

DSGE急速入门

SZY

2025 年 12 月 17 日

目录

1	DSGE是什么	2
1.1	思想简介	2
1.2	数学本质	2
1.3	最简单的DSGE方程	3
2	IRF究竟是什么	3

1 DSGE是什么

1.1 思想简介

生活就是跨期决策的艺术，忍受应试的负效用，就是为了未来得到学位之后再劳动力市场上赚到钱，再通过消费获得正效用。经济体也是一样，此刻不消费，把钱留着投资，以后就能获得更高的消费。

在Solow模型中，经济体会确定一个最佳的储蓄率，使得经济到达消费最大化的golden rule水平。而在Ramsey模型中，经济体不再是呆板机械地确定一个最优的储蓄率，而是通过跨期优化来动态地决定每一时期的消费和储蓄。事实上就是优化一个无穷维的向量，在数学上似乎就有一点吓人了。而且经济体的决策规则是最大化自己的效用，不是想守财奴一样单纯财富最大化。最终解得的modified golden rule水平是比原来的golden rule水平的资本存量更小的，这体现了agent的impatience。不禁想到张爱玲的“出名要趁早”，快乐就是要在年轻的时候才来的热烈，莫待无花空折枝！

上面的上古模型固然很经典，但是有两个问题：第一：在模型更加复杂的时候，解析求解by pencil and paper就不可能了，必须借助计算机进行数值模拟。最前沿的异质性，全局解这些话题，对计算能力的要求更高。GPU并行都不算什么了，还有直接烧在FPGA上或者是量子退火的，非常花哨。第二，这些模型没有结合现实数据，只能起到一个“说道理”的作用。对具体的政策指导意义不大。如果我们想要“究竟要降息多少”，“怎么给企业补助”这些可以实践的建议，那么就必须结合现实数据，这就要求模型是可估计的。

现代的DSGE模型就解决了这一些问题。

1.2 数学本质

一言以蔽之，DSGE就是状态转移模型：

$$s_{t+1} = f(s_t, x_t, \varepsilon_t) \quad (1)$$

$$y_t = g(s_t, x_t, \nu_t) \quad (2)$$

其中(1)是运动方程。 s_t 是状态变量，比如资本； x_t 是控制变量，比如消费。我们只能通过控制消费来改变资本存量。而下一期的资本存量显然取决于这一期的资本存量和这一期的消费/储蓄决策，以及随机性冲击，这就是(1)的内涵。

其实此时模型已经闭合了，但是我们需要现实世界的观测数据来估计模型参数，所以还需要(2)，也就是观测方程来把状态变量和控制变量映射到观测变量上面去。比如我们知道真实的GDP产出，那么就需要把它和模型里面的变量“对上”，从而估计。常常使用卡尔曼滤波来估计似然函数，因为无论是MLE还是Bayes都用得到。当然，也可以使用矩估计。

上述的定义是非常general的，一般我们使用一阶perturbation来对数线性化，而且往往不考虑观测误差，可简化为：

$$s_{t+1} = As_t + Bx_t + C\varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, I) \quad (3)$$

$$y_t = Ds_t + Ex_t \quad (4)$$

有一点术语上的问题值得注意：服从于标准正态分布的 ε_t 一般叫做innovation，而Shock指的是 $C\varepsilon_t \sim N(0, C'C)$ 。别看只是乘了一个矩阵，经济意义完全不同。比如生产力受到了负向冲击，指的是innovation 它可能会影响很多状态变量，比如产出肯定低了，失业也会低。产出受到一个标准差的冲击，指的是shock，未必只来自于生产力，是所有innovation的线性组合。

可以发现，当我们线性化之后，DSGE就变成了一个SVAR(structural vector autoregression)模型。两者之间确实有紧密的联系。

1.3 最简单的DSGE方程

我将在dynare中演示一个最简单的DSGE模型,AR(1):

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (5)$$

可能有人看到这里都想笑了，但是不得不承认他确实是一个DSGE模型，麻雀虽小五脏俱全。由于它简单，所以适合用来演示Dynare。

2 IRF究竟是什么

跑完MOD文件之后就会显示脉冲响应图，IRF(Impulse Response Function)。我知道所有人都最关注这个，毕竟论文里面就是报告这个。仿佛reg里面的星星，非常让人着迷。但是很多人未必能说清楚它的含义。

IRF其实就是指a冲击t期后对变量b的影响： $\frac{\partial s_t}{\partial \varepsilon_0}$ 。为了方便，先看t=1的情况，简单的矩阵求导： $\frac{\partial s_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} = C'$ 。太好了，就是C，问题是我们可以估计的出来协方差矩阵 $C'C$ 。但是却估计不出来C。如果要进行矩阵分解，就要施加一些假设，比如楚列斯基分解就要求假设变量相互影响的顺序。显然这种方法的假设太强了，上个世纪就过时了。

现代的IRF实际上是GIRF(Generalized IRF)，使用期望来定义： $E(s_t | \varepsilon_0 = 1) - E(s_t | \varepsilon_0 = 0)$ 。也是非常好理解，有冲击和没有冲击的差不就是影响吗。解析求解冲击也是不可能的，Dynare内部是重复抽样多次然后求平均，从而估计期望的。