# 推荐系统实践

## 推荐系统基本概念

- 推荐系统与搜索引擎比较
  - 推荐系统和搜索引擎都是用来解决信息过载问题
  - 搜索引擎满足用户有明确目的时主动查找的寻求
  - 推荐系统在用户没有明确的目的是帮助他们发现感兴趣的新内容
- 推荐系统实验方法
  - 。 离线实验
  - 用户调查
  - 在线实验
- 评测指标
  - 用户满意度
  - 预测准确度
  - 。 覆盖率
  - 多样性
  - 新颖度
  - 惊喜度

如果推荐结果和用户的历史兴趣不相似,但却让用户觉得满意,那么就可以说推荐结果的惊喜度很高,而推荐的新颖性仅仅取决于用户是否听说过这个推荐结果

- 信任度
- 。 实时性
- 健壮性

## 基于用户行为数据的推荐算法

#### 用户行为数据

- 无上下文信息的隐性反馈数据集
- 无上下文信息的显性反馈数据集
- 有上下文信息的隐性反馈数据集
- 有上下文信息的显性反馈数据集

#### 评测指标(TopN推荐)

- 召回率:  $Recall = \frac{\sum_{u} |R(u) \cap T(u)|}{\sum_{u} |T(u)|}$
- 准确率:  $Precision = \frac{\sum_{u} |R(u) \cap T(u)|}{\sum_{u} |R(u)|}$
- 覆盖率:  $Coverage = \frac{|\cup_{u} R(u)|}{|I|}$ 
  - R(u)表示对用户推荐的N个物品
  - T(u)表示测试集用户喜欢的物品集合
  - *I*表示所有的物品

# 基于邻域的算法

- 基于用户的协同过滤
  - 找到和目标用户兴趣相似的用户集合
    - Jaccard用户兴趣相似度

$$w_{uv} = \frac{|N(u) \cap N(v)|}{|N(u) \cup N(v)|}$$

■ 余弦相似度

$$w_{uv} = \frac{|N(u) \cap N(v)|}{\sqrt{|N(u)||N(v)|}}$$

■ 用户兴趣相似度改进

$$w_{uv} = \frac{\sum_{i \in N(u) \cap N(v)} \frac{1}{\log(1 + |N(i)|)}}{\sqrt{|N(u)||N(v)|}}$$

○ 找到这个集合中的用户喜欢的,但是目标用户没有听说过的物品推荐给目标用户

■ 用户u对物品i的感兴趣程度

$$p_{ui} = \sum_{v \in S(u,K) \cap N(i)} w_{uv} r_{vi}$$

N(i)表示喜欢物品i的用户集合

 $r_{vi}$ 表示用户v对物品i的兴趣

- 基于物品的协同过滤
  - 计算物品之间的相似度
    - 物品的相似度  $w_{ij} = \frac{|N(i) \cap N(j)|}{|N(i)|}$
    - 余弦相似度

$$w_{ij} = \frac{|N(i) \cap N(j)|}{\sqrt{|N(i)||N(j)|}}$$

■ 用户活跃度对物品相似度的影响

$$w_{ij} = \frac{\sum_{u \in N(i) \cap N(j)} \frac{1}{\log(1 + |N(u)|)}}{\sqrt{|N(i)||N(j)|}}$$

- 。 根据物品的相似度和用户的历史行为给用户生成推荐列表
  - 用户u对一个物品i的兴趣

$$p_{uj} = \sum_{i \in N(u) \cap S(j,K)} w_{ji} r_{ui}$$

N(u)表示用户u有过正反馈的物品集合

 $r_{ui}$ 表示用户u对物品i的兴趣

## 隐语义模型

核心思想是通过隐含特征(latent factor)联系用户兴趣和物品

LFM通过如下公式计算用户u对物品i的兴趣:

• Perference(u,i) = 
$$r_{ui} = p_u^T q_i = \sum_{f=1}^r p_{u,k} q_{i,k}$$

其中 $p_{u,k}$ 度量了用户u的兴趣和第k个隐类的关系,而 $p_{i,k}$ 度量了第k个隐类和物品i之间的关系 优化如下的损失函数来找到最合适的参数p和q:

