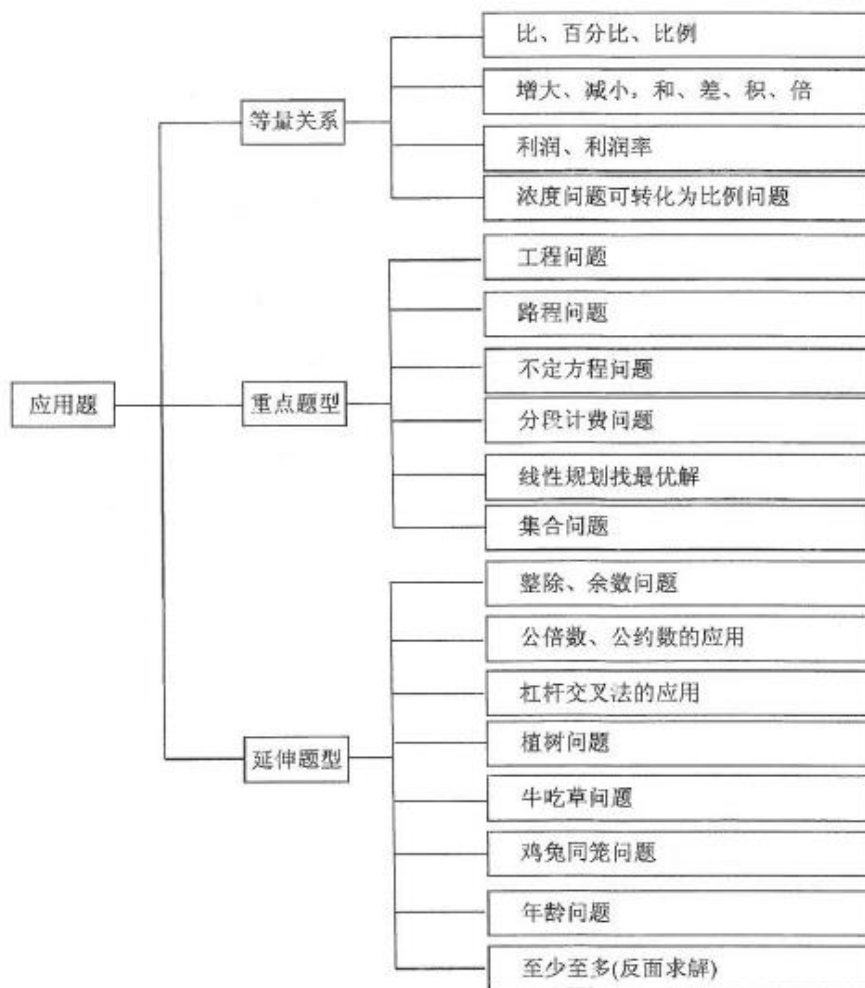


第二章 应用题

【开心要点学习解析】应用题在考试中占据很大的分值和比重，考题数量较多，**占总题的 1/3 左右**，并且应用题的难度较大，出题灵活，所以在学习的时候要掌握基本的题型和方法，对考点和公式的应用要熟练.应用题主要考查的问题有商品打折问题、比和比例及平均值问题、路程问题、工程问题、溶液配比问题、集合问题等.但考试中有时应用题相对比较灵活，其难点是在较短的时间内把题目解出.一方面要掌握考试频率较高的重点类型应用题，另一方面，要能够对每年涌现的新题型活学活用，举一反三，这样才能游刃有余地应付考试.

【知识体系】



【开心学习建议】对于考生，建议在学习时要抓住各类问题的主要特点，恰当地建立等式（有些题目可不用建立等式）进行求解.有时等式列出来可以不进行求解，从选项验证也可节省很多时间.

开心要点解析

一、利润问题 **【开心提示历年常考类型题】※※※※**

1. 利润=售价-进价;

$$\text{利润率} = \frac{\text{利润}}{\text{进价}} \times 100\% = \frac{\text{售价} - \text{进价}}{\text{进价}} \times 100\% = \left(\frac{\text{售价}}{\text{进价}} - 1 \right) \times 100\% .$$

2. 售价 = 进价 \times (1 + 利润率) = 进价 + 利润.

二、比、百分比、比例问题

$$1. \text{变化率} = \frac{\text{变化量}}{\text{变前量}} \times 100\% = \frac{|\text{现值} - \text{原值}|}{\text{原值}} \times 100\% = \left| \frac{\text{现值}}{\text{原值}} - 1 \right| \times 100\%.$$

【注意】变化率包括增长率和下降率两项，所以上式用绝对值表示.

$$2. \text{增长率 } p\% \xrightarrow{\text{原值 } a} \text{现值 } a(1 + p\%); \quad p\% \xrightarrow{\text{原值 } a} \text{现值 } a(1 - p\%).$$

【注意】一件商品先提价再降价或者先降价再提价回不到原价，应该比原价小，因为：

$$a(1 + p\%)(1 - p\%) = a(1 - p\%)(1 + p\%) < a.$$

$$3. \text{恢复原值：原值先降 } p\%, \text{再增 } \frac{p\%}{1 - p\%} \text{ 才能恢复原值；或者先增 } p\% \text{再降 } \frac{p\%}{1 + p\%} \text{ 才能}$$

