

ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

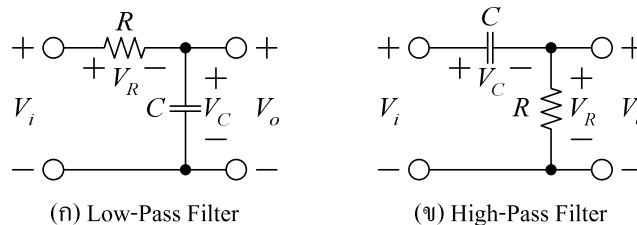
**AEL-01 การตอบสนองของวงจร Passive อย่างง่าย****วัตถุประสงค์**

1. ศึกษาการตอบสนองความถี่ของวงจร  $RC$  และ  $RL$  อย่างง่าย
2. ศึกษาการตอบสนองของวงจร  $RC$  และ  $RL$  ต่อสัญญาณสี่เหลี่ยม
3. ศึกษาการใช้งานเครื่องมือวัดและอุปกรณ์กำเนิดสัญญาณต่างๆ

ในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ มีการใช้ความต้านทาน (resistor หรือ  $R$ ), ตัวเก็บประจุ (capacitor หรือ  $C$ ), และขดลวดเหนี่ยวนำ (inductor หรือ  $L$ ) เพื่อทำให้ได้คุณสมบัติของวงจรบางอย่างที่ต้องการ เช่น การกำหนดแรงดันหรือกระแสไฟเลี้ยงวงจรอิเล็กทรอนิกส์, การเลือกแถบความถี่ที่ต้องการขยายหรือตัดทิ้ง, การส่งผ่านสัญญาณจากวงจรหนึ่งไปยังอีกวงจรหนึ่งโดยไม่ให้มีผลของไฟเลี้ยงวงจรมาเกี่ยวข้อง, ฯลฯ. การต่ออุปกรณ์ passive เหล่านี้ในวงจร จะมีผลต่อสัญญาณที่เป็นรูปไซน์และไม่ได้เป็นรูปไซน์. ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นรูปไซน์ สัญญาณเอาต์พุตจะมีขนาดและเฟสเปลี่ยนไป และถ้าสัญญาณอินพุตไม่ได้เป็นรูปไซน์ สัญญาณเอาต์พุตจะมีรูปร่างที่แตกต่างจากสัญญาณอินพุตได้.

**1.1. การตอบสนองความถี่ของวงจร  $RC$  อย่างง่าย**

วงจร  $RC$  อย่างง่ายประกอบด้วยแหล่งจ่ายแรงดัน ตัวต้านทาน และตัวเก็บประจุอย่างละ 1 ตัว ได้แสดงไว้ในรูปที่ 1.1 ก และ ข. แรงดัน  $V_i$  เป็นแรงดันอินพุต ส่วน  $V_o$  เป็นแรงดันเอาต์พุต.

รูปที่ 1.1 วงจร  $RC$  อย่างง่าย.

การวิเคราะห์การตอบสนองความถี่ของวงจรใดๆก็ตาม เราจะใช้สัญญาณอินพุตที่เป็นรูปไซน์ (sinusoidal waveform) และใช้การวิเคราะห์แบบ phasor เพื่อหาขนาดและมุมของแรงดัน  $V_o$  เทียบกับขนาดและมุมของ  $V_i$ . ค่า impedance ของตัวเก็บประจุ  $C$  จะเท่ากับ  $\frac{1}{j\omega C}$  ซึ่งขึ้นอยู่กับความถี่ โดยที่  $\omega = 2\pi f$  rad/s และ  $f$  คือความถี่ที่มีหน่วยเป็น Hz. วงจรในรูปที่ 1.1 ก และ ข จะให้ transfer function ซึ่งบอกความสัมพันธ์ระหว่างเอาต์พุต  $V_o$  และอินพุต  $V_i$  ดังต่อไปนี้

$$\text{วงจรรูปที่ 1.1 ก:} \quad \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (1.1)$$

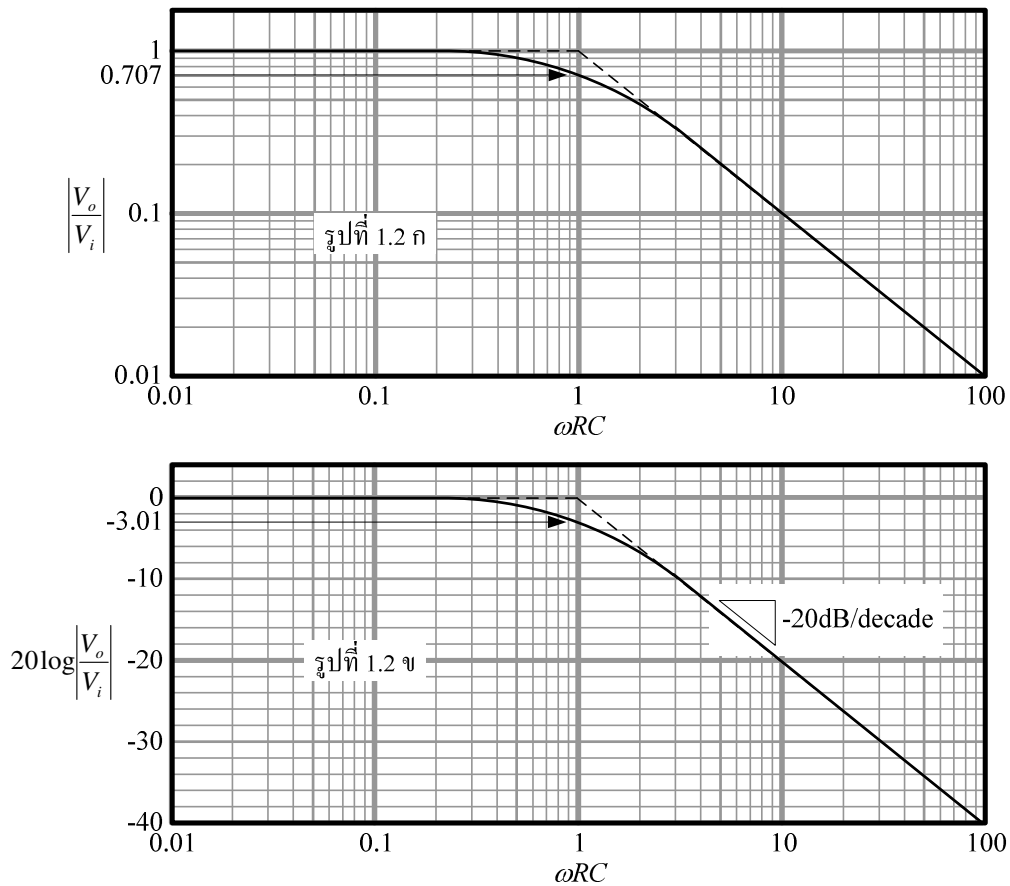
$$\text{วงจรรูปที่ 1.1 ข:} \quad \frac{V_o}{V_i} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \quad (1.2)$$

จากสมการที่ 1.1 ถ้าความถี่มีค่าต่ำๆ  $1 \gg j\omega RC$ . ดังนั้น  $\frac{V_o}{V_i}$  จะมีขนาดประมาณ 1 และมีมุมประมาณ 0 องศา. ถ้าความถี่เพิ่มขึ้น ขนาดของตัวหารจะมากกว่า 1 ไปเรื่อยๆ. ดังนั้น  $\frac{V_o}{V_i}$  จะมีขนาดลดลงน้อยกว่า 1 และมีมุมเป็นค่าลบมากขึ้น เมื่อความถี่เพิ่มขึ้น. ที่ความถี่  $\omega = \frac{1}{RC}$  (หรือ  $\omega RC = 1$ ) ขนาดของ  $\frac{V_o}{V_i}$  จะเท่ากับ  $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$  และมีมุมเท่ากับ -45 องศา. ถ้าความถี่เพิ่มสูงขึ้นไปอีก ขนาดของ  $\frac{V_o}{V_i}$  จะลดลงไปเรื่อยๆ และมีมุมเป็นลบมากขึ้นไปอีก แต่จะไม่เกิน -90 องศา. เนื่องจากวงจรนี้จะให้ขนาดของ  $\frac{V_o}{V_i}$  ที่ความถี่ต่ำใหญ่กว่าที่ความถี่สูง จึงเรียกววงจรนี้ว่า low-pass filter.