随机梯度下降法:

• 
$$\frac{\partial C}{\partial p_{uf}} = -2q_{if} + 2\lambda p_{uf}$$
• 
$$\frac{\partial C}{\partial q_{if}} = -2p_{uf} + 2\lambda q_{if}$$

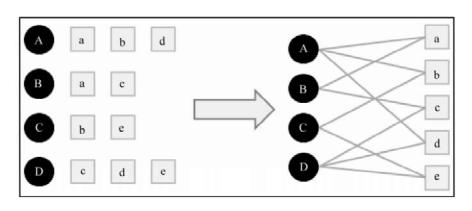
• 
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_{if}} = -2p_{uf} + 2\lambda q_{if}$$

• 
$$p_{uf} = p_{uf} + \alpha (q_{ik} - \lambda p_{uk})$$

• 
$$q_{if} = q_{if} + \alpha (p_{uk} - \lambda q_{ik})$$

#### 基于图的模型

令G(V,E)表示用户物品二分图,其中 $V=V_U\cup V_I$ 由用户顶点集合 $V_U$ 和物品顶点集合 $V_I$ 组成。对于数据集中每一个二元组(u,i),图中 都有一套对应的边 $e(v_u, v_i)$ ,其中  $v_u \in V_u$ 是用户u对应的顶点,  $v_i \in V_I$ 是物品i对应的顶点



## 图中顶点的相关性主要取决于:

- 两个顶点之间的路径数
- 两个顶点之间路径的长度
- 两个顶点之间的路径经过的顶点

# 相关性高的一对顶点一般具有如下特征:

- 两个顶点之间有很多路径相连
- 连接两个顶点之间的路径长度都比较短
- 连接两个顶点之间的路径不会经过出度比较大的顶点

假设要给用户u进行个性化推荐,可以从用户u对应的节点 $v_u$ 开始在用户物品二分图上进行随机游走。游走到任何一个节点时,首先 按照概率 $\alpha$ 决定是继续游走,还是停止这次游走并从 $v_{\alpha}$ 节点开始重新游走。如果决定继续游走,那么就从当前节点指向的节点中按照 均匀分布随机选择一个节点作为游走下次经过的节点。这样,经过很多次随机游走后,每个物品节点被访问到的概率会收敛到一个 数。最终的推荐列表中物品的权重就是物品节点的访问概率。如果将上面的描述表示成公式,可以得到如下公式:

$$PR(v) = \begin{cases} \alpha \sum_{v' \in in(v)} \frac{PR(v')}{|out(v')|} & (v \neq v_u) \\ (1 - alpha) + \alpha \sum_{v' \in in(v)} \frac{PR(v')}{|out(v')|} & (v = v_u) \end{cases}$$

## 评分预测问题

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{(u,i) \in T} (r_{ui} - \widehat{r_{ui}})^2}}{|Test|}$$

#### 平均值

全局平均值

$$\begin{array}{ll} \circ & \mu = \frac{\sum_{(u,i) \in train} r_{ui}}{\sum_{(u,i) \in train} 1} \\ \circ & \widehat{r_{ui}} = \mu \end{array}$$

• 用户评分平均值

$$\begin{array}{ll} \circ & \overline{r_u} = \frac{\sum_{i \in N(u)} r_{ui}}{\sum_{i \in N(u)} 1} \\ \circ & \widehat{r_{ui}} = \overline{r_u} \end{array}$$

• 物品评分平均值

$$\circ \quad \overline{r_i} = \frac{\sum_{u \in N(i)} r_{ui}}{\sum_{u \in N(i)} 1}$$

$$\circ \quad \widehat{r_{ui}} = \overline{r_i}$$

• 用户分类对物品分类的平均值 
$$\circ \ \widehat{r_{ui}} = \frac{\sum_{(v,j) \in train, \phi(u) = \phi(v), \phi(i) = \phi(j)} r_{vj}}{\sum_{(v,j) \in train, \phi(u) = \phi(v), \phi(i) = \phi(j)} 1}$$

