25

$$(A, b_1, b_2, b_3) = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -8 & -10 & -10 & -10 \\ 4 & 4 & -4 & 4 & 4 & 4 \\ 6 & 7 & -9 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$I \leftrightarrow II$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 4 & 4 & -4 & 4 & 4 & 4 \\ -3 & 1 & -8 & -10 & -10 & -10 \\ 6 & 7 & -9 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$\frac{1}{4} \cdot I = I$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -8 & -10 & -10 & -10 \\ 6 & 7 & -9 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$3 \cdot I + II = II$

$-6 \cdot I + III = III$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & -11 & -7 & -7 & -7 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$II \leftrightarrow III$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & -3 & -1 \\ 0 & 4 & -11 & -7 & -7 & -7 \end{pmatrix}$$

$-4 \cdot II + III = III$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

Halbdiagonalform

$rg(A) = 3 = n \Rightarrow$ jeweils eine einzige Lösung

$-1 \cdot II + I = II$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$-2 \cdot III + I = I$

$3 \cdot III + II = II$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -6 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 12 & -10 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

Gaussnormalform

$$L\ddot{O}S(A, b_1) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$L\ddot{O}S(A, b_2) = \left\{ \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$$

$$L\ddot{O}S(A, b_3) = \left\{ \begin{pmatrix} 8 \\ -10 \\ -3 \end{pmatrix} \right\}$$