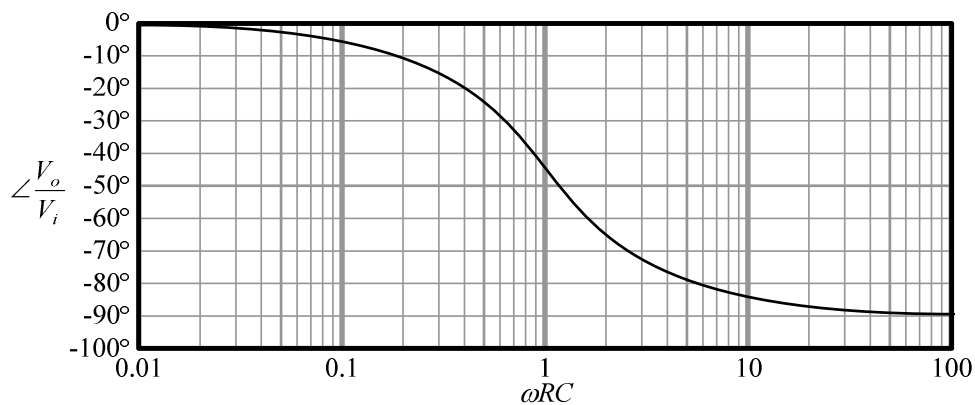
ในการเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของ  $\frac{V_o}{V_i}$  กับความถี่ เรามักใช้ log scale สำหรับแกนขนาดและความถี่ เพราะค่าที่ต่ำอาจต่ำกว่าค่าที่สูงหลายสิบเท่า ดังแสดงในรูปที่ 1.2 ก. เราสามารถคำนวณ  $\log\left|\frac{V_o}{V_i}\right|$  ก่อนก็ได้ แล้วจึงเขียนกราฟ จะทำให้ scale ของ  $\log\left|\frac{V_o}{V_i}\right|$  เป็นแบบเชิงเส้น. แต่กราฟที่นิยมใช้จะเป็น log function ของอัตราส่วนกำลังงานระหว่างเอาต์พุตและอินพุต ( $\log\left|\frac{P_o}{P_i}\right|$ ). เนื่องจากกำลังงานแปรผันกับแรงดันยกกำลังสอง ดังนั้น  $\log\left|\frac{P_o}{P_i}\right| = \log\left|\frac{V_o^2}{V_i^2}\right| = 2\log\left|\frac{V_o}{V_i}\right|$  ซึ่งเป็นค่าที่ไม่มีหน่วย แต่นิยมที่จะใช้ Bel (B) เป็นหน่วย เพื่อเป็นเกียรติให้แก่ Alexander Graham Bell. เนื่องจาก Bel เป็นหน่วยที่ใหญ่ จึงมีการใช้หน่วย decibel (dB) กันอย่างแพร่หลาย ซึ่ง 10 dB จะเท่ากับ 1 B. ดังนั้น  $\log\left|\frac{P_o}{P_i}\right|$  B เท่ากับ  $20\log\left|\frac{V_o}{V_i}\right|$  dB. รูปที่ 1.2 ข เป็นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $20\log\left|\frac{V_o}{V_i}\right|$  กับความถี่ใน log scale.

ที่ความถี่  $\omega = \frac{1}{RC}$  จะได้  $20\log\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = -3.01 \text{ dB} \approx -3 \text{ dB}$  และที่ความถี่สูงขึ้น ความชันของกราฟที่มีค่าลดลงจะเท่ากับ -20 dB/decade. (decade หมายถึงความแตกต่างกัน 10 เท่าทางความถี่). ความถี่นี้จึงมักใช้สัญลักษณ์ว่า  $\omega_{3dB} = \frac{1}{RC}$  หรือ  $f_{3dB} = \frac{1}{2\pi RC}$ .

ส่วนความสัมพันธ์ระหว่างมุมของ  $\frac{V_o}{V_i}$  กับความถี่ จะใช้ linear scale สำหรับมุม และ log scale สำหรับความถี่ ดังแสดงในรูปที่ 1.3. กราฟในรูปที่ 1.2 และ 1.3 เรียกว่า Bode plot ซึ่งให้ชื่อตาม H. W. Bode ซึ่งใช้กราฟดังกล่าวอย่างมากในขณะทำงานเกี่ยวกับเครื่องขยายสัญญาณให้กับ Bell Telephone Laboratories ในช่วงทศวรรษ 1930.



รูปที่ 1.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของ  $\frac{V_o}{V_i}$  กับความถี่

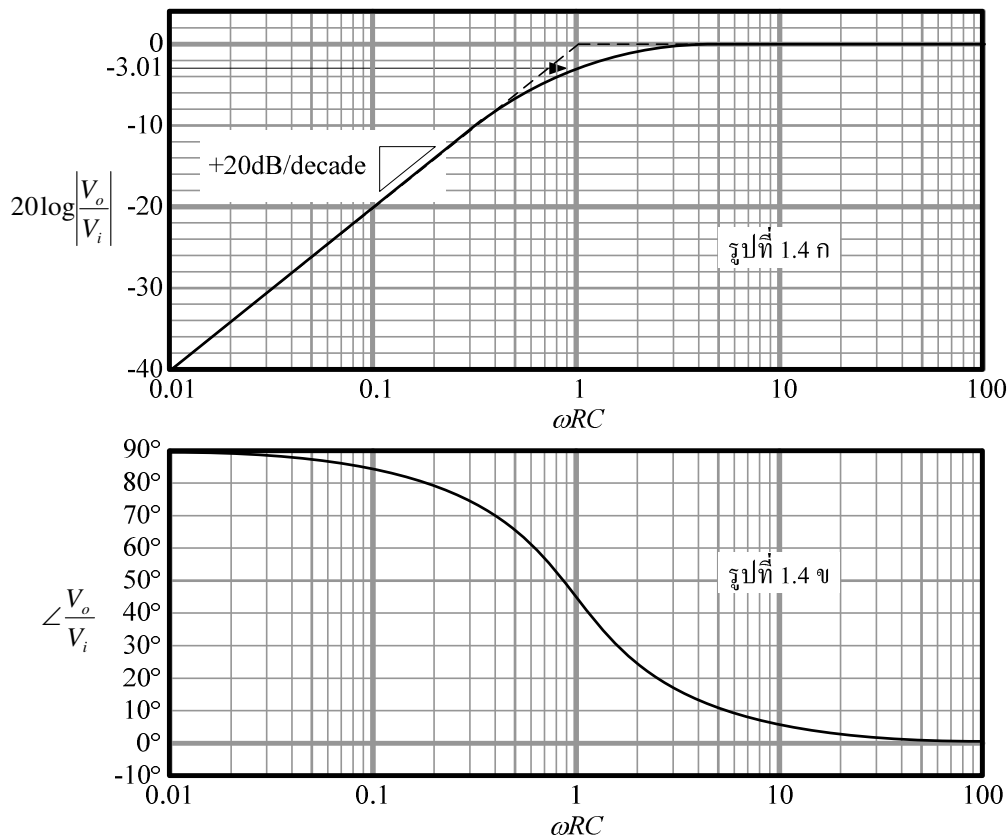


รูปที่ 1.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุมของ  $\frac{V_o}{V_i}$  กับความถี่

