

# TEORÍA DE ALGORITMOS 1

## Guía de ejercicios: Generar y probar, Backtracking y Branch and Bound.

Por: ING. VÍCTOR DANIEL PODBEREZSKI  
vpodberzski@fi.uba.ar

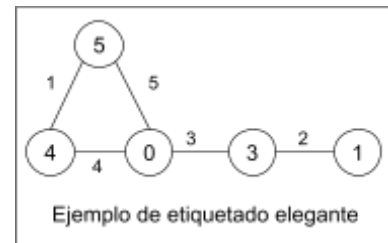
---

### Enunciados

1. Contamos con un conjunto de “n” puntos (x,y) en el plano cartesiano. Un par de puntos es el más cercano si la distancia euclidiana entre ellos es menor a la de cualquier otro par. Resuelva el problema mediante un algoritmo naive que nos informe cuales son los 3 pares de puntos más cercanos.
2. Un cuadrado mágico de tamaño “n” es una disposición de los números enteros desde 1 a  $n^2$  en una matriz de  $n \times n$  que cumple la siguiente condiciones. Cada número aparece solo una vez. La suma de cada fila, columna y diagonal principal da el mismo valor. Proponer un algoritmo por generar y probar que dado un valor “n” calcule, si existe, un cuadrado mágico de ese tamaño.
3. Se encuentran en un río 3 caníbales y 3 vegetarianos. En la orilla hay un bote que permite pasar a dos personas atravesarlo. Los 6 quieren cruzar al otro lado. Sin embargo existe un peligro para los vegetarianos: si en algún momento en alguna de las márgenes hay más caníbales que vegetarianos estos los atacarán. Tener en cuenta que el bote tiene que ser manejado por alguien para regresar a la orilla. Determinar si es posible establecer un orden de cruces en el que puedan lograr su objetivo conservando la integridad física. Explicar cómo construir el grafo de estados del problema. Determinar cómo explorarlo para conseguir la respuesta al problema. Brinde, si existe, la respuesta al problema.
4. Resuelva el problema de las reinas en el tablero de ajedrez mediante backtracking planteado como permutaciones. Brinde el pseudocódigo y determine la cantidad máxima posible de subproblemas a explorar.
5. En un tablero de ajedrez (una cuadrícula de  $8 \times 8$ ) se ubica la pieza llamada “caballo” en la esquina superior izquierda. Un caballo tiene una manera peculiar de moverse por el tablero: Dos casillas en dirección horizontal o vertical y después una casilla más en ángulo recto (formando una forma similar a la letra “L”). El caballo se traslada de la casilla inicial a la final sin tocar las intermedias, dado que las “salta”. Se quiere determinar si es

posible, mover esta pieza de forma sucesiva a través de todas las casillas del tablero, pasando una sola vez por cada una de ellas, y terminando en la casilla inicial. Plantear la solución mediante backtracking.

6. En la teoría de gráficos, se conoce como etiquetado de vértices a asignarle a cada vértice una etiqueta diferente. De igual manera se puede realizar un etiquetado de ejes. Generalmente el etiquetado se puede representar mediante un número entero. Existen diferentes etiquetados posibles. Trabajaremos con el “etiquetado elegante” (graceful labeling). Dado un grafo  $G=(V,E)$  con  $m$  ejes se asignará como etiqueta a cada uno de sus vértices un número entre 0 y  $m$ . Se computará para cada eje la diferencia absoluta entre las etiquetas de vértices y esa será su etiqueta. Se espera que los ejes queden etiquetados del 1 al  $m$  inclusive (y que obviamente cada una sea única). Construya mediante generar y probar un algoritmo que dado un grafo determine un etiquetado elegante (si es posible).



7. Se cuenta con “ $n$ ” trabajos por realizar y la misma cantidad de contratistas para realizarlos. Ellos son capaces de realizar cualquiera de los trabajos aunque una vez que se comprometen a hacer uno, no podrán realizar el resto. Tenemos un presupuesto de cada trabajo por cada contratista. Queremos asignarlos de forma tal de minimizar el costo del trabajo total. Proponer un algoritmo por branch and bound que resuelva el problema de la asignación.
8. Contamos con un conjunto de “ $n$ ” de equipamientos que se deben repartir entre un conjunto de “ $m$ ” equipos de desarrollo. Cada equipo solicita un subconjunto de ellas. Puede ocurrir que un mismo equipamiento lo soliciten varios equipos o incluso que un equipamiento no lo solicite nadie. Queremos determinar si es posible seleccionar un subconjunto de equipos de desarrollo entregándoles a todos ellos todo lo que soliciten y al mismo tiempo que ninguno de los equipamientos quede sin repartir. Resolver el problema mediante backtracking.
9. Un ciclo euleriano en un grafo es un camino que pasa por cada arista una y solo una vez, comenzando por un vértice y finalizando en el mismo. Sea un grafo  $G=(V,E)$  se busca generar si es posible un ciclo euleriano. Resolverlo mediante generar y probar.
10. Contamos con un conjunto de “ $n$ ” actividades entre las que se puede optar por realizar. Cada actividad  $x$  tiene una fecha de inicio  $I_x$ , una fecha de finalización  $f_x$  y un valor  $v_x$  que obtenemos por realizarla. Queremos seleccionar el subconjunto de actividades compatibles entre sí que maximice la ganancia a obtener (suma de los valores del subconjunto). Proponer un algoritmo por branch and bound que resuelva el problema.

11. Se cuenta con " $n$ " servidores especializados en renderización de videos para películas animadas en 3d. Los servidores son exactamente iguales. Además contamos con " $m$ " escenas de películas que se desean procesar. Cada escena tiene una duración determinada. Queremos determinar la asignación de las escenas a los servidores de modo tal de minimizar el tiempo a esperar hasta que la última de las escenas termine de procesarse. Determinar dos metodologías con la que pueda resolver el problema y presente como realizar el proceso.
12. Un granjero debe trasladar un lobo, una cabra y una zanahoria a la otra margen de un río. Cuenta con un bote donde solo entra él y un elemento más. El problema es que no puede quedar solo el lobo y la cabra. Dado que la primera se comería a la segunda. De igual manera, tampoco puede dejar solo a la cabra y la zanahoria. La primera no dudaría en comerse a la segunda. ¿Cómo puede hacer para cruzar? Explicar cómo construir el grafo de estados del problema. Determinar cómo explorarlo para conseguir la respuesta al problema. Brinde, si existe, la respuesta al problema.