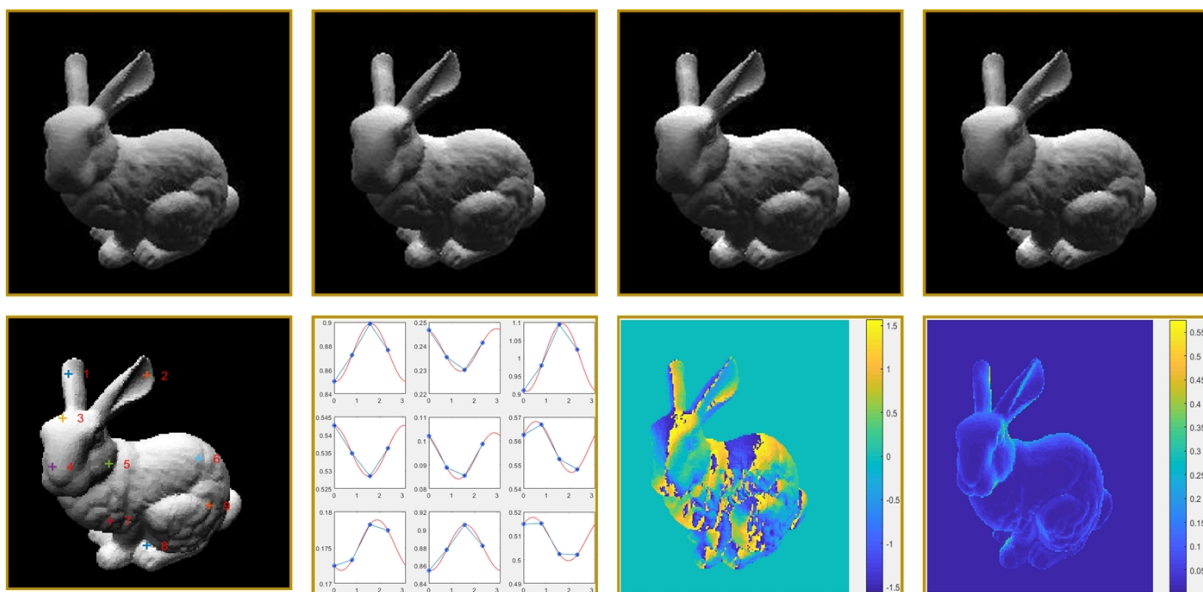


图 3: diffuse Rabbit dataset

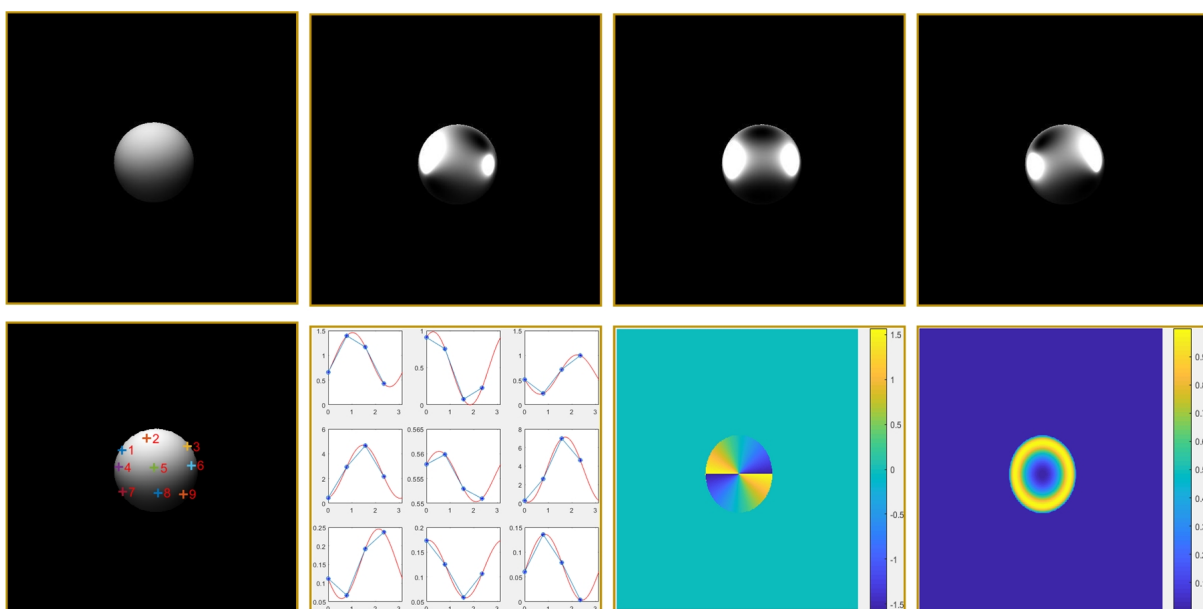


图 4: specular ball dataset