จากสมการที่ 1.2 ซึ่งเป็นของวงจรในรูปที่ 1.1 ข ที่ความถี่ต่ำๆ  $1 \gg j\omega RC$  ทำให้ตัวหารของสมการจะมีค่าประมาณ 1. ส่วนตัวตั้งคือ  $j\omega RC$  จะมีค่าน้อยตามความถี่และมีมุมประมาณ +90 องศา. ดังนั้น ค่า  $20\log\left|\frac{V_o}{V_i}\right|$  จะมีค่าน้อยไปด้วย และมีมุมประมาณ +90 องศา. ถ้าความถี่มีค่าสูงขึ้น ขนาดของ  $\frac{V_o}{V_i}$  จะเพิ่มมากขึ้นและมุมจะเป็นบวกน้อยลง เนื่องจากมีมุมของตัวหารของสมการมาลบออก. ความชัน

ของกราฟที่เพิ่มขึ้นนี้จะมีค่าเท่ากับ +20 dB/decade. ที่ความถี่  $\omega_{3dB} = \frac{1}{RC}$  (หรือ  $f_{3dB} = \frac{1}{2\pi RC}$ ) ขนาดของ  $\frac{V_o}{V_i}$  จะเท่ากับ  $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$  หรือ  $20\log\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = -3.01$  dB และมีมุมเท่ากับ +45 องศา. ถ้าความถี่เพิ่มสูงขึ้นไปอีก ขนาดของ  $\frac{V_o}{V_i}$  จะเพิ่มขึ้นไปเรื่อยๆ เข้าใกล้ 1 และมุมจะมีค่าลดลงไปเข้าใกล้ 0 องศา. เนื่องจากวงจรนี้จะให้ขนาดของ  $\frac{V_o}{V_i}$  ที่ความถี่สูงใหญ่กว่าที่ความถี่ต่ำ จึงเรียกววงจรนี้ว่า high-pass filter.

Bode plot ของ high-pass filter นี้ได้แสดงไว้ในรูปที่ 1.4.

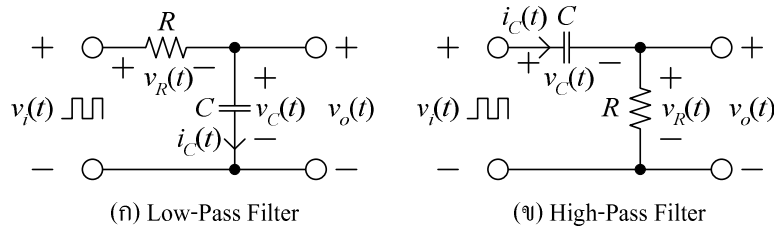


รูปที่ 1.4 Bode plot ของวงจรในรูปที่ 1.1 ข.

## 1.2. การตอบสนองของวงจร RC ต่อสัญญาณสี่เหลี่ยม

วงจร RC ที่จะใช้ศึกษาการตอบสนองกับสัญญาณสี่เหลี่ยมใน time domain ได้แสดงไว้ในรูปที่ 1.5 ซึ่งเป็นวงจรเดียวกันกับที่แสดงไว้ในรูปที่ 1.1. ถ้าเราพิจารณาสมการของตัวเก็บประจุ  $i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$  จะพบว่า แรงดันคร่อมตัวเก็บประจุ  $v_C(t)$  จะเปลี่ยนแปลงในทันทีไม่ได้ มิฉะนั้นจะเกิดกระแสที่มีค่าสูงมากเป็นค่าอนันต์ไหลผ่าน ซึ่งเป็นไปไม่ได้ในทางปฏิบัติ. ดังนั้นถ้า  $v_i(t)$  ในรูปที่ 1.5 มีการเปลี่ยนระดับแรงดันในทันที ตัวเก็บประจุจะทำตัวเสมือนเป็นตัวลัดวงจร ไม่มีแรงดันตกคร่อมที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงทันทีนี้เลย. ถ้าสมมุติให้  $v_i(t)$  มีขนาดการเปลี่ยนระดับแรงดันเท่ากับ  $a$  ในทันที แรงดันคร่อมตัวต้านทาน

$v_R(t)$  จะเปลี่ยนไปทันทีด้วยขนาดเท่ากับ  $a$ . ส่วน  $v_C(t)$  มีค่าเท่าเดิม ไม่เปลี่ยนในทันที แต่  $\frac{dv_C(t)}{dt}$  จะเปลี่ยนไป. นอกจากนี้ตัวเก็บประจุจะไม่ยอมให้กระแสตรง ซึ่งเป็นกระแสที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงไหลผ่าน เนื่องจาก  $\frac{dv_C(t)}{dt} = 0$  ทำให้  $i_C(t) = 0$  ด้วย. ดังนั้น จากวงจรในรูปที่ 1.5 ถ้า  $v_i(t)$  มีค่าเฉลี่ยเท่าใด  $v_C(t)$  จะมีค่าเฉลี่ยเท่านั้นด้วย.



รูปที่ 1.5 วงจร RC อย่างง่ายที่จะใช้ศึกษาการตอบสนองกับสัญญาณสี่เหลี่ยม

ดังนั้น ถ้าสัญญาณประกอบด้วยไฟฟ้ากระแสตรงและสลับอยู่ปนกัน สัญญาณกระแสตรงทั้งหมดจะตกคร่อมตัวเก็บประจุ ไม่สามารถทำให้เกิดกระแสตรงไหลผ่านตัวเก็บประจุได้. สัญญาณที่ผ่านตัวเก็บประจุและทำให้เกิดกระแสไฟฟ้า จะเป็นสัญญาณกระแสไฟฟ้าสลับเท่านั้น ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความถี่ของสัญญาณด้วย.

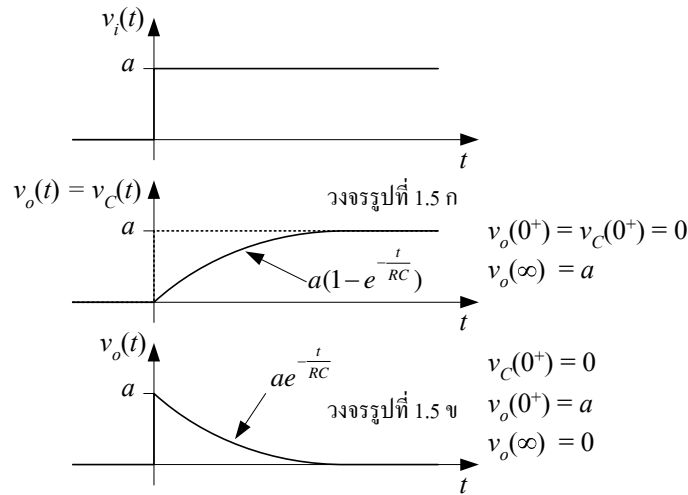
การวิเคราะห์ห้วงจรใน time domain สามารถทำได้โดยการแก้สมการของวงจร ซึ่งในกรณีนี้เป็นสมการอนุพันธ์ (differential equation). ถ้าให้  $v_i(t)$  เป็น step function ผลลัพธ์สมการอนุพันธ์ของวงจร จะอยู่ในรูปของ exponential function ดังต่อไปนี้

