Redes de Flujo: Variantes

Teoría de Algoritmos I (75.29 / 95.06)

Ing. Víctor Daniel Podberezski
vpodberezski@fi.uba.ar

Circulación con demandas

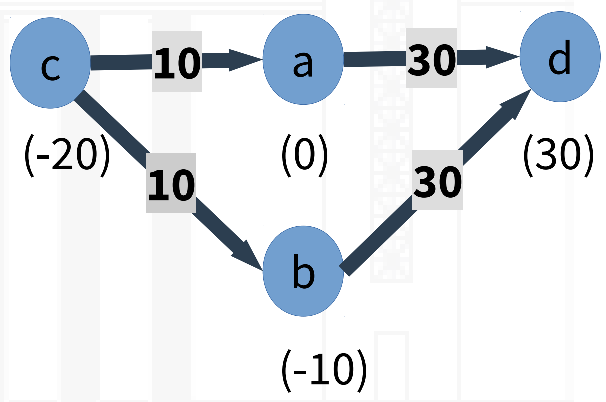
Sea una red de flujo G=(V,E)

Cada v ϵ V, tiene una demanda d_v entera

Si $d_v > 0$ => V demanda d_v de flujo (es un sumidero)

Si $d_v < 0$ => V produce d_v de flujo (es una fuente)

Si $d_{v=} 0$ => V es un vértice interno



Existen:

un set S de fuentes que generan flujo

un set T de sumideros que absorben flujo

Tanto los S y T pueden tener vértices de entrada y de salida

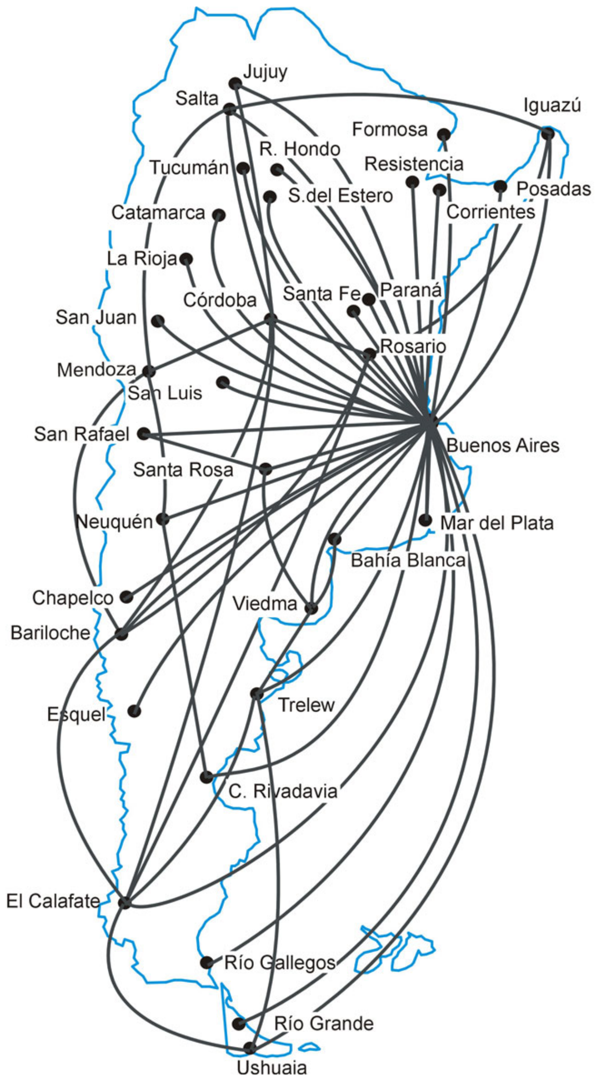
Circulación con demandas (cont.)

La circulación con demanda $\{d_v\}$ es una función f que asigna un número real no negativo a cada vertice

Debe satisfacer:

- Para cada $e \in E$, $0 \leq f(e) \leq C_e$ (condición de capacidad)
- Para cada $v \in V$, $f_{in}(V) - f_{out}(V) = d_v$ (condición de demanda)

Problema de la circulación con demandas



Determinar si existe una circulación que cumpla con las condiciones de demanda.

Igual oferta que demanda

Si existe una circulación con demanda $\{d_v\}$ entonces $\sum d_v = 0$

Supongamos que existe una circulación con demanda f factible, entonces

$$\sum_v d_v = \sum_v f_{\text{in}}(v) - f_{out}(v)$$

Para cada eje e = (u,v) su f(e) se contabiliza 2 veces

Una para fout(u) y otra para fin(v)

Por lo tanto la suma total es cero

Podemos afirmar: $D = \sum_{v:d_v>0} d_v = \sum_{v:d_v<0} -d_v$

Reducción al problema de flujo máximo

Sea una red de flujo G=(V,E) tal que Cada v ϵ V, tiene una demanda d_v entera,

Creamos:

Una “super” fuente S*

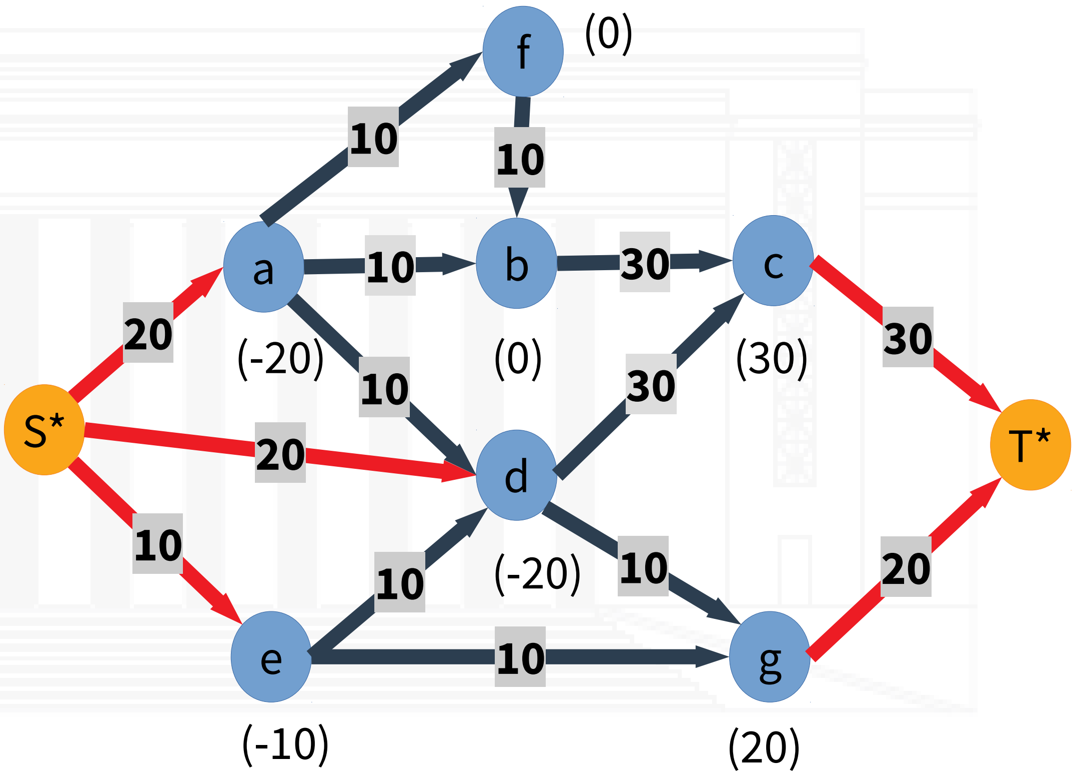
Un “super” sumidero T*

Para cada v ϵ V / $d_v > 0$

Creamos el eje e=(v,T*) con C(e)=d_v

Para cada u ϵ V / $d_u < 0$

Creamos el eje e=(S*,u) con C(e)= - d_u



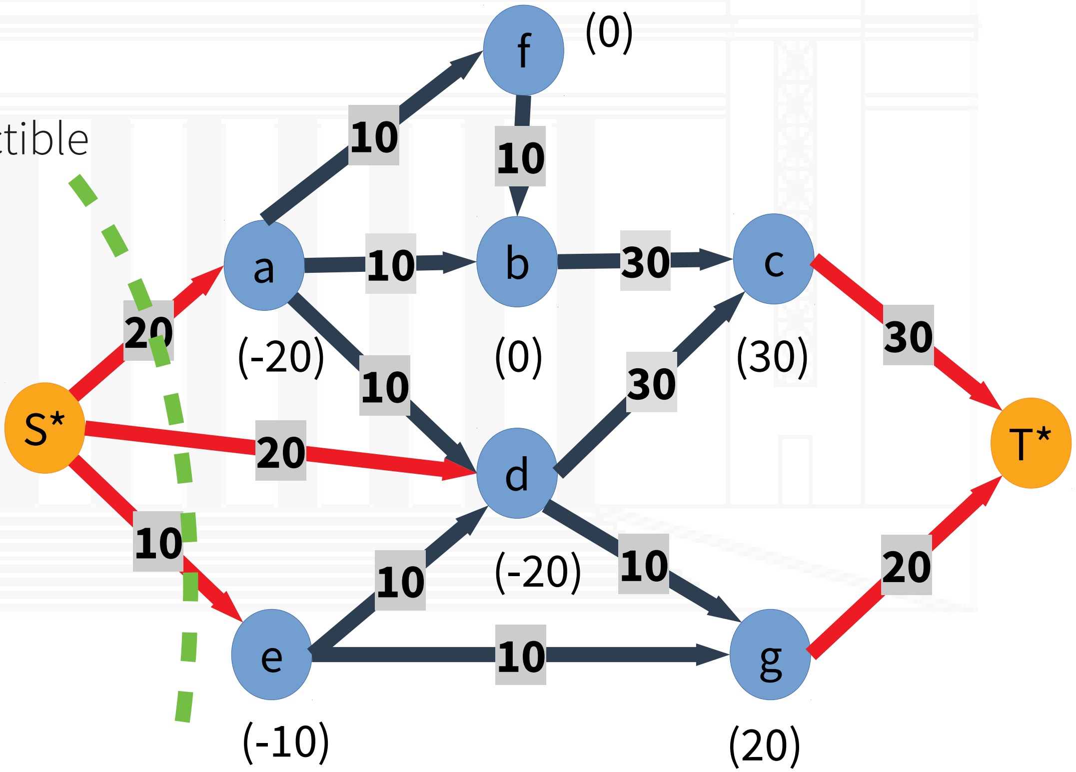
Verificación de existencia

Resolvemos el problema de flujo máximo

Realizamos un corte s-t dejando el S* en A y el resto en B

Si $f_{out}(A) = D$ entonces

existe una circulación con demanda factible



Circulación con demandas y límite inferior

Variante del problema anterior

Se agrega como condición que ciertos ejes tengan un flujo mínimo

Debe satisfacer:

- Para cada $e \in E$, $l_e \leq f(e) \leq C_e$ (condición de capacidad)
- Para cada $v \in V$, $f_{in}(V) - f_{out}(V) = d_v$ (condición de demanda)

