Algoritmos randomizados: Presentación

Teoría de Algoritmos I (75.29 / 95.06)

Ing. Víctor Daniel Podberezski
vpodberezski@fi.uba.ar

Algoritmos randomizados

Un algoritmo randomizado

Es aquel que resuelve un problema P

Utilizando

Como parámetro extra una cadena aleatoria “r”

Decisiones de ejecución

Se realizan teniendo en cuenta la lectura de la cadena aleatoria.

Son “elecciones aleatorias”

Optimalidad y complejidad temporal

Diferentes ejecuciones

de la misma instancia del problema

Puede ejecutarse

en diferente cantidad de pasos, o

Puede retornar

una salida diferente

Ventajas

Permiten

Construir soluciones “simples” de implementar (y entender)

Hallar soluciones

más rápido que los mejores algoritmos conocidos

(con la posibilidad de fallar en el intento o en el tiempo)

(Algunos) casos de uso

Verificación de identidad

Ej: determinar si el resultado de la multiplicación de 2 matrices es correcto

Ordenar o mezclar elementos

Ej: barajar cartas para un juego online

Quiebre de simetría

Ej: gestión de recurso único ante peticiones simultáneos

Balanceo de carga

Ej: asignación de tareas a varias unidades de procesamiento

Detección de propiedad mediante “testigo”

Ej: Determinación si un número es compuesto o primo

Origen de la aleatoridad

Realizando un algoritmo

No se puede construir una funciona aleatoria

Existen procesos

De origen natural de tipo aleatorios

(radiación, fluctuación térmica, etc)

Computacionalmente

Lo más que se puede lograr son funciones pseudoaletorias

Tipos de Algoritmos randomizados: Monte Carlo

Dan resultados

probablemente correctos

Se espera que

La probabilidad de obtener un valor correcto sea grande

Se ejecutan

En tiempo polinomial

Tipos de Algoritmos randomizados: Las Vegas

Dan resultados

correctos

Se ejecuta

probablemente rápidos.

Se espera que

su tiempo de ejecución sea rápido

No tiene una cota al tiempo de ejecución (No terminan hasta hallar el resultado correcto)

Clases de complejidad: RP

Se conoce

Como “RP” (o “R”)

A aquellos problemas de decisión

Para los que existe un programa “M” randomizado

Que se ejecuta en tiempo polinomial

Tal que para toda instancia I del problema

Si I es “si”, entonces pr(M(I,r)=”si”) ≥ ½

Si I es “no”, entonces pr(M(I,r)=”si”) = 0 ← No hay falsos positivos

Respuesta Producida (columnas) / Respuesta Correcta (filas)

	SI	NO
SI	≥1/2	≤1/2
NO	0	1

Si la respuesta producida es “si”, es la respuesta correcta.
Sino, no se

Clases de complejidad: co-RP

Se conoce

Como “co-RP” (o “co-R”)

A aquellos problemas de decisión

Para los que existe un programa “M” randomizado

Que se ejecuta en tiempo polinomial

Tal que para toda instancia I del problema

Si I es “si”, entonces pr(M(I,r)=”no”) = 0 ← No hay falsos negativos

Si I es “no”, entonces pr(M(I,r)=”no”) ≥ ½

Respuesta Producida

Respuesta Correcta	SI	NO
SI	1	0
NO	≤1/2	≥1/2

Si la respuesta producida es “no”, es la respuesta correcta.
Sino, no se

Clases de complejidad: ZPP

Se conoce

- Como zero-error probabilistic P (ZPP)

A aquellos problemas de decisión

- Que pertenecen a RP y co-RP

Para toda instancia I del problema

- Podemos ejecutar el algoritmo en RP y co-RP

En tiempo polinomial tendremos 3 respuestas posibles

- Si, No y No Se sabe

La repetición de un numero no determinado de ejecuciones

- Nos asegura obtener el resultado correcto

RP	co-RP	ZPP
NO	NO	NO
NO	SI	NO SE
SI	NO	(imposible)
SI	SI	SI

Corresponden a los algoritmos conocidos como Las Vegas

RP ∩ co-RP

Clases de complejidad: BPP

Se conoce como

bounded-error probabilistic P (BPP)

A aquellos problemas de decisión

Para los que existe un programa “M” randomizado

Que se ejecuta en tiempo polinomial

Tal que para toda instancia I del problema

Si I es “si”, entonces pr(M(I,r)=”si”) ≥ ⅔

Si I es “no”, entonces pr(M(I,r)=”si”) ≤ ⅓

No podemos estar seguros

Si el resultado es correcto,

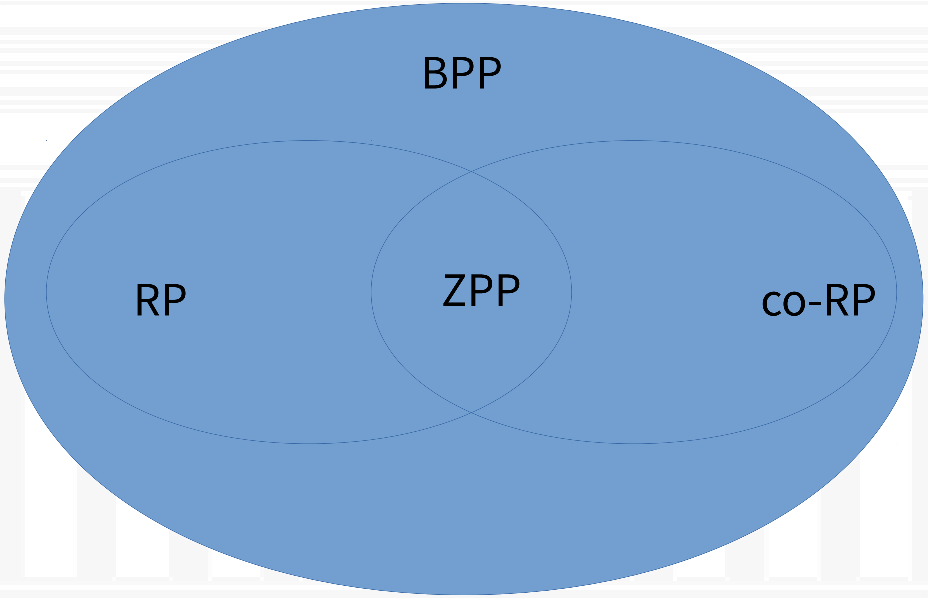
podemos afirmarlo con “alta probabilidad”

Respuesta Producida

Respuesta Correcta	SI	NO
SI	≥2/3	≤1/3
NO	≤1/3	≥2/3

Corresponden a los algoritmos conocidos como Monte Carlo

Relación entre clases



Presentación realizada en Junio de 2020