

Les exercices de ce TME utilisent DEMO-S5, un logiciel permettant de manipuler les notions vues en logique épistémique S5, et en particulier de faire évoluer les structures de Kripke à la suite d'annonces publiques. Le logiciel a été développé par Jan van Eijck, chercheur à l'Université d'Amsterdam ([http://homepages.cwi.nl/~jve/software/demo\\_s5/](http://homepages.cwi.nl/~jve/software/demo_s5/)), on utilise ici la **version disponible sur le moodle**.

Créez un répertoire de travail pour ce TME, puis téléchargez depuis le moodle les fichiers disponibles pour ce TME, qui comprennent en particulier DEMO-S5.hs et EREL.hs. Ce sont des fichiers en Haskell, un langage fonctionnel. Pour lancer l'interpréteur, il suffit d'exécuter dans un terminal la commande `ghci nomfichier.hs`. Pour les deux exercices qui suivent, nous avons préparé les définitions (création des structures, etc.) utiles dans les fichiers respectifs tme8-hexa.hs et tme8-cheryl.hs.

Pour information : le fichier DEMO-S5.pdf donne les définitions de base utilisables, ainsi que plusieurs autres exemples de modélisation de problèmes (dont les "enfants sales" vus en cours).

Le tableau ci-dessous rappelle les principales commandes haskell nécessaires pour ce TME.

Haskell et DEMO	
<code>ghci nomFichier.hs</code>	lance l'interpréteur haskell et permet d'entrer des commandes interactives
<code>:quit</code>	permet de quitter l'interpréteur
<code>x = expression</code>	permet de déclarer et initialiser la variable $x$ (utiliser <code>let x = y</code> dans une fenêtre interactive)
<code>x == y</code>	teste l'égalité des valeurs des variables $x$ et $y$
<code>x</code>	affiche la valeur de $x$ —lorsque $x$ est un modèle de Kripke, l'affichage débute par $Mo$ puis est suivi par la liste des mondes possibles
<code>(Kn a formule)</code>	pour représenter que l'agent $a$ sait que <i>formule</i>
<code>(Ng formule)</code>	construit la négation de <i>formule</i>
<code>upd_pa model0 formule</code>	construit un nouveau modèle, obtenu par mise à jour de <i>model0</i> après l'annonce publique de <i>formule</i>

### Exercice 1 – Le modèle Hexa – *inspiré de Hans van Ditmarsch*.

On considère ici le simple jeu suivant : il y a trois cartes : une rouge ( $r$ ), une jaune ( $j$ ), une verte ( $v$ ), et trois joueurs  $a$ ,  $b$ , et  $c$ . Chaque joueur reçoit une carte qu'il ne montre pas aux autres joueurs.

En chargeant `tme8-hexa.hs` dans l'interpréteur Haskell (commande `ghci tme8-hexa.hs`), vous avez accès à la définition de la structure de Kripke initiale et à plusieurs définitions utiles. En particulier, on utilise des propositions de type `holds_b_verte` pour exprimer que l'agent  $b$  détient la carte verte.

- Représentez la structure de Kripke représentant cette situation. Vérifiez votre structure en affichant le modèle initial par la commande (`model0`) dans l'interpréteur.
- En partant de la structure initiale à chaque fois, testez les effets des annonces publiques suivantes :
  - L'agent  $a$  annonce : "je sais que  $b$  possède la carte verte"  
`upd_pa model0 (Kn a holds_b_verte)`
  - L'agent  $a$  annonce : "je ne sais pas que  $b$  possède la carte verte"  
`upd_pa model0 (Ng (Kn a holds_b_verte))`

Expliquez les modifications observées dans la structure de Kripke.

3\* Les séquences d'annonces suivantes sont envisagées.

- la première séquence est la suivante :
  - le joueur  $b$  annonce qu'il sait qu'il ne possède pas la carte jaune ;
  - le joueur  $a$  annonce qu'il ne sait pas que  $b$  possède la carte rouge ;
  - le joueur  $a$  annonce qu'il sait qu'il ne possède pas la carte jaune.
- la deuxième séquence est la suivante :
  - le joueur  $c$  annonce qu'il sait qu'il ne possède pas la carte jaune ;
  - le joueur  $a$  annonce qu'il ne sait pas que le joueur  $b$  sait qu'il ( $b$ ) possède la carte jaune ;
  - le joueur  $c$  annonce qu'il sait que le joueur  $b$  ne possède pas la carte verte.

