Redes de Flujo: Presentación

Teoría de Algoritmos I (75.29 / 95.06)

Ing. Víctor Daniel Podberezski
vpodberezski@fi.uba.ar

Problemas de flujo (trafico) en redes

Conceptos básicos

Podemos representar estos problemas como grafos donde:

- Los ejes transportan algún tipo de flujo
- Los vértices actúan como conmutador de tráfico entre los diferentes ejes.

Definimos:

- Capacidad: cantidad máxima que un eje puede transportar
- Fuente: Vértice que genera tráfico saliente
- Sumidero: Vértice que absorbe tráfico entrante
- Flujo: Cantidad transportada por un eje

Red de flujo - Definición formal:

Sea

G=(V,E) un grafo dirigido

Para todo e ϵ E

llamaremos $C_e \geq 0$ (valor entero) a su capacidad.

Existe 1 único s ϵ V llamado fuente (source)

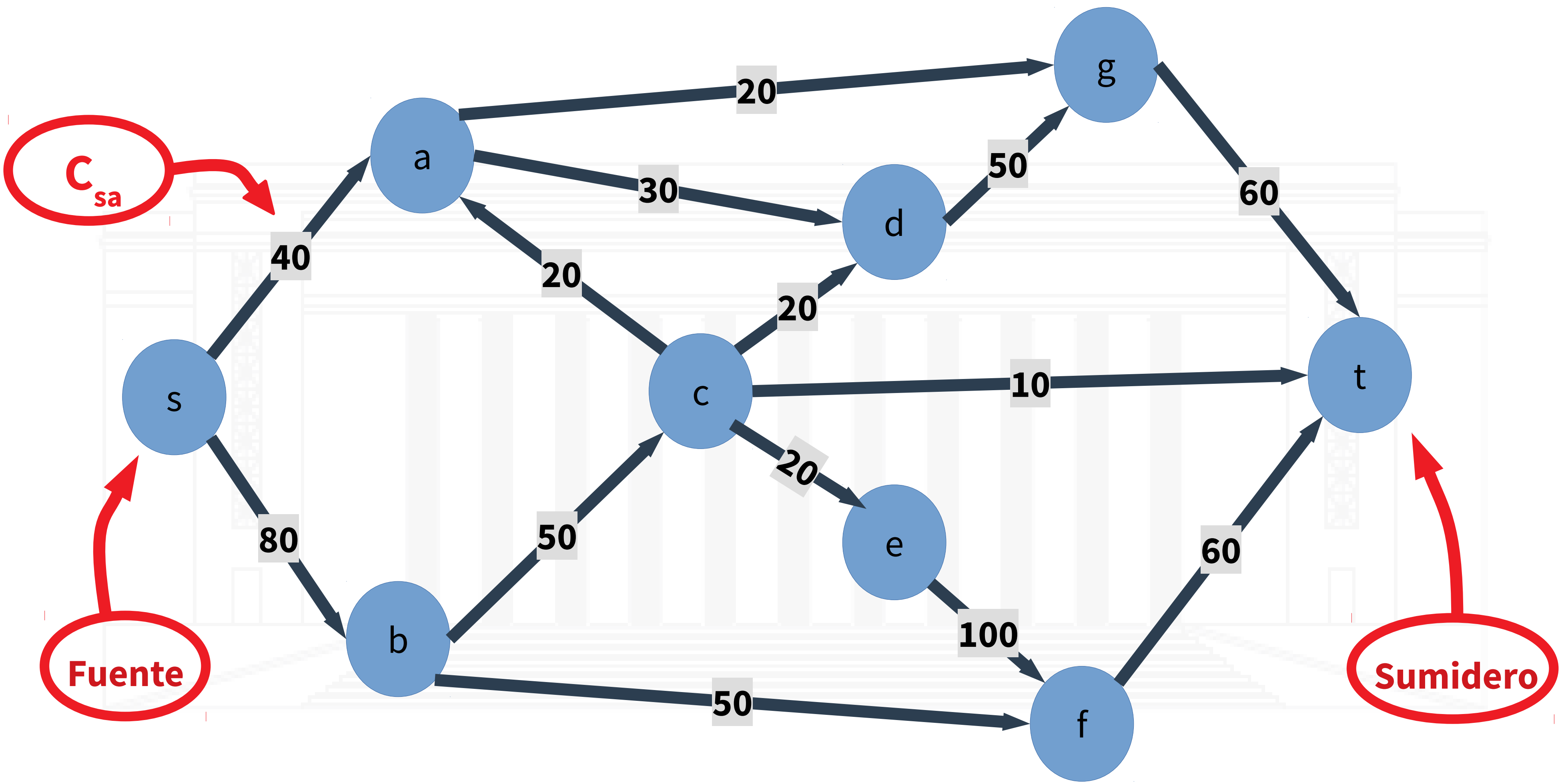
(No tiene ejes entrantes)

