

NP-C: Problema del viajante

Teoría de Algoritmos I (75.29 / 95.06)

Ing. Víctor Daniel Podberezski

✉ vpodberezski@fi.uba.ar

Problema del viajante de comercio

Un viajante debe

Recorrer n ciudades v_1, v_2, \dots, v_n

Partiendo de v_1 se debe construir un tour visitando cada ciudad una vez y retornar a la ciudad inicial

Para cada par de ciudades v_x, v_y

Se especifica una distancia $d(v_x, v_y)$

No necesariamente hay simetría: $d(v_x, v_y)$ puede ser diferente a $d(v_y, v_x)$

No necesariamente se cumple la desigualdad triangular: $d(v_i, v_j) + d(v_j, v_k) > d(v_i, v_k)$

Problema decisión del viajante de comercio

Dado

n ciudades

Las distancias entre cada par de ciudades

Determinar

Si existe un tour (o ciclo) de distancia total menor a k

Problema decisión del viajante es NP

Sea

n ciudades

Las distancias entre cada par de ciudades

T certificado = tour de ciudades

K distancia como límite

Se debe verificar

T contiene todas las ciudades (solo 1 vez) y termina y comienza en la misma

La suma de la distancia recorrida es menor a k

¿Viajante es “P”?

No se conoce algoritmo

Que resuelva Viajante en tiempo polinómico

Si probamos que

Viajante \in NP-C

(Utilizaremos HAM-CYCLE)

Entonces

Viajante \in P \Leftrightarrow P = NP

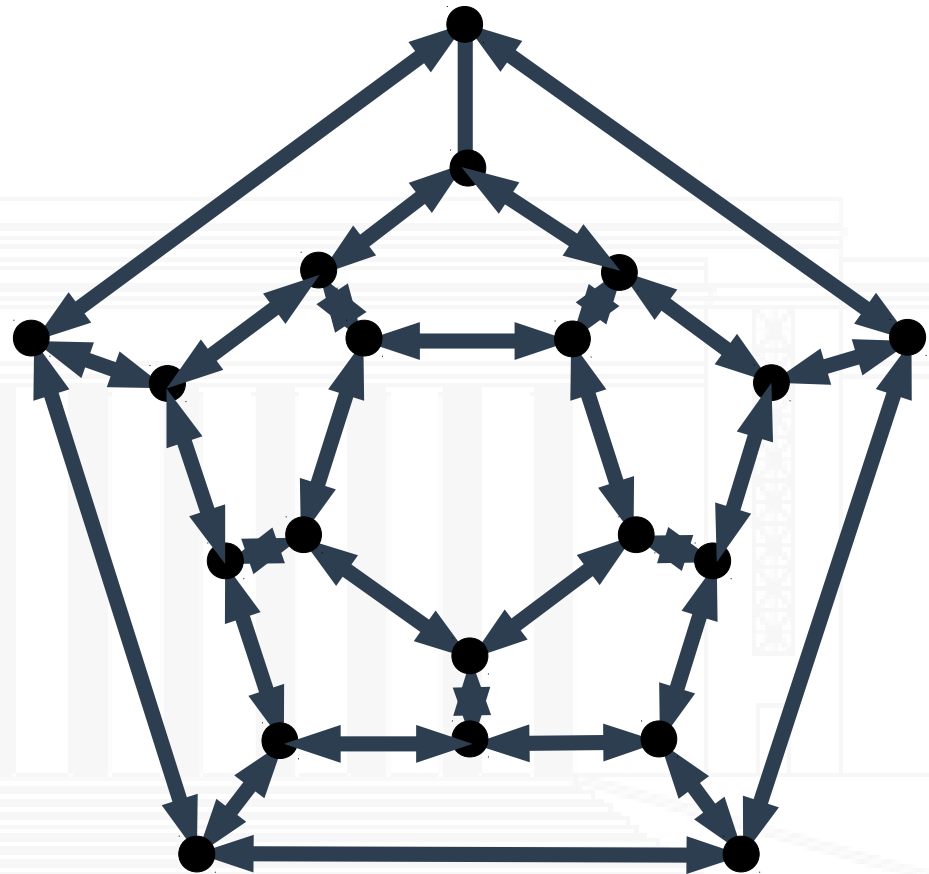
Problema de decisión de Ciclo Hamiltoniano

Sea

$G = (V, E)$ grafo direccionado

Existe

Un ciclo hamiltoniano?



Reducción de HAM-CYCLE a Viajante

Sea una instancia I de HAM-CYCLE

$$G=(V,E)$$

Por cada

Vértice $v_i \in V \rightarrow$ creamos una ciudad v'_i

Arista $e_{i,j} \in E \rightarrow$ definiremos la distancia $d(v'_i, v'_j)=1$

Aquellas distancias que no están definidas (no tienen aristas) las crearemos con valor 2

Ponemos como valor $k = |V|$ (numero de vértices).

Solucionamos viajante con k definido

Si existe camino con longitud k , entonces existe ciclo hamiltoniano.



Presentación realizada en Junio de 2020