Problema 1.

(a) Pruébese que $A \cap B = B \cap A$ y $A \cup B = B \cup A$.

(b) Pruébese que $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

Solucion

Parte (a)

Sea $x \in A \cap B$ entonces $x \in A$ y $x \in B \Rightarrow x \in B$ y $x \in A$ por lo tanto $x \in B \cap A$, de manera análoga, tenemos que $x \in B \cap A$ entonces $x \in B$ y $x \in A \Rightarrow x \in A$ y $x \in B$, por lo tanto, $x \in A \cap B$, en conclusión $A \cap B = B \cap A$.

Para la conmutatividad en la unión, sea $x \in A \cup B$ entonces $x \in A$ o $x \in B \Rightarrow x \in B$ o $x \in A$ por lo tanto $x \in B \cup A$, de manera análoga, tenemos que $x \in B \cup A$ entonces $x \in B$ o $x \in A \Rightarrow x \in A$ o $x \in B$, por lo tanto, $x \in A \cup B$, en conclusión $A \cup B = B \cup A$ ■

Parte (b)

Sea $x \in (A \cap B) \cap C$ entonces $x \in (A \cap B)$ y $x \in C \Rightarrow x \in A$ y $x \in B$ y $x \in C$ luego $x \in A$ y $x \in (B \cap C) \Rightarrow x \in A \cap (B \cap C)$, de manera análoga, sea $x \in A \cap (B \cap C)$ entonces $x \in (B \cap C) \Rightarrow x \in A$ y $x \in B$ y $x \in C$ luego $x \in (A \cap B)$ y $x \in C \Rightarrow x \in (A \cap B) \cap C$ en conclusión $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ■