

Problema 1.

Prueba los siguientes sistemas de ecuaciones como en el Ejercicio 2.

$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 + 4x_3 &= 0 & x_1 - x_3 &= 0 \\ x_1 + 3x_2 + 8x_3 &= 0 & x_2 + 3x_3 &= 0 \\ \frac{1}{2}x_1 + x_2 + \frac{5}{2}x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Solucion

- Para la ecuación 1 del sistema 1 hacemos $-x_1 + x_2 + 4x_3 = a(x_1 - x_3) + b(x_2 + 3x_3)$

$$\begin{aligned} -1 &= a \\ 1 &= b \\ 4 &= -a + 3b \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a &= -1 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

de modo que $-x_1 + x_2 + 4x_3 = -(x_1 - x_3) + (x_2 + 3x_3)$

- Para la ecuación 2 del sistema 1 hacemos $x_1 + 3x_2 + 8x_3 = a(x_1 - x_3) + b(x_2 + 3x_3)$

$$\begin{aligned} 1 &= a \\ 3 &= b \\ 8 &= -a + 3b \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

de modo que $x_1 + 3x_2 + 8x_3 = (x_1 - x_3) + 3(x_2 + 3x_3)$

- Para la ecuación 3 del sistema 1 hacemos $\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \frac{5}{2}x_3 = a(x_1 - x_3) + b(x_2 + 3x_3)$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= a \\ 1 &= b \\ \frac{5}{2} &= -a + 3b \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \\ b &= 1 \end{aligned}$$

de modo que $\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \frac{5}{2}x_3 = \frac{1}{2}(x_1 - x_3) + (x_2 + 3x_3)$

- Para la ecuación 1 del sistema 2 hacemos $x_1 - x_3 = a(-x_1 + x_2 + 4x_3) + b(x_1 + 3x_2 + 8x_3) + c(\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \frac{5}{2}x_3)$

$$\begin{aligned} 1 &= -a + b + \frac{c}{2} \\ 0 &= a + 3b + c \\ -1 &= 4a + 8b + \frac{5}{2}c \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a &= -\frac{3}{4} \\ b &= \frac{1}{4} \\ c &= 0 \end{aligned}$$

de modo que $x_1 - x_3 = -\frac{3}{4}(-x_1 + x_2 + 4x_3) + \frac{1}{4}(x_1 + 3x_2 + 8x_3) + 0(\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \frac{5}{2}x_3) \Rightarrow x_1 - x_3 = -\frac{3}{4}(-x_1 + x_2 + 4x_3) + \frac{1}{4}(x_1 + 3x_2 + 8x_3)$

- Para la ecuación 2 del sistema 2 hacemos $x_2 + 3x_3 = a(-x_1 + x_2 + 4x_3) + b(x_1 + 3x_2 + 8x_3) + c(\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \frac{5}{2}x_3)$

$$\begin{aligned} 0 &= -a + b + \frac{c}{2} \\ 1 &= a + 3b + c \\ 1 &= 4a + 8b + \frac{5}{2}c \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a &= \frac{1}{4} \\ b &= \frac{1}{4} \\ c &= 0 \end{aligned}$$

de modo que $x_2 + 3x_3 = \frac{1}{4}(-x_1 + x_2 + 4x_3) + \frac{1}{4}(x_1 + 3x_2 + 8x_3) + 0(\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \frac{5}{2}x_3) \Rightarrow x_2 + 3x_3 = \frac{1}{4}(-x_1 + x_2 + 4x_3) + \frac{1}{4}(x_1 + 3x_2 + 8x_3)$