

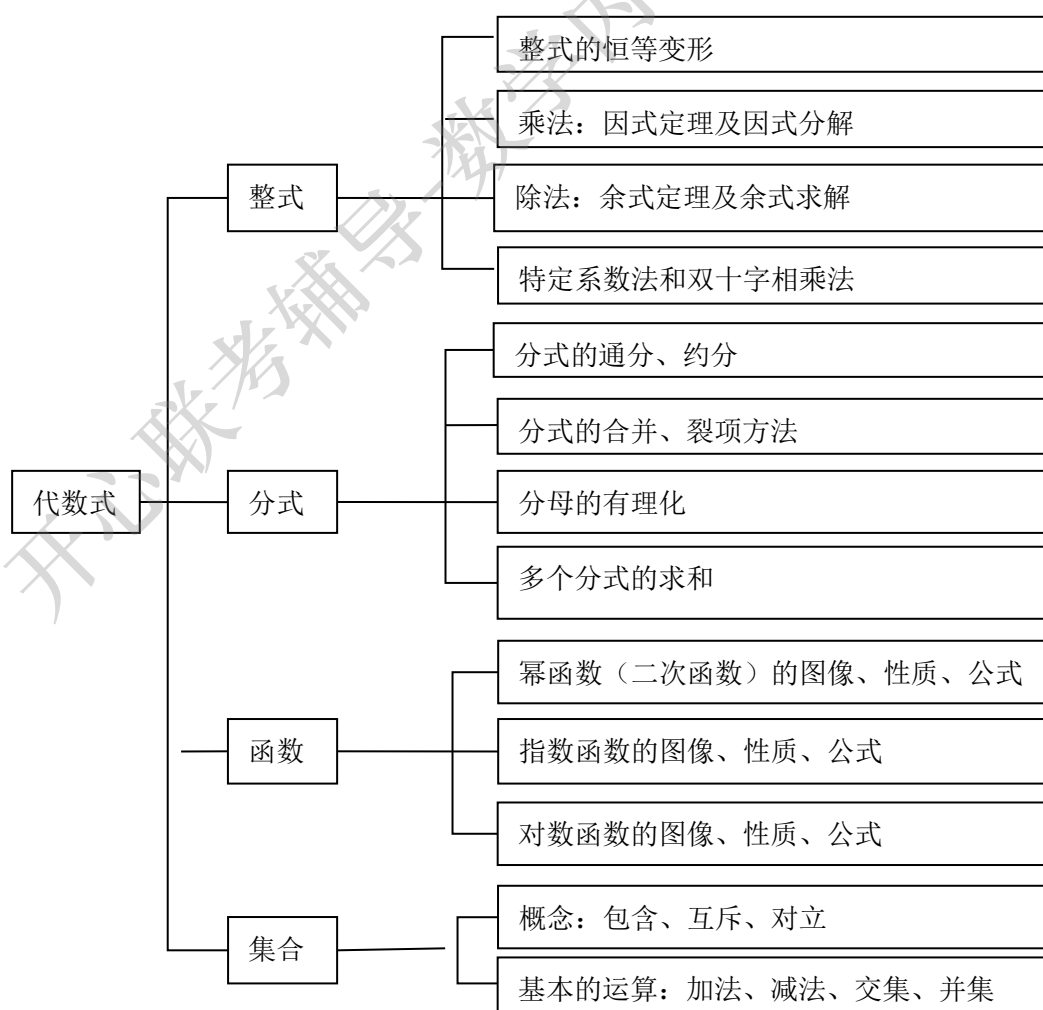
第三章 整式、分式和函数

开心提示：此部分内容有难度，大家需要扎实掌握因式分解的部分

大纲考点：1.整式：（1）整式及其运算，（2）整式的因式与因式分解；2.分式及其运算；
3.函数（1）集合，（2）指数函数、对数函数.

考查内容：代数主要考查的是表达式的运算，其内容包括：乘法公式、整式的乘法和除法、整式的因式分解、分式的恒等变形（通分、约分）；函数主要掌握指数和对数，对于管理类专业硕士考试，三角函数和反三角函数不做要求.本章在考试中的分值和题目较少，一般2个题目左右，但本章是学习数学的基础，尤其是解方程和不等式的基础，所以仍要引起重视.

知识体系：



考试要点剖析

一、基本定义

1. 单项式

数与字母的积这样的代数式叫做单项式，如， $3x^2$ ；单独一个数或一个字母也是单项式。其中单项式中的字母因数叫做单项式的系数；所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数；若单项式表示成 $ax^n y^m z^p$ ，那么 a 称为单项式 $ax^n y^m z^p$ 的系数， $n+m+p$ 叫做这个单项式的次数。

【注意】数与字母之间是乘积关系。

2. 多项式

几个单项式的和叫做多项式。在多项式中，每个单项式叫做多项式的项，其中不含字母的项叫做常数项。一个多项式有几项就叫做几项式。多项式中的符号，看作各项的性质符号；多项式中，次数最高项的次数，就是这个多项式的次数。例如， $ax^{n_1} y^{m_1} + bx^{n_2} y^{m_2} + cz^{n_3}$ ，此为三项式，若 $n_2 + m_2 > n_1 + m_1 > n_3$ ，则此多项式为 $n_2 + m_2$ 次式。