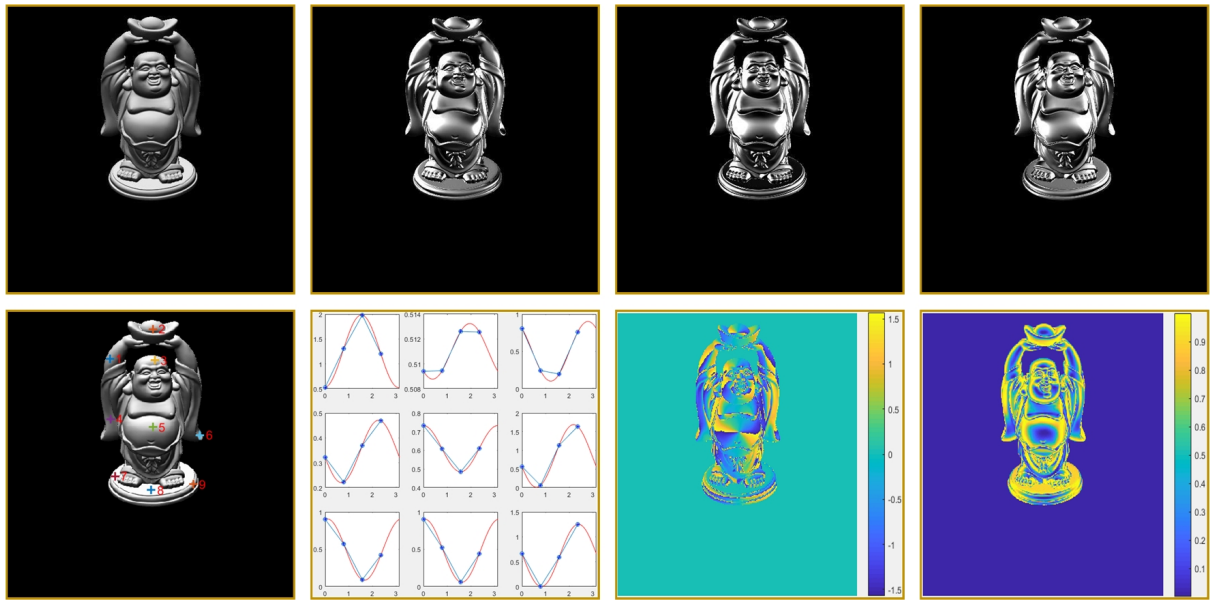


图 5: specular buddha dataset

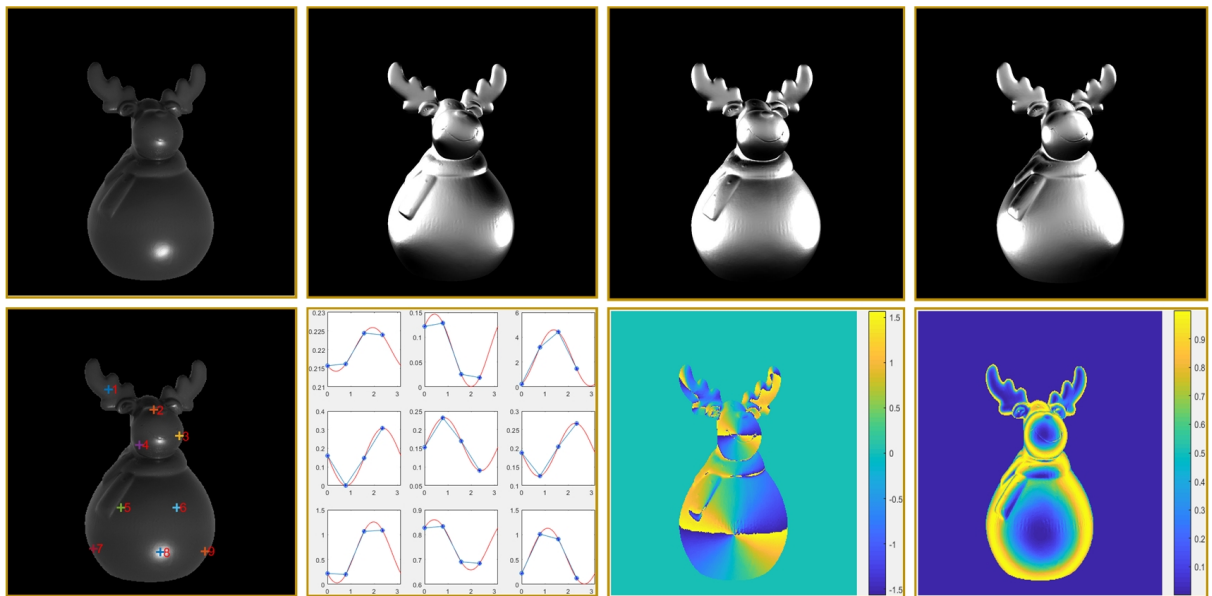


图 6: specular deer dataset. I_0 is rendered by Mitsuba Render.