NP-C: Set Cover

Teoría de Algoritmos I (75.29 / 95.06)
Ing. Víctor Daniel Podberezski
vpodberezski@fi.uba.ar

SET-COVER

Sea

Un conjunto de U de n elementos

Una colección $S_1, \ldots, S_m$ de subconjuntos de U

Existe

Una colección de como mucho k de los subconjuntos cuya unión es igual a U?

Ejemplo

U = {a,b,c,d,e,f,g,h,i}

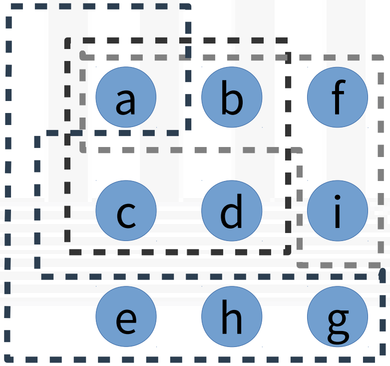
$S_1 = \{a,b,c,d\}$ $S_2 = \{a,b,f,i\}$ $S_3 = \{a,e,h,g\}$

$S_4 = \{b,c,g\}$ $S_5 = \{a,d,e\}$ $S_6 = \{g,h\}$

$S_7 = \{e,i\}$ $S_8 = \{f\}$ $S_9 = \{i\}$

Existe k=3 ?

$S_1 \cup S_2 \cup S_3 = U$



¿SET-COVER es “NP”?

Sea

U conjunto de elementos,

K tamaño buscado

los Subset $S_1,\ldots,S_m$

T certificado con subconjunto de conjuntos

Verificar

$|T| = k$

Para todo elemento en U, si existen en algunos de los subconjuntos de T

Se puede hacer en Tiempo polinomial

SET-COVER $\in$ “NP”

VERTEX-COVER

Sea

Grafo G=(V,E)

Determinar

Si existe una cobertura de vértices (VERTEX-COVER) de tamaño al menos k

Con

$\forall$ eje e $\in$ E=(u,v), u $\in$ S y/o v $\in$ S

Intentaremos demostrar que

VERTEX-COVER $\leq_p$ SET-COVER

Reducción de VERTEX-COVER a SET-COVER

Partimos de

G=(V,E) y k

Queremos

Que todos los ejes queden cubiertos

Construimos

Set de elementos U=E

Por cada Vértice $v \in V$, crearemos un subconjunto S_v con todos los ejes incidentes a él

Mantenemos en K la cantidad de subconjuntos a buscar para cubrir U

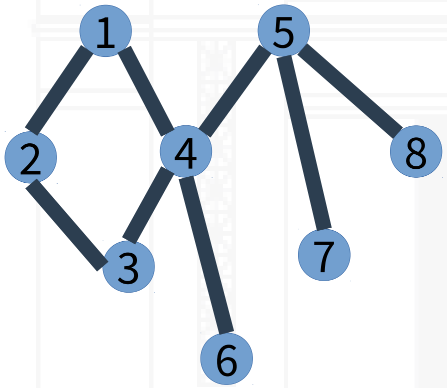
Si

Encontramos el subconjunto, eso nos dirá que vértices seleccionar.

Ejemplo

Sea el problema

Vertex-cover (k=3)



Reducimos a

Set Cover (k=3)

U= {1-2, 1-4, 2-3, 3-4, 4-5, 4-6, 5-7, 5-8}

S_1 = {1-2, 1-4}

S_2 = {1-2, 2-3}

S_3 = {2-3, 3-4}

S_4 = {1-4, 3-4, 4-5, 4-6}

S_5 = {4-5, 5-7, 5-8}

S_6 = {4-6}

S_7 = {5-7}

S_8 = {5-8}

SET-COVER ∈ NP-C

Reducimos

Vertex-cover a set-cover en tiempo polinomial

Si resolvemos cualquier instancia de set-cover, podemos resolver cualquier instancia de vertex-cover

Por lo tanto

SET-COVER ∈ NP-C

.UBA fiuba

FACULTAD DE INGENIERÍA

Presentación realizada en Junio de 2020