(1) 把一个多项式按某一个字母的指数从大到小的顺序排列起来，叫做把多项式按这个字母降幂排列。

(2) 把一个多项式按某一个字母的指数从小到大的顺序排列起来，叫做把多项式按这个字母升幂排列。

对于有两个或两个以上字母的多项式，排列时注意：要先确认按照哪个字母的指数来排列；然后再根据次字母的升幂还是降幂进行排列。

3. 整式

单项式和多项式统称为整式。

4. 分式

分式定义：用 A ， B 表示两个整式， $A \div B$ 就可以表示成 $\frac{A}{B}$ 的形式，如果除式 B 中含有字母，式子 $\frac{A}{B}$ 就叫做分式。

分 式 基 本 性 质	性质	分式的分子与分母都乘以（或除以）同一个不为零的整式，分式的值不变
	表示	$\frac{A}{B} = \frac{AM}{BM}, \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}$ （ M 为不等于零的整式）
	符号	分子、分母与分式本身的符号，改变其中任何两个，分式的值不变
	法则	$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}, \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$
	应用	<div>约分 把一个分式的分子与分母的所有公因式约去叫做约分</div> <div>通分 把几个异分母的分式分别化成与原本的分式相等的同分母的分式叫做通分</div>

续表

分 式 运 算	加法 法则	同分母：同分母的分式相加减，把分式的分子相加减，分母不变 $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$
		异分母：异分母的分式相加减，先通分变为同分母的分式，然后再加减
	乘法 法则	分式乘以分式，用分子的积做积的分子，分母的积做积的分母 $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
	除法 法则	分式除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后，与被除式相乘 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$
	乘方 法则 繁分式	分式的乘方，把分式的分子、分母各自乘方 $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ 1. 可以利用除法法则进行运算； 2. 可以用分式的基本性质化简繁分式

5.最简分式

分式的分子与分母没有公因式时，叫做最简分式.一个分式的最后形式必须是最简分式.分式化为最简分式时通常采用约分的方法.

【注意】分式计算的几个原则及技巧：（1）低级（加减）运算先通分；（2）高级运算莫忘提式（公因式）约分；（3）分母为因式积时要考虑拆开；（4）涉及求未知数值，莫忘分母不为零；（5）变形技巧为乘“1”.

6.有理式

整式和分式统称有理式.

二、整式的除法【开心提示：重点、难点】

1.因式定理

$f(x)$ 含有 $(ax-b)$ 因式 $\Leftrightarrow f(x)$ 能被 $(ax-b)$ 整除 $\Leftrightarrow f\left(\frac{b}{a}\right)=0$;

尤其, $f(x)$ 含有 $(x-a)$ 因式 $\Leftrightarrow f(x)$ 能被 $(x-a)$ 整除 $\Leftrightarrow f(a)=0$.

2.余式定理

多项式 $f(x)$ 除以 $(ax-b)$ 的余式为 $f\left(\frac{b}{a}\right)$;

尤其, 多项式 $f(x)$ 除以 $(x-a)$ 的余式为 $f(a)$.

三、分解因式

1.分解因式的概念

把一个多项式化成几个整式的积的形式, 这种变形叫做分解因式 (又叫因式分解).

- (1) 因式分解的实质是一种恒等变形, 是一种化和为积的变形;
- (2) 因式分解与整式乘法是互逆的;
- (3) 在因式分解的结果中, 每个因式都必须是整式;
- (4) 因式分解要分解到不能再分解为止.

2.因式分解的基本方法

- (1) 运用公式法; (2) 分组分解法; (3) 十字相乘法; (4) 双十字相乘法.

3.因式分解的一般步骤

一提二套三分组.

四、集合的有关概念【开心提示: 此部分内容了解即可】

1.集合的概念

集合: 将能够确切指定的一些对象看成一个整体, 这个整体就叫做集合, 简称集.

元素: 集合中各个对象叫做这个集合的元素.

2.常用数集及记法

非负整数集 (自然数集): 全体非负整数的集合, 记作 \mathbf{N} .

正整数集：非负整数集内排除0的集，记作 \mathbf{N}^* 。

整数集：全体整数的集合，记作 \mathbf{Z} 。

有理数集：全体有理数的集合，记作 \mathbf{Q} 。

实数集：全体实数的集合，记作 \mathbf{R} 。

注：（1）自然数集与非负整数集是相同的，也就是说，自然数集包括数0。

（2）非负整数集内排除0的集，记作 \mathbf{N}^* 。 \mathbf{Q} ， \mathbf{Z} ， \mathbf{R} 等其他数集内排除0的集，也是这样表示，例如，整数集内排除0的集，表示成 \mathbf{Z}^* 。

3.集合的分类

有限集：含有有限个元素的集合。

无限集：含有无限个元素的集合。

规定：空集是不含任何元素的集合。

4.元素与集合的关系

属于：如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A ，记作 $a \in A$ ；

不属于：如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A ，记作 $a \notin A$ 。

5.集合中元素的特性

确定性：按照明确的判断标准给定一个元素或者在这个集合里或者不在，不能模棱两可。

互异性：集合中的元素没有重复。

无序性：集合中的元素没有一定的顺序（通常用正常的顺序写出）。

【注意】（1）集合通常用大写的拉丁字母表示，如 A ， B ， C ， P ， Q 等，元素通常用小写的拉丁字母表示，如 a ， b ， c ， p ， q 等。（2）“ \in ”的开口方向，不能把 $a \in A$ 颠倒过来写。