Decidir si existe una circulación factible

Resolución

Reducimos al problema de circulación con demanda

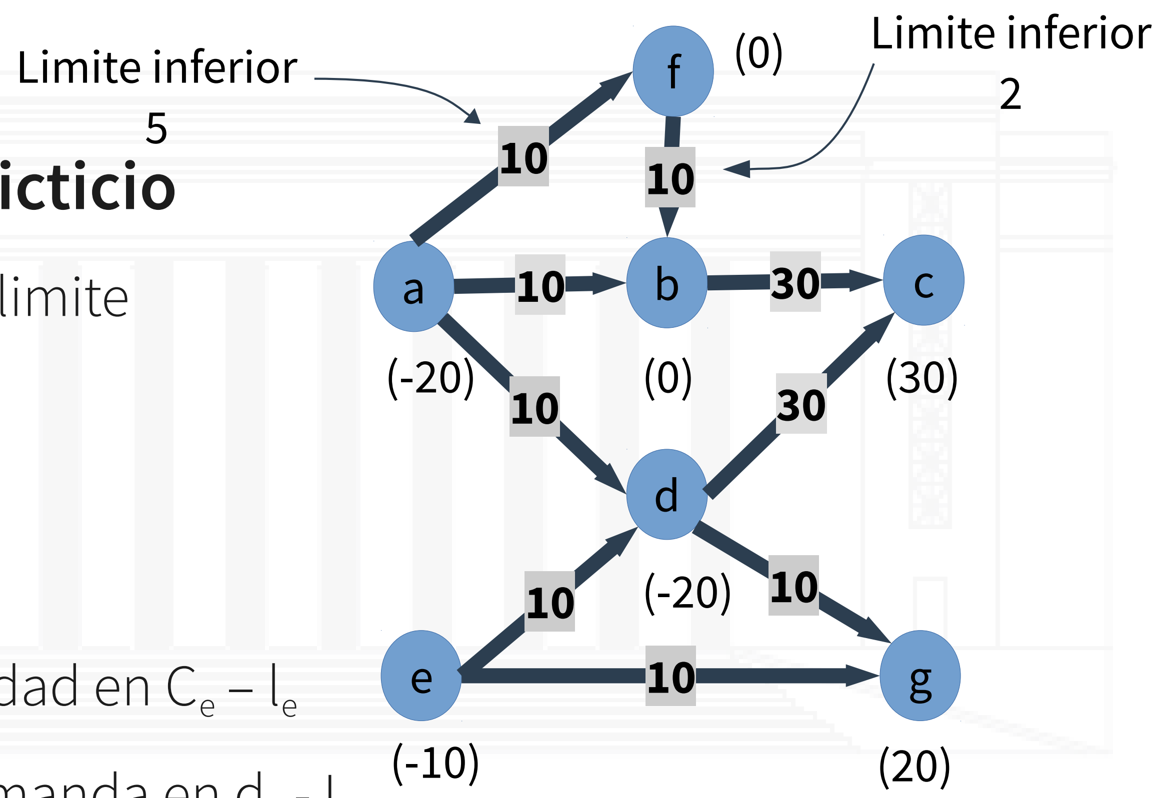
Nos valdremos de un G* ficticio

Forzaremos que los ejes con limite tengan el ese valor

Sea $L_v = \sum_{e \text{ in } v} l_e - \sum_{e \text{ out } v} l_e$

Cada eje cambiará su capacidad en $C_e - l_e$

Cada vertice cambiara su demanda en $d_v - L_v$



Resolución (cont.)

