

8

Überprüfen Sie, ob der \mathbb{R}^2 mit der gewöhnlichen Vektoraddition und folgender Skalarmultiplikation alle Vektorraumaxiome erfüllt:

$$\lambda \odot x = \begin{pmatrix} \frac{x_1}{\lambda} \\ \frac{x_2}{\lambda} \end{pmatrix} \quad \text{für} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad \text{und} \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

V6: Abgeschlossenheit bzgl. \odot

zu zeigen: $\forall x \in \mathbb{R}^2, \forall \lambda \in \mathbb{R} : (\lambda \odot x) \in \mathbb{R}^2$

Gegenbeispiel:

$$0 \odot x = \begin{pmatrix} \frac{x_1}{0} \\ \frac{x_2}{0} \end{pmatrix} \notin \mathbb{R}^2, \text{ da die Division durch Null nicht definiert ist.}$$

\Rightarrow V6 ist nicht erfüllt.

Mit der so definierten Skalarmultiplikation ist \mathbb{R}^2 kein Vektorraum.