#### 基于邻域的方法

- 基于用户的邻域算法
  - 通过皮尔逊系数计算用户之间的相似度 (相关系数)

$$w_{uv} = \frac{\sum_{i \in I} (r_{ui} - \bar{r_u}) (r_{vi} - \bar{r_v})}{\sqrt{\sum_{i \in I} (r_{vi} - \bar{r_v})^2 \sum_{i \in I} (r_{vi} - \bar{r_v})^2}}$$

○ 用户对该物品的评分
$$\widehat{r_{ui}} = \overline{r_u} + \frac{\sum_{v \in S(u,K) \cap N(i)} w_{uv}(r_{vi} - \overline{r_v})}{\sum_{v \in S(u,K) \cap N(i)} |w_{uv}|}$$

- 基于物品的邻域算法
  - 。 余弦相似度

$$w_{ij} = \frac{\sum_{u \in U} r_{ui} r_{uj}}{\sqrt{\sum_{u \in U} r_{ui}^2 \sum_{u \in U} r_{uj}^2}}$$

○ 修正的余弦相似度

$$w_{ij} = \frac{\sum_{u \in U} (r_{ui} - \overline{r_u})(r_{uj} - \overline{r_u})}{\sqrt{\sum_{u \in U} (r_{ui} - \overline{r_u})^2 \sum_{u \in F(i)} \overline{r_u^2}}}$$

。 用户对物品的评分

$$\widehat{r_{ui}} = \overline{r_i} + \frac{\sum_{j \in S(u,K) \cap N(u)} w_{ij} (r_{uj} - \overline{r_j})}{\sum_{j \in S(i,K) \cap N(u)} |w_{ij}|}$$

## 隐语义模型与矩阵分解模型

用户的评分行为可以表示成一个评分矩阵R,其中R[u][i]就是用户u对物品i的评分。但是,用户不会对所有的物品评分,所以这个矩 阵里有很多元素都是空的,这些空的元素称为缺失值 (missing value)

- 传统的SVD分解
  - 首先对评分矩阵的缺失值进行简单的补全,比如全局平均值,或者用户/物品平均值补全,得到补全之后的矩阵R',利用 SVD进行分解:

$$R' = U^T SV$$

其中 $U \in \mathbb{R}^{k*m}$ ,  $V \in \mathbb{R}^{k*n}$ ,  $S \in \mathbb{R}^{k*k}$ 对角线上每个元素都是矩阵的奇异值

 $\circ$  为了对R'进行降维,可以取最大的f个奇异值组成对角矩阵 $S_f$ ,并且找到这f个奇异值中每个值在U、V矩阵中对应的行 和列,得到 $U_f$ 、 $V_f$ ,从而可以得到一个降维后的评分矩阵:  $R_f' = U_f^T S_f V_f$ 

 $R'_f(u,i)$  就是用户u对物品i评分的预测值

• 隐语义模型

从矩阵分解角度来说,LFM就是将评分矩阵R分解成为两个低维矩阵相乘:

$$\circ$$
  $\hat{R} = P^T O$ 

则用户u对物品i的评分的预测值为:

$$\circ \ \widehat{r_{ui}} = \sum_{f} p_{uf} q_{if}$$

LFM通过训练集中的观察值来最小化RMSE学习P、Q矩阵

○ 损失函数

• 
$$C(p,q) = \sum_{(u,i) \in train} (r_{ui} - \widehat{r_{ui}})^2 = \sum_{(u,i) \in train} \left( r_{ui} - \sum_{f=1}^F p_{uf} q_{if} \right)^2$$

○ 损失函数正则化

$$\qquad \mathcal{C}(p,q) = \sum_{(u,i) \in train} \left( r_{ui} - \sum_{f=1}^F p_{uf} q_{if} \right)^2 \\ + \lambda \left( p_u^2 || + q_f^2 || + q_u^2 || + q_u$$

○ 随机梯度下降法

$$p_{uf} = p_{uf} + \alpha (q_{ik} - \lambda p_{uk})$$
  
$$q_{if} = q_{if} + \alpha (p_{uk} - \lambda q_{ik})$$

$$q_{if} = q_{if} + \alpha (p_{ijk} - \lambda q_{ik})$$