$$v_C(t) = v_C(\infty) + (v_C(0) - v_C(\infty))e^{-\frac{t}{RC}} \quad (1.1)$$

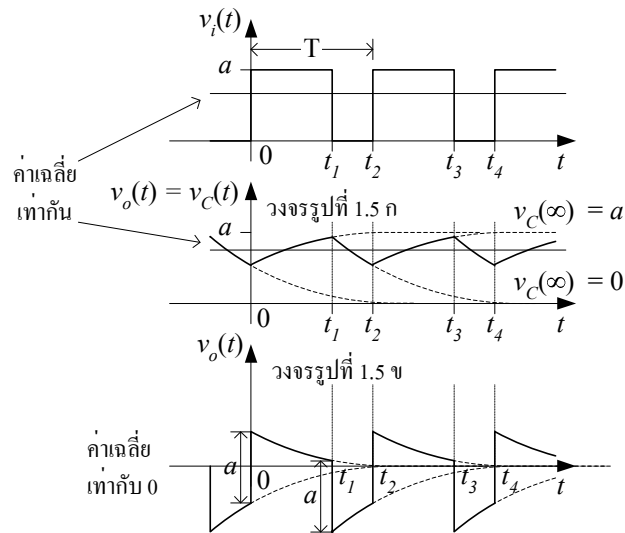
โดยที่  $v_C(0)$  และ  $v_C(\infty)$  เป็นแรงดันเริ่มต้นและแรงดันสุดท้ายเมื่อปล่อยวงจรทิ้งไว้เป็นระยะเวลานานตามลำดับ. รูปที่ 1.6 แสดงตัวอย่างรูปคลื่นของ  $v_o(t)$  ที่มี  $v_i(t)$  เป็น step function  $au(t)$ . ค่า time constant ของ exponential function จะมีค่าเท่ากับผลคูณของค่าความต้านทานกับค่าตัวเก็บประจุ ( $RC$ ).

ถ้าแรงดันอินพุต  $v_i(t)$  ประกอบไปด้วย step functions หลายช่วงต่อกันหรือเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยมแรงดันเอาต์พุต  $v_o(t)$  จะเป็น exponential function หลายช่วงเช่นเดียวกับแรงดันอินพุต ดังแสดงในรูปที่ 1.7. Exponential function แต่ละช่วงเหล่านี้จะมีค่า time constant เท่ากันหมดเท่ากับ  $RC$ . การวิเคราะห์รูปคลื่นแบบนี้ต้องแบ่งออกเป็นช่วงๆตามอินพุต และให้ค่าสุดท้ายของตัวแปรอนุพันธ์  $v_C(t)$  ของแต่ละช่วงเป็นค่าเริ่มต้นในช่วงถัดไป.

ในกรณีที่แรงดันอินพุต  $v_i(t)$  เป็นสัญญาณสี่เหลี่ยมซ้ำๆกันในแต่ละคาบ แรงดันเอาต์พุต  $v_o(t)$  ก็ซ้ำๆกันในแต่ละคาบด้วย ซึ่งหมายความว่าแรงดัน  $v_C(t)$  ที่เป็นตัวแปรอนุพันธ์จะมีคุณสมบัติ  $v_C(t) = v_C(t+T)$  โดยที่  $T$  เป็นคาบเวลาของสัญญาณสี่เหลี่ยม.



รูปที่ 1.6 การตอบสนองของวงจรในรูปที่ 1.5 โดยที่  $v_i(t)$  เป็น step function.



รูปที่ 1.7 การตอบสนองของวงจรในรูปที่ 1.5 โดยที่  $v_i(t)$  เป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม.

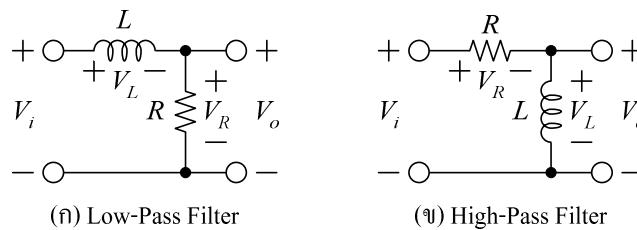
กราฟตรงกลางของรูปที่ 1.7 แสดงแรงดันเอาต์พุต  $v_o(t)$  ที่ได้จากวงจรรูปที่ 1.5 ก ซึ่งมี  $v_i(t)$  เป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม จะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $v_i(t)$  นั่นเอง เนื่องจากตัวเก็บประจุไม่ยอมให้ไฟฟ้ากระแสตรงผ่าน. ส่วนแรงดันเอาต์พุต  $v_o(t)$  ที่ได้จากวงจรรูปที่ 1.5 ข เป็นแรงดันที่ตกคร่อมตัวความต้านทาน จะมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 เนื่องจากกระแสไฟตรงผ่านตัวเก็บประจุไม่ได้. แรงดันคร่อมตัวความต้านทานจึงเป็นแรงดันกระแสสลับแต่เพียงเดียว และแรงดันกระแสสลับนี้จะมีค่าเฉลี่ยเป็น 0. นอกจากนี้ ทุกครั้งที่มีการเปลี่ยน  $v_i(t)$  อย่างทันที แรงดันคร่อมตัวความต้านทานจะเปลี่ยนทันทีด้วยขนาดที่เท่ากับด้วย ดังแสดงไว้ในรูปที่ 1.7 กราฟล่างสุด.

### 1.3. การตอบสนองความถี่ของวงจร RL

วงจรอิเล็กทรอนิกส์โดยทั่วไปจะมีการใช้ขดลวดเหนี่ยวนำน้อยกว่าตัวเก็บประจุ เนื่องจากขดลวดเหนี่ยวนำทำได้ยากกว่า และค่า inductance ของขดลวดมีค่าความผิดพลาดสูงกว่า. การใช้ขดลวดเหนี่ยวนำต้องคำนึงถึงความต้านทานของลวดตัวนำด้วยซึ่งขึ้นอยู่กับความถี่ที่ใช้งานด้วย. ถ้าความถี่สูง ค่า reactance

ของขดลวดอาจมีค่าสูงกว่าค่าความต้านทานมากจนสามารถไม่ต้องคิดผลของความต้านทานเลยก็ได้. แต่ถ้าความถี่ต่ำ ค่า reactance ของขดลวดต่ำด้วย จึงทำให้ผลของความต้านทานของขดลวดมีมากขึ้น ซึ่งอาจจะเลยผลของความต้านทานไม่ได้. ขดลวดที่มีค่าความเหนี่ยวนำสูง มักจะมีแกนเป็นแกนเหล็กหรือแกนเฟอร์ไรท์ (ferrite) ซึ่งจะให้ค่าความเหนี่ยวนำสูงกว่าแกนอากาศโดยที่ไม่ต้องพันจำนวนรอบมาก. แต่การใช้แกนเหล่านี้นี้มีข้อจำกัดที่ความถี่สูง ซึ่งจะเกิดกำลังงานสูญเสียในแกนมากได้ ทำให้เสมือนมีความต้านทานต่ออยู่ในวงจร และค่าความเหนี่ยวนำจะลดลง.

รูปที่ 1.8 แสดงวงจร  $RL$  อย่างง่าย 2 แบบประกอบด้วยแหล่งจ่ายแรงดัน ตัวต้านทาน และขดลวดเหนี่ยวนำอย่างละ 1 ตัว. ค่า impedance ของขดลวดเหนี่ยวนำเท่ากับ  $j\omega L$  ซึ่งขึ้นอยู่กับความถี่ โดยที่  $\omega = 2\pi f$  rad/s และ  $f$  คือความถี่ที่มีหน่วยเป็น Hz.



