Autor: Raúl García Solucionario
Pagina Web: MateTips Principios de Análisis Matemático - Walter Rudin

Venezuela 29 de julio de 2020

Correo: rull3r@hotmail.com

Problema 1.

Demostrar que no existe ningún numero racional que su cuadrado sea 12.

Solucion

Procederemos por reducción al absurdo. Suponemos que sí existe ese numero racional, sea $x=\sqrt{12}=\frac{a}{b}$, es decir, $12=\frac{a^2}{b^2}\Rightarrow 12b^2=a^2$, a^2 no puede ser impar ya que $12b^2=a^2$ con b=2s+1 y a=2t+1 tenemos $12(4s^2+4s+1)=4t^2+4t+1\Rightarrow -48s^2-48s+4t^2+4t=11\Rightarrow 4(-12s^2-12s+t^2+t)=11$ lo cual es una contradicción porque 11 es primo.

Si a^2 es par entonces $a=2k\Rightarrow a^2=4k^2$ luego $4k^2=12b^2\Rightarrow k^2=3b^2$ si k^2 es impar b^2 también es impar, esto es k=2y+1 y b=2w+1 entonces $4y^2+4y+1=3(4w^2+4w+1)\Rightarrow 4y^2+4y+1=12w^2+12w+3$ finalmente $4(y^2+y-3w^2-3w)=2$ lo cual es una contradicción porque 2 no es múltiplo de 4

