

CALCOLO SCIENTIFICO
Proff. Dajana Conte e Gianluca Frasca Caccia
Esercitazione
PARTE A

Considera il problema a valori iniziali:

$$\begin{cases} y' = 4ty^{\frac{1}{2}} \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad t \in [0, 1]$$

avente come soluzione $y(t) = (1 + t^2)^2$.

Calcola la soluzione numerica di tale problema utilizzando i seguenti metodi lineari multistep:

1) Metodo di Eulero esplicito;

2) $y_{n+2} - (1 + a)y_{n+1} + ay_n = \frac{h}{2}[(3 - a)f(t_{n+1}, y_{n+1}) - (1 + a)f(t_n, y_n)], n = 0, \dots, N - 2$

Considera i due metodi che si ottengono in corrispondenza dei seguenti valori per il parametro a :
 $a=0$ e $a=-5$;

3) $y_{n+2} - y_{n+1} = \frac{h}{3}[3f(t_{n+1}, y_{n+1}) - 2f(t_n, y_n)], n = 0, \dots, N - 2$

Per ognuno dei metodi proposti:

- ✓ Progetta ed implementa una funzione in ambiente MATLAB oppure in linguaggio C (per i metodi a due passi calcola y_1 a utilizzando la soluzione esatta fornita).
- ✓ Applica i metodi con passi $h=0.1$, $h=0.05$ ed $h=0.025$, effettuando il grafico della soluzione esatta e della soluzione approssimata con i tre passi assegnati
- ✓ Per ciascun metodo completa le seguenti tabelle:

t	Yvera	yapprox (h=0.1)	yapprox (h=0.05)	yapprox (h=0.025)
0				
0.1				
0.2				
0.3				
0.4				
0.5				
0.6				
0.7				
0.8				
0.9				
1				

t	err (h=0.1)	err (h=0.05)	err (h=0.025)
0			
0.1			
0.2			
0.3			
0.4			
0.5			
0.6			
0.7			
0.8			
0.9			
1			

- ✓ Traccia il grafico della soluzione vera e di quella numerica contemporaneamente utilizzando colori differenti. Traccia il grafico dell'errore.
- ✓ Osservando i risultati in tabella ed i grafici, puoi ipotizzare la convergenza dei metodi?
- ✓ Verifica che se condizioni teoriche di consistenza e zero-stabilità sono soddisfatte.
- ✓ Utilizzando le seguenti definizioni:

$$cd = -\log_{10}(ERR_T), \quad p_{est}(h) = \frac{cd(h) - cd(2h)}{\log_{10}(2)},$$

dove ERR_T è l'errore commesso nel punto finale dell'intervallo di integrazione, per ciascuno dei metodi completa la seguente tabella:

h	cd	p_est
0,1		
0,05		
0,025		
0,0125		
0,00625		
0,003125		

PARTE B

Considera il modello di cinetica delle reazioni chimiche di Brussellator

$$\begin{cases} y_1' = A + y_1^2 y_2 - (B + 1)y_1 \\ y_2' = B y_1 - y_1^2 y_2 \end{cases}$$

$t \in [0, 20]$, con condizione iniziale $y(0) = [1.5 \quad 3]^T$, al variare dei parametri con $A=1$ e $B=3$.

Soluzione di riferimento: $y(20) = [0.4986370713, 4.596780349]^T$

- ✓ Per ciascuno dei metodi precedenti completa la tabella:

h	cd	p_est
0,1		
0,05		
0,025		
0,0125		
0,00625		
0,003125		