

## Teoría de Algoritmos I (75.29 / 95.06) Ejercicios de Análisis Amortizado

1) Suponga que realizamos una secuencia de  $n$  operaciones en una estructura de datos en la que la  $i$ -ésima operación cuesta:

$i$ , si  $i$  es potencia de 2

1, si no

- a) Usar análisis agregado para determinar el costo amortizado por operación
- b) Usar método contable para determinar el costo amortizado por operación
- c) Usar el método del potencial para determinar el costo amortizado por operación

2) ¿Cuál es el costo total de ejecutar  $n$  operaciones de una pila: PUSH, POP y MULTIPOP? (Asumir que la pila comienza con  $S_0$  objetos y termina con  $S_n$  objetos)

3) Indicar si la siguiente frase es verdadera o falsa. Si es verdadera, dar una breve justificación. Si es falsa, dar un contraejemplo.

“Contamos con una estructura de tabla extensible con altas y bajas. En la misma el proceso de expansión se realiza cuando el factor de carga es 1. La contracción se ejecuta cuando el factor de carga es  $\frac{1}{2}$ . El costo amortizado de una secuencia de  $n$  operaciones de altas y bajas está acotado a  $O(n)$ ”

4) Una cola de prioridad monótona es una variante de una cola de prioridad en la cual las prioridades de todos los elementos extraídos forman una secuencia monótona.

En este problema consideramos una cola de prioridad monótona con operaciones `Init`, `Delete` y `DeleteMin`. Se tiene la siguiente implementación usando un arreglo booleano `A`:

```
Init(n) :  
    for i=1 to n do  
        A[i]=true  
    end  
end  
  
Delete(i) :  
    A[i]=false  
end  
  
DeleteMin() :  
    i=1  
    While A[i]=false do  
        i=i+1  
    end  
    if i=<|A| then
```

```
        Delete(i)
        return i
    else
        return 0
    end
end
end
```

- (a) Analizar el tiempo de ejecución de cada procedimiento.
- (b) Describir una simple modificación a `DeleteMin` de modo tal que tenga tiempo de ejecución amortizado  $O(1)$  sin modificar los tiempos de ejecución de las otras operaciones. Dar de manera explícita la función potencial usada para justificar el análisis realizado.
- (c) Describir una implementación diferente tal que tanto `Delete` como `DeleteMin` tengan peor caso de tiempo de ejecución  $O(1)$ .