รูปที่ 1.8 วงจร  $RL$  อย่างง่าย.

การวางตำแหน่งของขดลวดเหนี่ยวนำในวงจร  $RL$  เพื่อให้เกิดคุณสมบัติทางความถี่ที่ต้องการ จะต่างจากตำแหน่งของตัวเก็บประจุในวงจร  $RC$  เนื่องจากคุณสมบัติทางความถี่ของขดลวดเหนี่ยวนำจะตรงกันข้ามกับตัวเก็บประจุ คือ ที่ความถี่สูงขึ้น impedance ของขดลวดเหนี่ยวนำจะสูงขึ้นด้วย. วงจรในรูปที่ 1.8 ก และ ข จะให้ transfer function ระหว่างเอาต์พุต  $V_o$  และอินพุต  $V_i$  ดังต่อไปนี้

$$\text{วงจรรูปที่ 1.8 ก:} \quad \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + j\omega L/R} \quad (1.3)$$

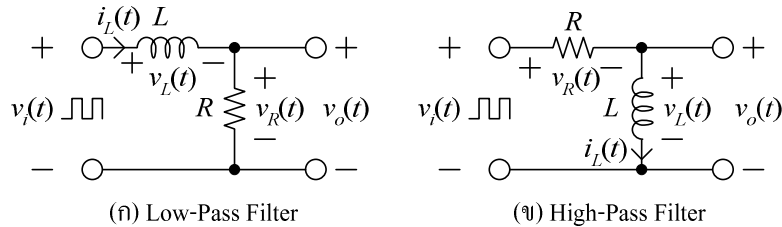
$$\text{วงจรรูปที่ 1.8 ข:} \quad \frac{V_o}{V_i} = \frac{j\omega L/R}{1 + j\omega L/R} \quad (1.4)$$

กราฟการตอบสนองความถี่ที่ได้จากสมการ transfer function ของวงจร  $RL$  ทั้งสองสมการข้างบนนี้จะคล้ายกับการวิเคราะห์สมการที่ได้จากวงจร  $RC$  ที่ได้กล่าวไปแล้ว จะต่างกันตรงที่แกนความถี่จะเป็น  $\omega L/R$  แทนที่จะเป็น  $\omega RC$  นั่นเอง. ในกรณีของวงจร  $RL$  นี้ จะได้ว่า  $\omega_{3dB} = \frac{R}{L}$  หรือ  $f_{3dB} = \frac{R}{2\pi L}$ .

#### 1.4. การตอบสนองของวงจร $RL$ ต่อสัญญาณสี่เหลี่ยม

วงจร  $RL$  ที่จะใช้ศึกษาการตอบสนองกับสัญญาณสี่เหลี่ยมใน time domain ได้แสดงไว้ในรูปที่ 1.9 ซึ่งเป็นวงจรเดียวกันกับที่แสดงไว้ในรูปที่ 1.8. ถ้าเราพิจารณาสมการของขดลวดเหนี่ยวนำ  $v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$  จะพบว่า กระแสที่ไหลผ่านขดลวดเหนี่ยวนำ  $i_L(t)$  จะเปลี่ยนแปลงในทันทีไม่ได้ มิฉะนั้นจะเกิดแรงดันคร่อมขดลวดที่มีค่าสูงมากเป็นค่าอนันต์ ซึ่งเป็นไปไม่ได้ในทางปฏิบัติ. ดังนั้นถ้า  $v_i(t)$  ในรูปที่ 1.9 มีการเปลี่ยนระดับแรงดันในทันที ขดลวดเหนี่ยวนำจะทำตัวเสมือนเป็นแหล่งจ่ายกระแส

ทำให้กระแสที่ไหลผ่านขดลวดยังคงเท่าเดิม แต่แรงดันตกคร่อมขดลวดจะเปลี่ยนแปลง. ถ้าสมมติให้  $v_i(t)$  มีขนาดการเปลี่ยนระดับแรงดันเท่ากับ  $a$  ในทันที แรงดันคร่อมขดลวด  $v_L(t)$  จะเปลี่ยนไปทันทีด้วยขนาดเท่ากับ  $a$ .



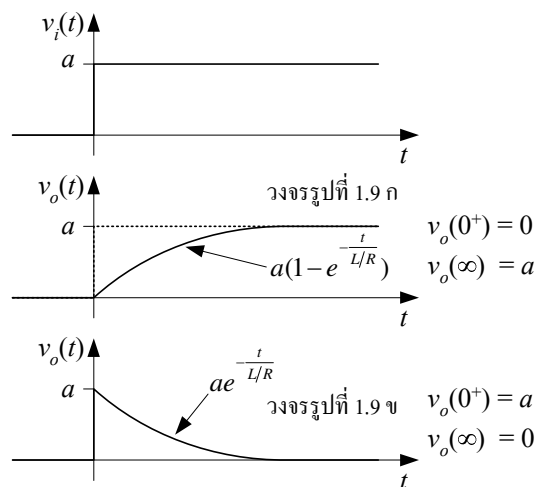
รูปที่ 1.9 วงจร  $RL$  อย่างง่ายที่จะใช้ศึกษาการตอบสนองกับสัญญาณสี่เหลี่ยม.

นอกจากนี้ขดลวดเหนี่ยวนำจะยอมให้กระแสตรงผ่านได้. ถ้ามีกระแสตรงไหลผ่าน  $\frac{di_L(t)}{dt} = 0$  แรงดัน  $v_L(t) = 0$  ด้วย. ดังนั้น ถ้าปล่อยสัญญาณที่มีกระแสตรงและกระแสสลับ กระแสตรงจะผ่านเสมือนว่า ขดลวดเป็นเสมือนตัวลัดวงจร ไม่มีแรงดันตกคร่อมขดลวดสำหรับกระแสตรง. แต่ในทางปฏิบัติจะมีแรงดันตกคร่อมขดลวด เนื่องจากกระแสตรงที่ไหลผ่านความต้านทานของขดลวด. สัญญาณกระแสสลับที่มีความถี่ต่ำสามารถผ่านขดลวดได้บ้าง. แต่ถ้ามีความถี่สูง ก็จะผ่านได้น้อยลง.

การวิเคราะห์วงจรใน time domain สามารถทำได้โดยการแก้สมการของวงจร ซึ่งในกรณีนี้เป็นสมการอนุพันธ์ (differential equation). ถ้าให้  $v_i(t)$  เป็น step function ผลลัพธ์สมการอนุพันธ์ของวงจร จะอยู่ในรูปของ exponential function ดังต่อไปนี้

$$i_L(t) = i_L(\infty) + (i_L(0) - i_L(\infty))e^{-\frac{t}{L/R}} \quad (1.1)$$

โดยที่  $i_L(0)$  และ  $i_L(\infty)$  เป็นแรงดันเริ่มต้นและแรงดันสุดท้ายเมื่อปล่อยวงจรทิ้งไว้เป็นเวลานานตามลำดับ. รูปที่ 1.10 แสดงตัวอย่างรูปคลื่นของ  $v_o(t)$  ที่มี  $v_i(t)$  เป็น step function  $au(t)$ . ค่า time constant ของ exponential function จะมีค่าเท่ากับผลหารของค่าความเหนี่ยวนำกับด้วยค่าความต้านทาน ( $L/R$ ).

