

Problema 1.

Demostrar la Proposición 1.15 del Libro. Los axiomas para la multiplicación implican las proposiciones siguientes:

- (a) Si $x \neq 0$ y $xy = xz$, entonces $y = z$
- (b) Si $x \neq 0$ y $xy = x$, entonces $y = 1$
- (c) Si $x \neq 0$ y $xy = 1$, entonces $y = \frac{1}{x}$
- (d) Si $x \neq 0$ entonces $\frac{1}{\frac{1}{x}} = x$

Solucion

- (a) Usando la propiedad distributiva de la multiplicación $xy - xz = 0 \Rightarrow x(y - z) = 0$ y como $x \neq 0$ tenemos que $y = z$ ■
- (b) Usando la propiedad distributiva de la multiplicación $xy - x = 0 \Rightarrow x(y - 1) = 0$ y como $x \neq 0$ tenemos que $y = 1$ ■
- (c) Debido a los axiomas de la multiplicación en los números reales si $x \neq 0$ entonces existe $\frac{1}{x}$ tal que $\frac{1}{x}x = 1$ multiplicando por $\frac{1}{x}$ ambos miembros de la ecuación $xy = 1 \Rightarrow \frac{1}{x}xy = \frac{1}{x}$ tenemos que $y = \frac{1}{x}$ ■
- (d) Dado (a) $\frac{1}{x}\frac{1}{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x}x$ tenemos que $\frac{1}{\frac{1}{x}} = x$ ■