Sea $Lv = \sum_{e \text{ in } v} l_e - \sum_{e \text{ out } v} l_e$

Cada eje cambiará su capacidad en $C_e - l_e$

Cada vertice cambiara su demanda en $d_v - L_v$

$L_a = 0 - 5 = -5$

$L_b = 2 - 0 = 2$

$L_f = 5 - 2 = 3$

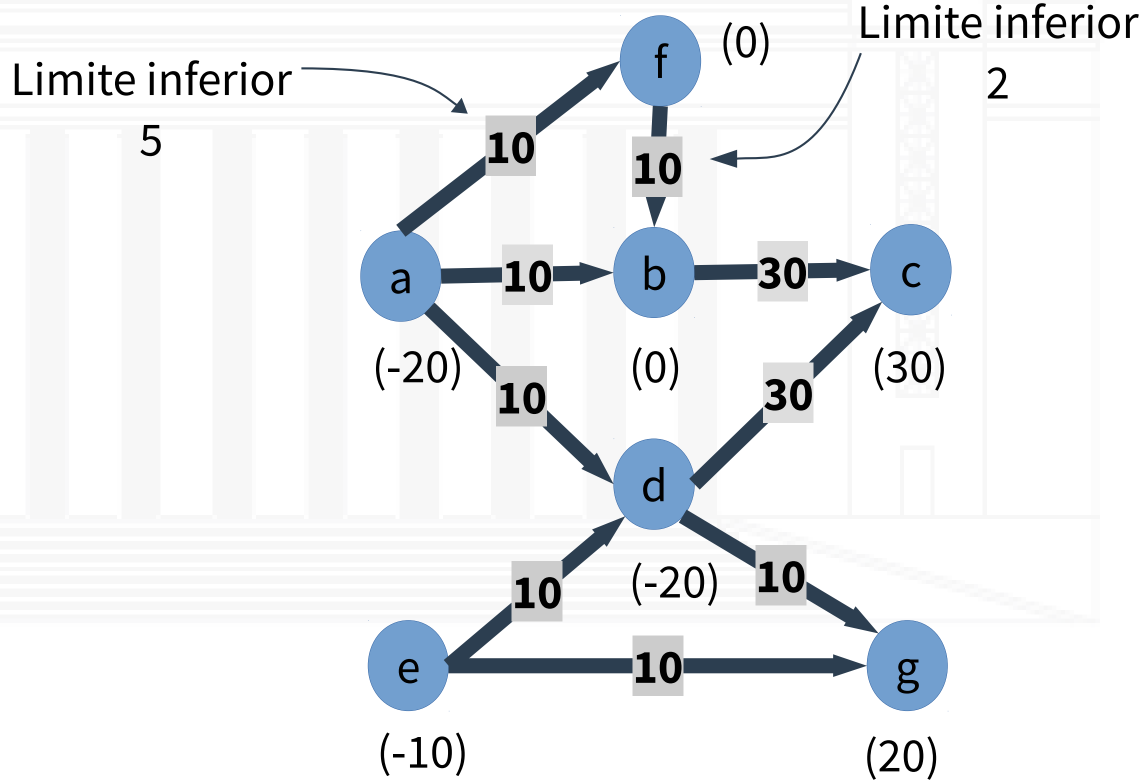
$Da^* = Da - La = -20 - (-5) = -15$

$Db^* = 0 - 2 = -2$

$Df^* = 0 - 3 = -3$

$Caf^* = Caf - laf = 10 - 5 = 5$

$Cfb^* = 10 - 2 = 8$



Resolución (cont.)

$L_a = 0 - 5 = -5$

$L_b = 2 - 0 = 2$

$L_f = 5 - 2 = 3$

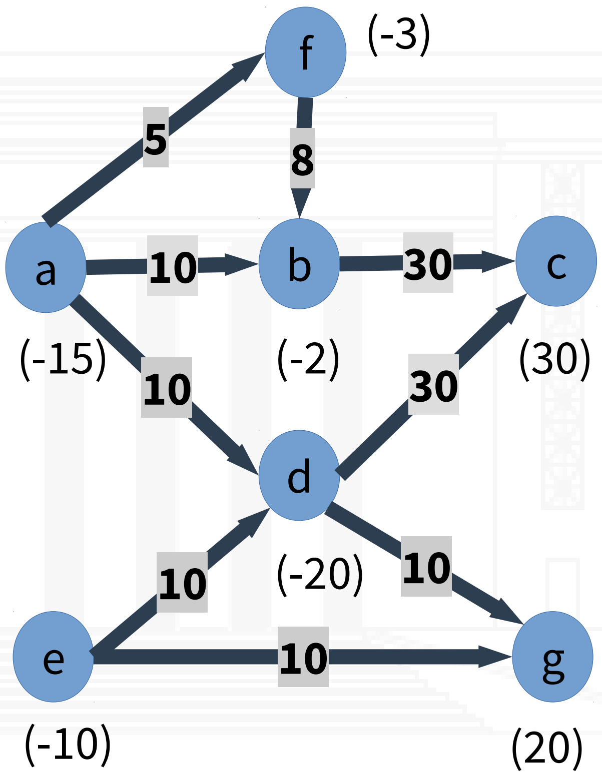
Da* = Da – La = -20 - (-5) = -15

Db* = 0 – 2 = -2

Df* = 0 – 3 = -3

Caf* = Caf – laf = 10 – 5 = 5

Cfb* = 10 – 2 = 8



Presentación realizada en Mayo de 2020