Existe 1 único t ϵ V llamado sumidero (sink)

(No tiene ejes salientes)

El resto de los vértices son "internos"

Visualmente



Flujo s-t

Es una función f

que mapea a cada eje e a un valor real no negativo. [f: E → R^+]

Debe satisfacer:

Para cada e ∈ E, $0 \le f(e) \le C_e$ (condición de capacidad)

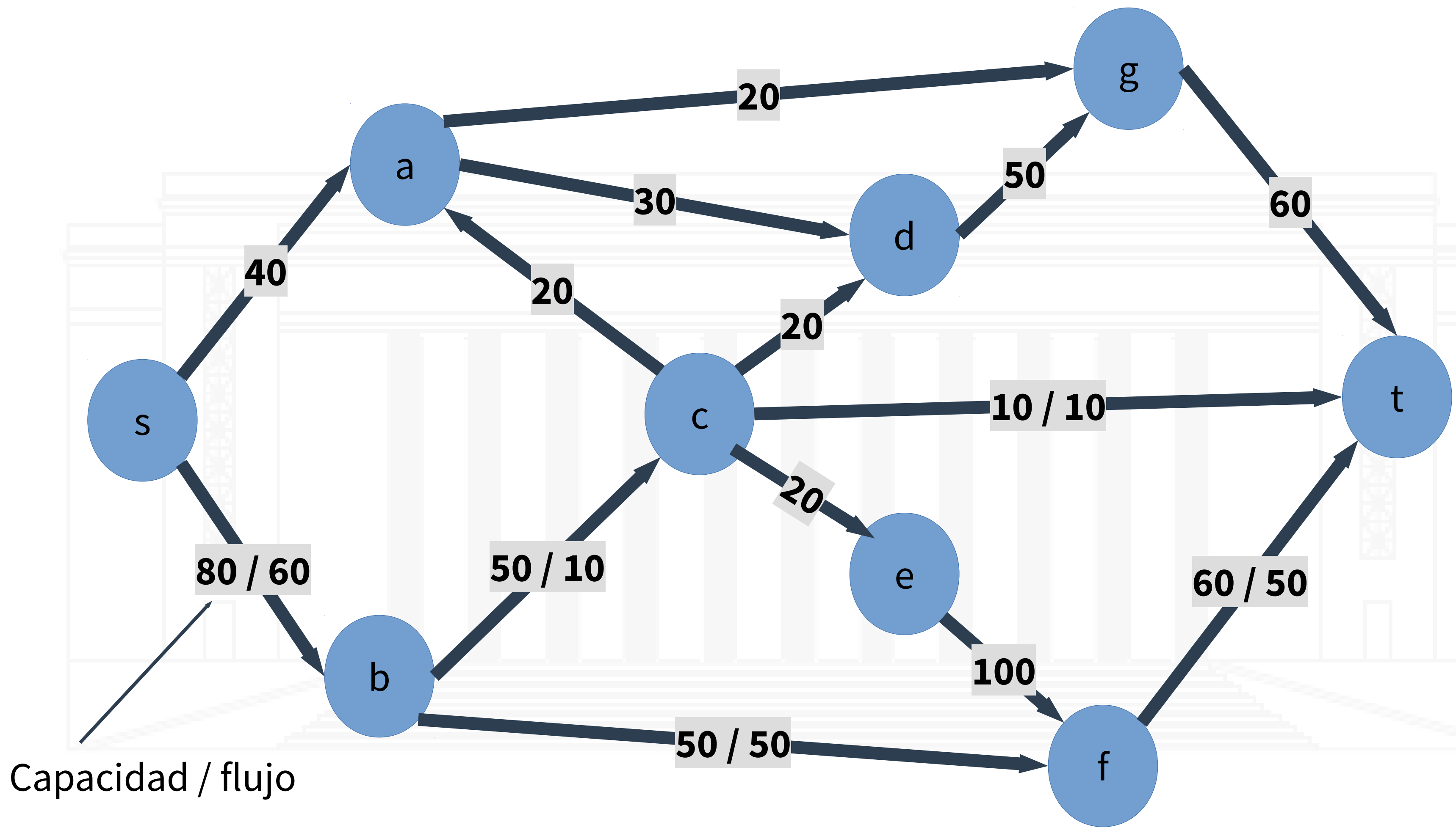
Para cada v ∈ V – {s,t} (condición de conservación):

$$\mathcal{F}_{in}(v) \leftarrow \sum_{e \text{ in } v} f(e) = \sum_{e \text{ out } v} f(e) \rightarrow \mathcal{F}_{out}(v)$$