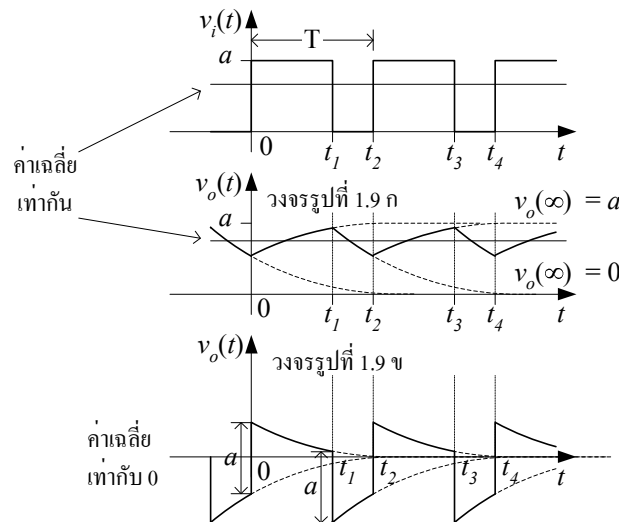


รูปที่ 1.10 การตอบสนองของวงจร  $RL$  ในรูปที่ 1.9 โดยที่  $v_i(t)$  เป็น step function.



ถ้าแรงดันอินพุต  $v_i(t)$  ประกอบไปด้วย step functions หลายช่วงต่อกันหรือเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม แรงดันเอาต์พุต  $v_o(t)$  จะเป็น exponential function หลายช่วงเช่นเดียวกับแรงดันอินพุต ดังแสดงในรูปที่ 1.11. Exponential function แต่ละช่วงเหล่านี้จะมีค่า time constant เท่ากันหมดเท่ากับ  $L/R$ . การวิเคราะห์รูปคลื่นแบบนี้ต้องแบ่งออกเป็นช่วงๆตามอินพุต และให้ค่าสุดท้ายของตัวแปรอนุพันธ์  $i_L(t)$  ของแต่ละช่วงเป็นค่าเริ่มต้นในช่วงถัดไป.

ในกรณีที่แรงดันอินพุต  $v_i(t)$  เป็นสัญญาณสี่เหลี่ยมซ้ำๆกันในแต่ละคาบ แรงดันเอาต์พุต  $v_o(t)$  ก็ซ้ำๆกันในแต่ละคาบด้วย ซึ่งหมายความว่า  $i_L(t)$  ที่เป็นตัวแปรอนุพันธ์จะมีคุณสมบัติ  $i_L(t) = i_L(t+T)$  โดยที่  $T$  เป็นคาบเวลาของสัญญาณสี่เหลี่ยมด้วย.



รูปที่ 1.11 การตอบสนองของวงจร  $RL$  ในรูปที่ 1.9 โดยที่  $v_i(t)$  เป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม.

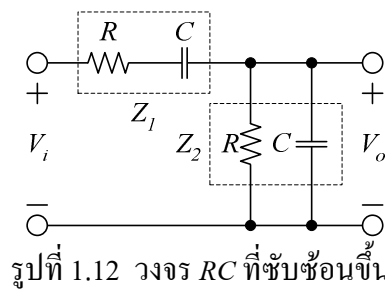
กราฟตรงกลางของรูปที่ 1.11 แสดงแรงดันเอาต์พุต  $v_o(t)$  ที่ได้จากวงจรรูปที่ 1.9 ก ซึ่งมี  $v_i(t)$  เป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม จะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $v_i(t)$  นั่นเอง เนื่องจากขดลวดให้ไฟฟ้ากระแสตรงผ่านได้ทั้งหมด. ส่วนแรงดันเอาต์พุต  $v_o(t)$  ที่ได้จากวงจรรูปที่ 1.9 ข เป็นแรงดันที่ตกคร่อมขดลวด จะมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 เนื่องจากกระแสไฟตรงผ่านขดลวดได้ทั้งหมด ไม่มีแรงดันกระแสตรงคร่อมขดลวด. แรงดันคร่อมขดลวดจึงเป็นแรงดันกระแสสลับแต่เพียงเดียว และแรงดันกระแสสลับนี้จะมีค่าเฉลี่ยเป็น 0. นอกจากนี้ ทุกครั้งที่มีการเปลี่ยน  $v_i(t)$  อย่างทันที แรงดันคร่อมขดลวดจะเปลี่ยนทันทีด้วยขนาดที่เท่ากันด้วย ดังแสดงไว้ในรูปที่ 1.11 กราฟล่างสุด.

### 1.5. การตอบสนองความถี่ของวงจร $RC$ ที่ซับซ้อนขึ้น

เราสามารถต่อวงจรอิเล็กทรอนิกส์ที่ประกอบด้วย ตัวต้านทาน ขดลวดเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ เพื่อให้เลือกความถี่ที่วงจรจะมีผล โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่ความถี่กำจร (resonance frequency) ของวงจร  $RLC$ . แต่เนื่องจากการควบคุมค่าของขดลวดเหนี่ยวนำให้ได้ความแม่นยำสูงนั้น ทำได้ยาก และขดลวดเหนี่ยวนำมีความต้านทานของลวดที่ใช้เข้ามาเกี่ยวข้อง ทำให้การตอบสนองกับความถี่ไม่เป็นไปตามที่ออกแบบไว้ จึงทำให้วงจรอิเล็กทรอนิกส์ส่วนใหญ่จะหลีกเลี่ยงการใช้ขดลวดเหนี่ยวนำ แต่หันมาออกแบบ

วงจรโดยใช้ตัวต้านทาน ตัวเก็บประจุ และ operational amplifier (หรือ op-amp) แทน. รายละเอียดของวงจร op-amp จะยังไม่กล่าวถึงในการทดลองนี้.

ในส่วนนี้จะแสดงให้เห็นว่าเราอาจใช้วงจร RC ที่ซับซ้อนขึ้นเพื่อให้ได้ผลทางความถี่ที่ต้องการ. วงจรที่จะใช้ศึกษาต่อไปได้แสดงไว้ในรูปที่ 1.12 ประกอบด้วย วงจร RC แบบอนุกรม และวงจร RC แบบขนาน. วงจร RC แบบอนุกรม นั้น จะมี impedance  $Z_1 = \frac{1+j\omega RC}{j\omega C}$  ซึ่งที่ความถี่ต่ำ  $Z_1$  จะมีค่าสูงมาก และที่ความถี่สูง  $Z_1$  จะมีค่าลดลงแต่ไม่ต่ำกว่าค่าความต้านทาน  $R$ . ส่วนวงจร RC แบบขนาน จะมี impedance  $Z_2 = \frac{R}{1+j\omega RC}$  ซึ่งที่ความถี่ต่ำ  $Z_2$  มีค่าประมาณค่าความต้านทาน  $R$  และที่ความถี่สูง  $Z_2$  จะมีค่าลดลงตามความถี่.



ถ้าเขียน transfer function จะได้ว่า

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{j\omega RC}{1 - (\omega RC)^2 + j3\omega RC} \quad (1.5)$$

ถ้า  $\omega = \frac{1}{RC}$  หรือ  $f_{3dB} = \frac{1}{2\pi RC}$  จะทำให้  $\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{1}{3}$  และค่านี้จะเป็นค่าสูงสุดตลอดทุกย่านความถี่.