恢复原值.

$$4. \text{甲比乙大 } p\% \Leftrightarrow \frac{\text{甲} - \text{乙}}{\text{乙}} = p\% \Leftrightarrow \text{甲} = \text{乙}(1 + p\%); \quad \text{甲是乙的 } p\% \Leftrightarrow \text{甲} = \text{乙} \cdot p\%.$$

【注意】甲比乙大 $p\% \neq$ 乙比甲小 $p\%$ (因为基准量不同)，甲比乙大 $p\% \Leftrightarrow$ 乙比甲小

$$\frac{p\%}{1 + p\%}.$$

$$5. \text{比例性质：如果 } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ 则 } ad = bc.$$

$$6. \text{等比定理：} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a + c + e}{b + d + f} (b + d + f \neq 0).$$

$$7. \text{总量} = \frac{\text{部分量}}{\text{对应占的比例}}.$$

三、工程问题【开心提示每年必考类型题】※※※※※

1. 工作量 s 、工作效率 v 、工作时间 t 三者的关系：

$$\text{工作量} = \text{工作效率} \times \text{工作时间} (s = vt); \quad \text{工作时间} = \frac{\text{工作量}}{\text{工作效率}} = \left(t = \frac{s}{v} \right);$$

$$\text{工作效率} = \frac{\text{工作量}}{\text{工作时间}} \left(v = \frac{s}{t} \right).$$

2. 重要说明：工作量，对于一个题，工作量往往是一定的，可以将总的工作量看作“1”；工作效率，合作时，总的效率等于各效率的代数和.

3. 重要结论.

若甲单独完成需要 m 天，乙单独完成需要 n 天；则

$$(1) \text{ 甲的效率为 } \frac{1}{m}, \text{ 乙的效率为 } \frac{1}{n};$$

(2) 甲乙合作的效率为 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$;

(3) 甲乙合作完成需要的时间为 $\frac{1}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} = \frac{mn}{m+n}$.

【注意】上述公式也可以推广到多个，多做题训练即可掌握全部.

四、路程问题（与工程问题相似）【开心提示每年必考类型题】※※※※※

1. 路程 s 、速度 v 、时间 t 之间的关系:

$$s = vt, \quad t = \frac{s}{v}, \quad v = \frac{s}{t}.$$

2. 对于直线型的路程问题.

(1) 相遇:

$$S_{\text{相遇}} = S_1 + S_2 = v_1 t + v_2 t = (v_1 + v_2) t.$$

(2) 追及:

$$S_{\text{追及}} = S_1 - S_2 = v_1 t - v_2 t = (v_1 - v_2) t.$$

3. 对于圆圈型的路程问题: (从同一起点同时出发, 周长为 s , 相遇一次的时间为 t).

(1) 同向运动:

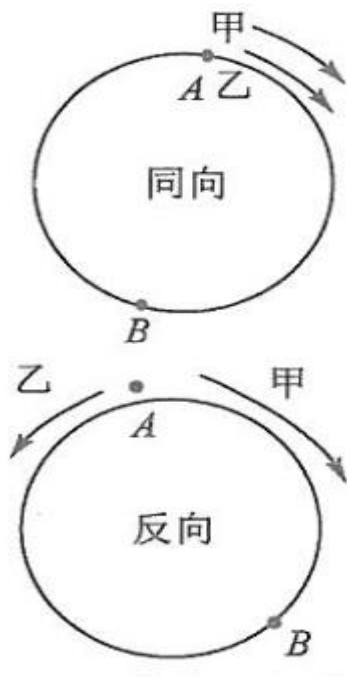
等量关系 (经历时间相同):

$$S = S_1 - S_2 = v_1 t - v_2 t = (v_1 - v_2) t.$$

甲、乙每相遇一次, 甲比乙多跑一圈, 若相遇 n 次, 则有 $S_{\text{甲}} - S_{\text{乙}} = nS$.

$$\frac{V_{\text{甲}}}{V_{\text{乙}}} = \frac{S_{\text{甲}}}{S_{\text{乙}}} = \frac{S_{\text{乙}} + nS}{S_{\text{乙}}} = 1 + \frac{nS}{S_{\text{乙}}}.$$

(2) 反向运动:



等量关系： $S = S_1 + S_2 = v_1 t + v_2 t = (v_1 + v_2) t$.

即每相遇一次，甲与乙路程之和为一圈，若相遇 n 次，则有 $S_{\text{甲}} + S_{\text{乙}} = nS$.

$$\frac{V_{\text{甲}}}{V_{\text{乙}}} = \frac{S_{\text{甲}}}{S_{\text{乙}}} = \frac{nS - S_{\text{乙}}}{S_{\text{乙}}} = \frac{nS}{S_{\text{乙}}} - 1.$$

【开心提示解题技巧】在做圆圈形追及相遇题时，在求第 k 次相遇情况时，可以将 $k-1$ 次相遇看成起点进行分析考虑.