Considérez ces deux séquences et indiquez si à la fin les joueurs peuvent savoir quelle carte possède chacun. Pour la deuxième séquence, indiquez les modifications qui sont apportées à chaque étape.

4\* Selon vous, le résultat final dépend-il de l'ordre dans lequel les annonces sont effectuées? Vérifiez votre réponse en testant d'autres séquences.

## Exercice 2 – L’anniversaire de Cheryl – Examen 1ère session 2015-2016

Cet exercice a été posé en 2015 lors d’un examen de mathématiques<sup>1</sup> “Singapore and Asian Schools Math Olympiad” et il fut largement repris par la suite dans les médias.

Cheryl ne souhaite pas révéler sa date d’anniversaire à ses deux nouveaux amis, Albert et Bernard. Par contre, elle leur donne 10 dates (jour/mois) possibles, qui sont indiquées dans la table suivante :

Mai	15	16	19
Juin		17	18
Juillet	14	16	
Août	14	15	17

Cheryl parle ensuite séparément à Albert, à qui elle révèle seulement le mois de son anniversaire, puis à Bernard à qui elle révèle seulement le jour de son anniversaire.

1. Donnez la structure de Kripke où les mondes possibles sont les dates d’anniversaires possibles, avec les relations d’accessibilité correspondant à Albert et à Bernard. Chargez `tme8-cheryl.hs` et vérifiez votre structure en affichant le modèle initial (`model0`) dans l’interpréteur.
- 2\* Comment définiriez-vous le fait, pour un agent  $i$ , de connaître la date d’anniversaire ? Inspectez le code de `tme8-cheryl.hs` pour vérifier que la définition est conforme à votre intuition.
3. Albert et Bernard font les déclarations publiques suivantes :
  - (i) Albert : “Je ne sais pas quelle est la date d’anniversaire de Cheryl, mais je sais que Bernard ne le sait pas non plus”.
  - (ii) Bernard : “Maintenant je sais quelle est la date d’anniversaire de Cheryl”.
  - (iii) Albert : “Alors je sais moi aussi quelle est la date d’anniversaire de Cheryl”.

Sur le modèle de l’exercice précédent, modélisez les annonces publiques réalisées et observez comment la structure de Kripke évolue après chacune. Quelle est la date d’anniversaire de Cheryl ?

NB il est demandé de d’abord résoudre l’exercice sur papier, puis de vérifier votre réponse avec DEMO-S5.

4. Certaines parties des annonces (i), (ii) et (iii) sont-elles superflues ?

## Récréation

### Exercice 3 Les as et les huit.

On reprend le jeu des as et des huit (TD6 ex. 5), rappelé ici : on prend les quatre as et les quatre huit d’un jeu de cartes. Trois joueurs se voient distribuer deux cartes chacun, qu’ils ne regardent pas et placent sur leur front, de manière à ce que les deux autres joueurs puissent les voir.

Version 2020, à distance : placez-vous en groupes de 4 joueurs dans une sous-salle de réunion, l’un d’entre vous est le maître du jeu. Il “distribue” les cartes et annonce séparément à chacun de trois autres joueurs quelles sont les cartes des deux autres joueurs, c’est-à-dire les cartes qu’il voit.

Après la distribution des cartes, chaque joueur doit annoncer publiquement, à tour de rôle (et de manière sincère) : soit (1) qu’il ne sait pas quelles cartes il possède, soit (2) qu’il sait qu’il a une paire (et dire laquelle) ou qu’il sait qu’il a un as et un huit. La partie se poursuit jusqu’à ce qu’un joueur puisse annoncer (2), ou que chaque joueur ait parlé deux fois.

- 1\* Répétez le jeu au moins 9 fois en modifiant à chaque le joueur qui débute les annonces. Notez à la fin de chaque partie la donne, et les annonces effectuées ;
2. Pour les parties qui se sont terminées par un échec (aucun joueur n’a su déterminer ses cartes après deux tours), essayez de voir rétrospectivement ensemble si vous auriez pu déterminer ces cartes ;
3. Essayez de suivre le déroulement d’une ou plusieurs parties en vous appuyant sur la structure de Kripke construite en TD.

---

1. APRES le TME, pour ne pas le spoiler, voir par exemple [https://en.wikipedia.org/wiki/Cheryl's\\_Birthday](https://en.wikipedia.org/wiki/Cheryl's_Birthday)