ความถี่นี้จึงถูกเรียกว่าเป็น ความถี่กลาง (center frequency). ส่วนมุมของ  $\frac{V_o}{V_i}$  ที่ความถี่ดังกล่าวจะมีค่า

เท่ากับ 0 องศา. ที่ความถี่อื่น  $\left| \frac{V_o}{V_i} \right|$  จะมีค่าน้อยกว่านี้. ถ้าเขียน Bode plot ของสมการ 1.5 จะได้กราฟดัง

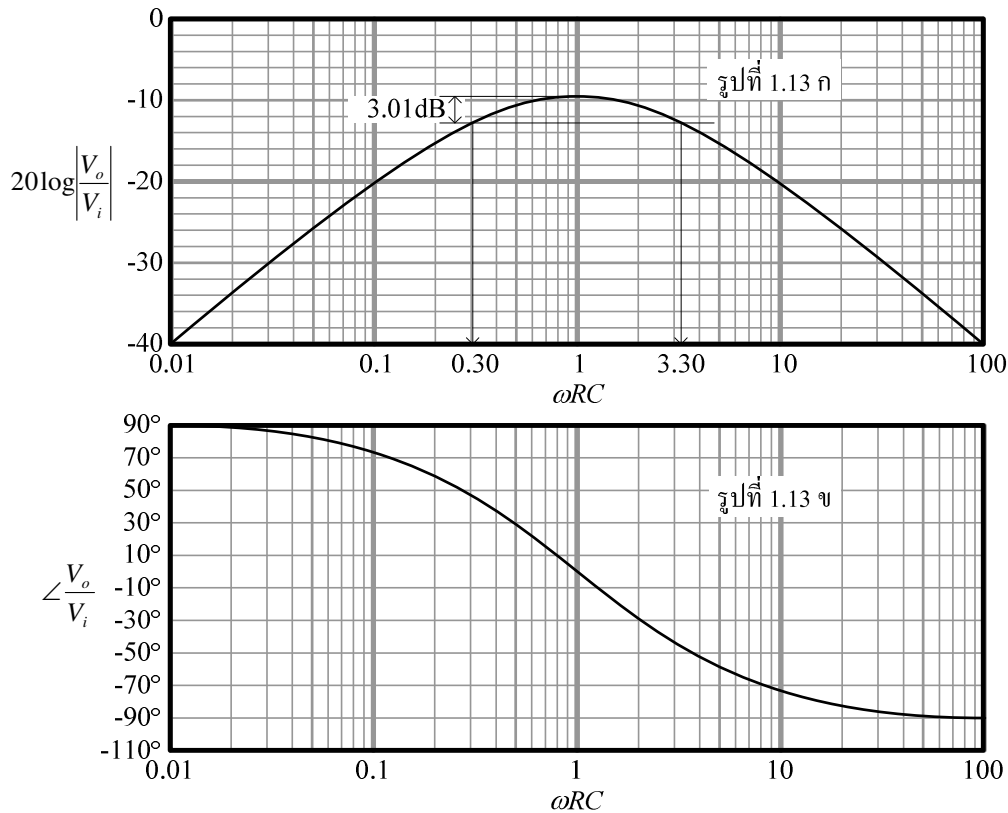
แสดงในรูปที่ 1.13. จากรูปที่ 1.13 ก จะเห็นว่า วงจรจะให้ความถี่  $\omega_o = \frac{1}{RC}$  (หรือ  $f_o = \frac{1}{2\pi RC}$ ) ผ่านได้ดี

ที่สุด. เราจึงใช้วงจรนี้เลือกความถี่ได้. ลักษณะการทำงานของวงจรนี้เรียกว่า band-pass filter. แต่การแยกแยะความถี่ของวงจรนี้ยังไม่ดี เมื่อเทียบกับวงจร band-pass filter แบบอื่นๆ เนื่องจากความถี่ใกล้เคียงยังคงมีขนาดใกล้เคียงกับขนาดสูงสุด.

เราจะนิยามคำว่า bandwidth (หรือ BW) ให้หมายถึง ขนาดช่วงความถี่ที่กำลังงานลดลงจากค่าสูงสุด แต่ยังมากกว่าหรือเท่ากับครึ่งหนึ่งของกำลังงานสูงสุด. ดังนั้น จากจุดสูงสุดของกราฟในรูปที่ 1.13 ก ลดลงไปที่ประมาณ 3 dB ให้อ่านความถี่ทั้งสองด้านของค่าสูงสุด แล้วนำค่าความถี่มาลบกัน จะได้ค่า bandwidth ซึ่งในรูปที่ 1.13 ก นี้ ก็คือ  $3.30 - 0.30 = 3 \text{ rad/s}$ . ค่าคุณภาพการแยกแยะความถี่ของวงจร หรือ quality factor (Q)

จะเท่ากับ ค่าความถี่ที่ทำให้กำลังงานสูงสุด หารด้วยค่า bandwidth ( $Q = \frac{\omega_o}{BW(\text{rad/s})} = \frac{f_o}{BW(\text{Hz})}$ ). สำหรับ

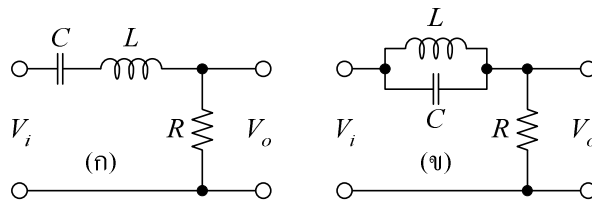
วงจรนี้ ค่า  $Q$  จะเท่ากับ  $1/3 = 0.333$ . วงจรอิเล็กทรอนิกส์แบบอื่นๆ สามารถให้ค่า  $Q$  มากกว่า 10 จนถึงหลายร้อยได้.



รูปที่ 1.13 Bode plot ของวงจรในรูปที่ 1.12.

### 1.6. การตอบสนองความถี่ของวงจร $RLC$

เนื่องจากขดลวดเหนี่ยวนำ  $L$  มี impedance เป็น  $+j\omega L$  และตัวเก็บประจุ  $C$  มี impedance เป็น  $\frac{-j}{\omega C}$  การต่ออุปกรณ์ทั้งสองแบบลงในวงจรเดียวกัน จะทำให้เกิด impedance หักล้างกันได้หมดที่บางความถี่ (เช่น  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ). เราสามารถใช้ผลจากการหักล้าง impedance กันของทั้งสองอุปกรณ์นี้ เพื่อทำให้เกิดการตอบสนองความถี่แบบ band-pass หรือ band-reject ได้ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 1.14 ก และ ข ตามลำดับ.



รูปที่ 1.14 วงจรกรองความถี่แบบ (ก) band-pass และ (ข) band-reject.

## 1.7. อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

$R$ 470 $\Omega$	2 ตัว
$C$ 0.1 $\mu F$	2 ตัว
$L$ 47 mH	1 ตัว
Digital Voltmeters	1 เครื่อง
Oscilloscope	1 เครื่อง
Signal Generator	1 เครื่อง

## 1.8. การทดลอง

## 1.8.1. วัดการตอบสนองความถี่ของวงจร RC High Pass Filter

ต่อวงจร high-pass filter ดังแสดงในรูปที่ 1.1 ข. คำนวณค่า  $f_{3dB} = \frac{1}{2\pi RC} = \dots\dots\dots \text{Hz.}$   
 ให้แรงดันอินพุต  $V_i$  เป็นรูปคลื่นไซน์ มีขนาด 5 Vpp. ป้อนความถี่ตามที่กำหนดไว้ในตารางที่ 1.1 และบันทึกผลที่ได้ลงในตารางที่ 1.1 เช่นเดียวกัน. นำผลที่ได้จากการวัดและทฤษฎี ทั้งค่า  $20\log \frac{V_o}{V_i}$  และ  $\angle \frac{V_o}{V_i}$  plot ลงในกราฟ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 1.4 ก และรูปที่ 1.4 ข เพื่อเปรียบเทียบผลจากการทดลองและทฤษฎี.