Valor del flujo: cantidad de flujo generado por la fuente:

$$V(f) = \sum_{e \text{ out } s} f(e)$$

Visualmente

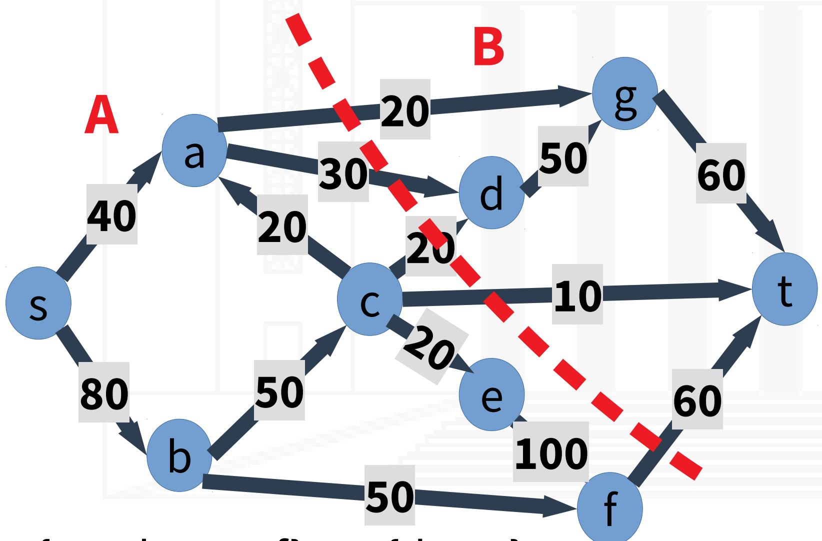


“Corte” del grafo

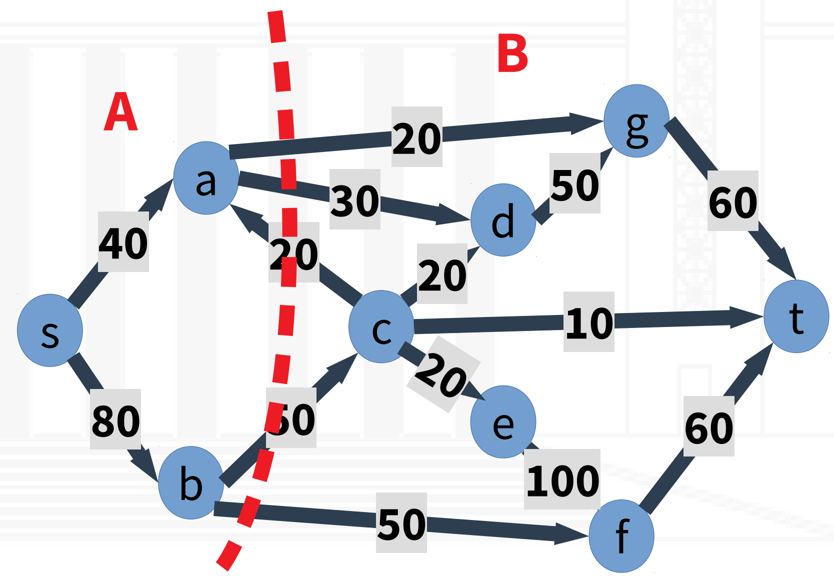
Dividimos los nodos del grafo en 2 sets (A y B). s ϵ A y t ϵ V

Cualquier flujo s-t debe cruzar en algún punto de A a B

Ese corte define un limite al caudal máximo de flujo.



A = {s, a, b, c, e, f} B = {d, g, t}
C(A,B) = 20 + 30 + 20 + 10 + 60 = 140



A = {s, a, b} B = {c, d, e, f, g, t}
C(A,B) = 20 + 30 + 50 + 50 = 150

Problema del flujo máximo

Dado una red flujo, encontrar el flujo de máximo valor posible

Presentación realizada en Mayo de 2020