## 第四章 课后作业

基础类型题目一定要重点掌握，并且熟练应用

### 一、问题求解题

1. 方程 $kx^2-3x+2=0$ 有两个相等的实数根，则必有（　　）。

（A）$k=0$　（B）$k\geq 0$　（C）$k=\frac{9}{8}$　（D）$k=-\frac{9}{8}$　（E）$k<0$

2. 关于 $x$ 的方程 $2x^2-mx-4=0$ 的两根为 $x_1$ 和 $x_2$，且 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=2$，则实数 $m=$（　　）。

（A）-8　（B）8　（C）4　（D）-4　（E）6

3. 方程 $x^2-2x+c=0$ 的两根之差的平方等于 16，则 $c$ 的值是（　　）。

（A）3　（B）-3　（C）6　（D）0　（E）2

4. 不等式 $\frac{3x+1}{x-3}<1$ 的解集是（　　）。

（A）$-3<x<3$　（B）$-2<x<3$　（C）$-13<x<3$　（D）$-3<x<14$

（E）以上结论均不正确

5. 不等式 $ax^2+bx+2>0$ 的解集是 $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$，则 $a-b=$（　　）。

（A）0　（B）-14　（C）14　（D）-10　（E）10

6. 已知 $a,b,c$ 是三角形的三边长，关于 $x$ 的方程 $(c+a)x^2+2bx+(c-a)=0$ 有两个相等的实数根，则该三角形是（　　）【开心提示：此类为考试重点题型】

（A）等腰三角形　　（B）等边三角形

（C）直角三角形　　（D）等腰直角三角形

（E）无法确定

7. 若 $\frac{2x^2+2kx+k}{4x^2+6x+3}<1$ 对任意实数 $x$ 恒成立，那么实数 k 的取值范围是（　　）

【开心提示：此类为考试重点题型】

（A）k＞1　（B）k≤3　（C）1＜k＜3　（D）1≤k≤3　（E）k≥3

8. 设 $x_1$ 和 $x_2$ 是方程 $x^2-2(k+1)x+k^2+2=0$ 的两个实数根，且 $(x_1+1)(x_2+1)=8$，则 $k$ 的值是（　　）。

（A）2　（B）3　（C）4　（D）5　（E）1

9. 已知 $\alpha,\beta$ 是方程 $x^2-x-1=0$ 的两个根，则 $\alpha^4+3\beta=$（　　）。

（A）5　（B）6　（C）$5\sqrt{2}$　（D）$6\sqrt{2}$

（E）以上结论均不正确

10. 方程 $(x^2+x-1)^{x+4}=1$ 的所有整数解的个数是（　　）。

（A）2　（B）3　（C）4　（D）5　（E）6

11. 已知关于 $x$ 的方程 $x^2+2(m-2)x+m^2+4=0$ 有两个实数根，且这两个根的平方和比两根的乘积大 21，则 $m=$（　　）。

（A）17　（B）-1　（C）-17　（D）1 和-17　（E）17 和-1

12. 已知 $-2x^2+5x+c\geq 0$ 的解为 $-\frac{1}{2}\leq x\leq 3$，则 $c=$（　　）。【开心提示：此类为考试重点题型】

（A）$\frac{1}{3}$　（B）3　（C）$-\frac{1}{3}$　（D）-3

（E）以上结论均不正确

13. 满足不等式 $(x+4)(x+6)+3>0$ 的所有实数 $x$ 的集合为（　　）。

（A）$[4,+\infty)$　（B）$(4,+\infty)$　（C）$(-\infty,-2]$　（D）$(-\infty,-1)$　（E）$(-\infty,+\infty)$

14. 方程 $x^2-2007|x|=2008$ 所有实数根的和等于（　　）

（A）2007　（B）4　（C）2　（D）-2007　（E）0

15. 已知 $a=2^{-\frac{1}{3}}, b=\log_2\frac{1}{3}, c=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$，则（　　）.

（A）$a>b>c$　（B）$a>c>b$　（C）$c>b>a$　（D）$c>a>b$　（E）$b>c>a$

二、充分性判断题

16. 不等式 $(x-2)(x+2)>1$ 成立。

（1）$x<2$　（2）$x>3$

17. 方程 $x^2-2mx+m^2-4=0$ 有两个不相等的实数根。

（1）$m>4$　（2）$m>3$

18. 若 $k$ 是方程的根，则 $k=-1$。

（1）$2014x^2+2015x+1=0$　（2）$2015x^2+2016x+1=0$

19. $M=-\frac{25}{8}$

（1）点（3，-2）在直线 ax＋by－5＝0 上，则 3ab 的最小值为 M.

（2）点（3,2）在直线 ax＋by-6＝0 上，其中 a、b 均为正数，则 3ab 的最大值为 M.

