Proseminar

Lineare Algebra f. Informatik

SoSe 2020

Übungszettel 1

1. Kauf und Verkauf von Tieren (nach Chang Tsang: „Mathematik in 9 Büchern“, Minister des Kaisers von China aus der Han-Zeit, 2. Jahrhundert v. Chr.)

   - Verkauft man 2 Rinder und 5 Schafe und kauft vom Erlös 13 Schweine, so bleiben 1000 Geldstücke übrig.
   - Verkauft man 3 Rinder und 3 Schweine und kauft vom Erlös 9 Schafe, so reicht das Geld gerade.
   - Verkauft man 6 Schafe und 8 Schweine und kauft vom Erlös 5 Rinder, so sind 600 Geldstücke zu wenig.

   Wie viel kostet ein Rind, ein Schwein und ein Schaf?

2. Auf dem Markt kostet eine Gans vier Taler, eine Ente drei Taler und zwei Hühner zusammen einen Taler. Für genau 100 Taler sollen genau 100 Vögel gekauft werden, wie viele Gänse, Enten und Hühner können gewählt werden?

3. Lesen Sie die Proseminar-Richtlinien. Als Ergänzung werde für $k < \frac{2}{3}m$ (also für eine Anzahl von Kreuzen, die unter der Mindestanforderung für eine positive Gesamtnote liegt) die Teilbewertung für die Kreuze nach der Formel

$$\frac{3k}{4m}$$

   berechnet. Zeichnen Sie den Funktionsgraph der Teilbewertung für die Kreuze für k von 0 bis n für unbestimmtes n und geben Sie die vorkommenden Steigungen an.

   Berechnen Sie weiters für folgende Annahmen und Einzelleistungen die Proseminar-Gesamtbewertung g und die Note:

   - Kreuze: $n = 55$ ankreuzbare Aufgaben, $k = 40$ Aufgaben angekreuzt
   - Tafelleistungen:
$$\frac{\frac{5}{6} + \frac{4}{6}}{2}$$
   - Tests: 16 Punkte pro Test erreichbar, erreichte Punkte bei den vier Tests: 11, 9, 6, 8

(Weitere Beispiele auf Seite 2.)

4. Die zweistellige Verknüpfung $\circ$ auf $\mathbb{R}$ sei für alle $a, b \in \mathbb{R}$ definiert als

$$a \circ b \;=\; b\,.$$

Beweisen Sie nacheinander die folgenden vier Aussagen:

- Die Verknüpfung $\circ$ ist assoziativ.
- $\exists e \in \mathbb{R}\, \forall a \in \mathbb{R} : e \circ a = a$.
- $\forall a \in \mathbb{R}\, \exists a' \in \mathbb{R} : a \circ a' = e$.
- $(\mathbb{R}, \circ)$ ist keine Gruppe.

5. Sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper und 0 das neutrale Element bezüglich der Addition $+$. Beweisen Sie:

$$\forall a \in K : 0 \cdot a = 0\,.$$

6. Gegeben ist die dreielementige Menge $M = \{0, 1, 2\}$. Definieren Sie auf M zwei Operationen $+$ und $\cdot$ so, dass $(M, +, \cdot)$ ein Körper ist. Dabei soll $1 + 1 = 2$ und $2 + 2 = 1$ sein.