

### Problema 1.

Sea  $F$  el cuerpo de los números complejos. ¿Son equivalentes los dos sistemas de ecuaciones lineales siguiente? Si es así, expresar cada ecuación de cada sistema como combinación lineal del otro.

$$\begin{array}{rcl} x_1 - x_2 = 0 & 3x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 0 & x_1 + x_2 = 0 \end{array}$$

### Solucion

- Para la ecuación 1 del sistema 1 hacemos  $x_1 - x_2 = a(3x_1 + x_2) + b(x_1 + x_2)$

$$\begin{array}{rcl} 1 = 3a + b & \Rightarrow & a = 1 \\ -1 = a + b & & b = -2 \end{array}$$

de modo que  $x_1 - x_2 = 1(3x_1 + x_2) - 2(x_1 + x_2)$

- Para la ecuación 2 del sistema 1 hacemos  $2x_1 + x_2 = a(3x_1 + x_2) + b(x_1 + x_2)$

$$\begin{array}{rcl} 2 = 3a + b & \Rightarrow & a = \frac{1}{2} \\ 1 = a + b & & b = \frac{1}{2} \end{array}$$

de modo que  $2x_1 + x_2 = \frac{1}{2}(3x_1 + x_2) + \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$

- Para la ecuación 1 del sistema 2 hacemos  $3x_1 + x_2 = a(x_1 - x_2) + b(2x_1 + x_2)$

$$\begin{array}{rcl} 3 = a + 2b & \Rightarrow & a = \frac{1}{3} \\ 1 = -a + b & & b = \frac{4}{3} \end{array}$$

de modo que  $3x_1 + x_2 = \frac{1}{3}(x_1 - x_2) + \frac{4}{3}(2x_1 + x_2)$

- Para la ecuación 2 del sistema 2 hacemos  $x_1 + x_2 = a(x_1 - x_2) + b(2x_1 + x_2)$

$$\begin{array}{rcl} 1 = a + 2b & \Rightarrow & a = \frac{-1}{3} \\ 1 = -a + b & & b = \frac{2}{3} \end{array}$$

de modo que  $x_1 + x_2 = \frac{-1}{3}(x_1 - x_2) + \frac{2}{3}(2x_1 + x_2)$