20. 能确定 $2m-n=4$。

（1）$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{matrix}mx+ny=8\\nx-my=1\end{matrix}$ 的解

（2）$m,n$ 满足 $\begin{cases}2m+n=16\\m+2n=17\end{cases}$

基础能力题详解

一、问题求解题

1.【解析】C. $\Delta=0\Rightarrow 9-8k=0\Rightarrow k=\frac{9}{8}$，故选 C。

2.【解析】A。由韦达定理得$\begin{cases}x_1+x_2=\frac{m}{2}\\ x_1\cdot x_2=-2\end{cases}$，$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=2\Rightarrow m=-8$ 故选 A。

3.【解析】B。$(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4-4c=16\Rightarrow c=-3$，故选 B。

4.【解析】B。原式$\Leftrightarrow\frac{3x+1}{x-3}-1<0\Leftrightarrow\frac{2x+4}{x-3}<0\Leftrightarrow(x+2)(x-3)<0$，所以解集为$-2<x<3$，故选 B。

5.【解析】D。由题意可知$\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)<0\Rightarrow 6x^2+x-1<0$ 所以原不等式为$-12x^2-2x+2>0$，

$\begin{cases}a=-12\\ b=-2\end{cases}\Rightarrow \mathrm{a}-\mathrm{b}=-10$，故选 D。

6.【解析】C。$\Delta=4b^2-4(c+a)(c-a)=0\Rightarrow c^2=a^2+b^2$，是直角三角形，故选 C。

7.【解析】C。由于$\frac{2x^2+2kx+k}{4x^2+6x+3}<1$，其中$4x^2+6x+3>0$ 恒成立.所以$2x^2+2kx+k<4x^2+6x+3$恒成立，即$2x^2+(6-2k)x+(3-k)>0$ 恒成立，则有△=（6−2k）²-8（3−k）<0，解得 1<k<3.

8.【解析】E。$\Delta=\left[2(k+1)\right]^2-4\left(k^2+2\right)\geq 0\Rightarrow k\geq\frac{1}{2}$，$x_1+x_2=2(k+1)$，$x_1x_2=k^2+2$，

则$(x_1+1)(x_2+1)=x_1x_2+x_1+x_2+1=k^2+2k+5=8\Rightarrow\begin{cases}k=1\\ k=-3\text{（舍）}\end{cases}$，故选 E。

9.【解析】A。$\alpha^2-\alpha-1=0\Rightarrow\alpha^2=\alpha+1$，所以

$$a^4=\left(\alpha^2\right)^2=(\alpha+1)^2=\alpha^2+2\alpha+1=\alpha+1+2\alpha+1=3\alpha+2$$

则$\alpha^4+3\beta=3\alpha+3\beta+2=3(\alpha+\beta)+2=3\times1+2=5$，故选 A。

10.【解析】C。分成三种情况：

第一种：$x+4=0$且$x^2+x-1\neq 0$，则$x=-4$；

第二种：$x^2+x-1=1$，则$x=2$或$x=-1$；

第三种：$x^2+x-1=-1$且$x+4$是偶数，则$x=0$。

共 4 个解，故选 C。

11.【解析】B。$\Delta=4(m-2)^2-4\left(m^2+4\right)\geq 0\Rightarrow m\leq 0$。由条件$\left(x_1^2+x_2^2\right)-x_1x_2=21$，得

$(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=4(m-2)^2-3\left(m^2+4\right)=21$，解得$m=-1$。

12.【解析】B。$(2x+1)(x-3)\leq 0\Rightarrow 2x^2-5x-3\leq 0$，即$-2x^2+5x+3\geq 0\Rightarrow c=3$，故选 B。

13.【解析】E。$(x+4)(x+6)+3=x^2+10x+27$，$\Delta<0$，即不等式恒成立。故选 E。

14.【解析】E。如果实数 s 是方程的根，则－s 也必是方程的根，故该方程的根必是一正一负成对出现的，所以不必解方程可知，所有根之和为 0.

15.【解析】D。$0<2^{-\frac{1}{3}}<1$；$\log_2\frac{1}{3}<0$；$\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}=\log_2 3>1$，所以$b<a<c$，故选 D。

二、充分性判断题

16.【解析】B。$x^2-5>0\Rightarrow x<-\sqrt{5}$ 或 $x>\sqrt{5}$，故选 B。

17.【解析】D。$\Delta=4m^2-4\left(m^2-4\right)=16>0$，判别式恒大于零，所以$m\in R$，故选 D。

18.【解析】C。条件（1）可知 2014-2015+1=0，则 $x_1=-1$，由韦达定理得 $x_2=-\frac{1}{2014}$，不充分；

条件（2）可知 2015-2016+1=0，则 $x_1=-1$，由韦达定理得 $x_2=-\frac{1}{2015}$，不充分；

联合可知，公共根为 $x_1=-1$，充分，故选 C。

19.【解析】A。条件（1）：点（3，-2）代入直线方程得 3a－2b＝5，所求 3ab＝3×$\frac{5+2b}{3}$×b＝2b² ＋5b，该二次函数最小值为－$\frac{25}{8}$；条件（2）：点（3,2）代入直线得 3a＋2b＝6，由于 a、b 均为正数，使用均值不等式，3a＋2b＝6⩾2$\sqrt{6ab}$ 即 ab⩽$\frac{3}{2}$，所以 3ab 的最大值为$\frac{9}{2}$。

20.【解析】D。条件（1）$\begin{cases}2m+n=8\\2n-m=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=3\\n=2\end{cases}$，则 $2m-n=4$，充分；

条件（2）解得$\begin{cases}m=5\\n=6\end{cases}$，则 $2m-n=4$，充分。故选 D。