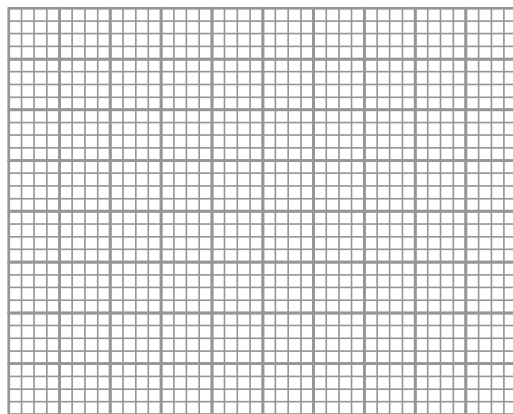
ตารางที่ 1.1 บันทึกผลการทดลอง high-pass filter.

$f(\text{Hz})$	$V_i$ (V <sub>pp</sub> ) ที่วัดได้	$V_o$ (V <sub>pp</sub> ) ที่วัดได้	$20\log \frac{V_o}{V_i}$ ที่วัดได้	$20\log \frac{V_o}{V_i}$ จากทฤษฎี	$\angle \frac{V_o}{V_i}$ (deg.) ที่วัดได้	$\angle \frac{V_o}{V_i}$ (deg.) จากทฤษฎี
100				-3.06E+01		88.3
200				-2.46E+01		86.6
500				-1.67E+01		81.6
800				-1.28E+01		76.7
1k				-1.10E+01		73.5
2k				-5.87E+00		59.4
$1/(2\pi RC)$				-3.01E+00		45.0
5k				-1.64E+00		34.1
8k				-7.16E-01		22.9
10k				-4.71E-01		18.7
20k				-1.23E-01		9.6
50k				-1.99E-02		3.9

ในรายงานให้แสดงการคำนวณค่า  $20\log\frac{V_o}{V_i}$  และ  $\angle\frac{V_o}{V_i}$  ทางทฤษฎีอย่างละเอียดที่ความถี่ 3 dB และอภิปรายผลการทดลองเทียบกับผลจากทฤษฎี โดยจะต้องเขียนกราฟผลจากการทดลองและทฤษฎีลงบนพื้นที่กราฟเดียวกันด้วย.

### 1.8.2. วัดการตอบสนองของวงจร RC High Pass Filter กับสัญญาณสี่เหลี่ยม

ใช้วงจรจากการทดลองที่แล้ว. ให้แรงดัน  $v_i(t)$  เป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม ที่มีขนาด  $5V_{pp}$  ความถี่เท่ากับ 1kHz และมี duty cycle 50%. ให้ต่อ  $v_i(t)$  และ  $v_o(t)$  เข้ากับออสซิลโลสโคปช่องสัญญาณที่ 1 และ 2 ตามลำดับ. ปรับสเกลต่างๆให้เหมาะสม และวาดรูปคลื่นบนจอออสซิลโลสโคปบนพื้นที่วาดกราฟในรูปที่ 1.15.



CH1: \_\_\_\_\_ V/div

CH2: \_\_\_\_\_ V/div

Time: \_\_\_\_\_ s/div

รูปที่ 1.15 พื้นที่วาดกราฟที่ได้จากจอออสซิลโลสโคป ในการทดลองข้อ 1.8.2.

ในรายงานให้อภิปรายผลที่ได้จากการทดลองเทียบกับทฤษฎี (รูปที่ 1.7  $v_o(t)$  ของวงจรรูปที่ 1.5 ข).

### 1.8.3. วัดการตอบสนองของวงจร RC High Pass Filter กับสัญญาณ AC และ DC ปนกัน

ใช้วงจรจากการทดลองที่แล้ว. ให้ปรับ dc offset ของ function generator ขึ้นลงอย่างช้าๆ แล้วบันทึกผลการเปลี่ยนแปลงของค่า average (หรือ dc) ของแรงดัน  $v_i(t)$  และ  $v_o(t)$  ที่อ่านได้จากออสซิลโลสโคป.

ในรายงานให้อธิบายว่า ทำไมค่า dc ของแรงดัน  $v_i(t)$  จึงไม่ส่งผลต่อ  $v_o(t)$ .

### 1.8.4. การวัดค่าความต้านทานของขดลวดเหนี่ยวนำ

ใช้ Ohmmeter วัดค่าความต้านทานของขดลวดที่เตรียมไว้ให้และบันทึกผล.

ความต้านทานของขดลวด  $R_L = \underline{\hspace{2cm}}$  Ohms

ถ้าขดลวดมีค่าความเหนี่ยวนำเท่ากับ 47 mH. ขดลวดนี้จะต้องทำงานที่ความถี่เท่าใด จึงจะทำให้ผลของ reactance ของขดลวดมากกว่าผลจากความต้านทานของขดลวด 10 เท่า.

ความถี่ที่ทำให้  $10R_L \leq |j2\pi fL| = \underline{\hspace{2cm}}$  Hz (คำนวณ)

### 1.8.5. วัดการตอบสนองความถี่ของวงจร RC ที่ซับซ้อนขึ้น

ต่อวงจรตามรูปที่ 1.12. ให้แรงดันอินพุต  $V_i$  เป็นรูปคลื่นไซน์ มีขนาด 5 Vpp. ป้อนความถี่ตามที่กำหนดไว้ในตารางที่ 1.2 และบันทึกผลที่ได้ลงในตารางที่ 1.2 เช่นเดียวกัน. นำผลที่ได้จากการวัดและทฤษฎี ทั้งค่า  $20\log \frac{V_o}{V_i}$  และ  $\angle \frac{V_o}{V_i}$  plot ลงในกราฟ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 1.13 เพื่อเปรียบเทียบผลจากการทดลองและทฤษฎี.

ตารางที่ 1.2 บันทึกผลการทดลองวงจร RC ที่ซับซ้อนขึ้น.

$f(\text{Hz})$	$V_i$ (V <sub>pp</sub> ) ที่วัดได้	$V_o$ (V <sub>pp</sub> ) ที่วัดได้	$20\log \frac{V_o}{V_i}$ ที่วัดได้	$20\log \frac{V_o}{V_i}$ จากทฤษฎี	$\angle \frac{V_o}{V_i}$ (deg.) ที่วัดได้	$\angle \frac{V_o}{V_i}$ (deg.) จากทฤษฎี
100				-3.06E+01		84.9
200				-2.47E+01		79.9
500				-1.72E+01		65.6
800				-1.40E+01		53.1
1k				-1.27E+01		45.9
2k				-1.01E+01		20.2
$1/(2\pi RC)$				-9.54E+00		0.0
5k				-9.84E+00		-14.9
8k				-1.11E+01		-32.9
10k				-1.20E+01		-41.1
20k				-1.62E+01		-62.4
50k				-2.35E+01		-78.5

จากกราฟ

3dB Bandwidth (BW) = \_\_\_\_\_ Hz (ค่าทางทฤษฎีเท่ากับ  $3/(2\pi RC)$ )

Quality Factor (Q) = \_\_\_\_\_ (ค่าทางทฤษฎีเท่ากับ 1/3 )

ในรายงานให้แสดงการคำนวณค่า  $20\log \frac{V_o}{V_i}$  และ  $\angle \frac{V_o}{V_i}$  ทางทฤษฎีอย่างละเอียดที่ความถี่ที่ทำให้ขนาดของ  $20\log \frac{V_o}{V_i}$  สูงสุด และอภิปรายผลการทดลองเทียบกับผลจากทฤษฎี โดยจะต้องเขียนกราฟผลจากการทดลองและทฤษฎีลงบนพื้นที่กราฟเดียวกันด้วย.

### 1.9. สรุปสิ่งที่เรียนรู้

ให้สรุปสิ่งที่เรียนรู้ทั้งหมดจากการทดลองแยกเป็นอีกหัวข้อหนึ่งในท้ายรายงาน โดยสรุปเรียงตามลำดับเรื่องที่ทดลอง.