4. 顺水、逆水问题：

$$v_{\text{顺水}} = v_{\text{船}} + v_{\text{水}}; \quad v_{\text{逆水}} = v_{\text{船}} - v_{\text{水}}.$$

5. 相对速度（两个物体运动时，可将一个作为参照物，看成相对静止的）.

$$\text{同向运动：} v_{\text{同向}} = v_1 - v_2; \quad \text{相向运动：} v_{\text{相向}} = v_1 + v_2.$$

五、浓度问题

$$1. \text{溶液} = \text{溶质} + \text{溶剂}, \quad \text{浓度} = \frac{\text{溶质}}{\text{溶液}} \times 100\% = \frac{\text{溶质}}{\text{溶质} + \text{溶剂}} \times 100\%.$$

2. 重要等量关系.

（1）浓度不变准则：将溶液分成若干份，每份的浓度相等，都等于原来溶液的浓度；将溶液倒掉一部分后，剩余溶液的浓度与原溶液的浓度相等.

（2）物质守恒准则：物质（无论是溶质、溶剂，还是溶液）不会增多也不会减少，前后都是守恒的.

3. 重要命题思路. 【开心提示以下常考考点】※※※※

（1）“稀释”问题：特点是加溶剂，溶质不变，以溶质为基准进行求解.

（2）“浓缩”问题：也称“蒸发”问题，特点是减少溶剂，溶质不变，以溶质为基准进行求解.

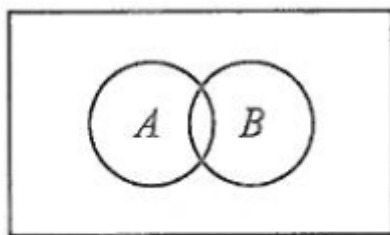
（3）“加浓”问题：特点是增加溶质，溶剂不变，以溶剂为基准进行求解.

（4）“混合”问题：用两种或多种溶液混合在一起，采用溶质或溶剂质量守恒分析，也可利用杠杆原理分析.

（5）“置换”问题：一般是用溶剂等量置换溶液，可以记住结论，原来溶液 v 升，倒出 m 升，再补等量的溶剂（水），则浓度为原来的 $\frac{v-m}{v}$.

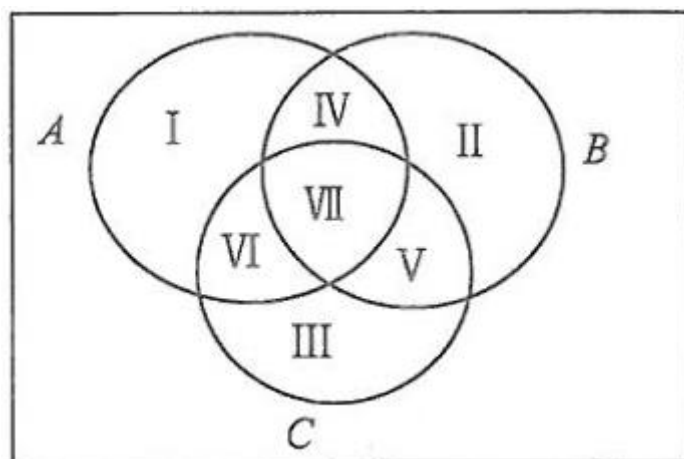
六、集合问题

1. 两个集合.



$$\text{公式：} A \cup B = A + B - A \cap B = \text{全集} - \bar{A} \cap \bar{B}.$$

2.三个集合.



公

式

:

$$A \cup B \cup C = A + B + C - A \cap B - B \cap C - A \cap C + A \cap B \cap C = \text{全集} - \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}.$$

七、分段问题

分段计费是指不同的范围对应着不同的计费方式,在实际中应用很广泛,比如电费、水费、邮费、个税、话费、出租车费、销售提成等.解题思路的关键点有两个:一个是先计算每个分界点的值,确定所给的数值落入哪个范围;另一个是对应选取正确的计费表达式,按照所给的标准进行求解.

八、不定方程

若方程或方程组中未知数较多,而无法通过解方程的角度来确定数值,则这种方程称为不定方程.不定方程必须结合所给的一些性质,如整除、奇数偶数、质数合数、范围大小等特征才能确定答案.

九、杠杆原理

当一个整体按照某个标准分为两部分(或由两部分混合成一个整体)时,可以根据杠杆原理得到一种巧妙的求解方法:若分为甲、乙两部分,则甲的数量:乙的数量=乙到支点的距离:甲到支点的距离.

十、年龄问题

年龄问题的特点有两个:一个是年龄的差值恒定;另一个是年龄同步增长.

【开心提示注意】年龄问题要选好参照年份,如果年龄计算得到矛盾的结果,那么看看几年前是否还未出生,因为出生后才对年龄有影响.

十一、最值问题

最值问题是文字应用题的延伸部分,是将定值问题转化为动态问题的过程.解应用题重点在过好三关:(1)事理关—阅读理解,知道命题所表达的内容(2)文理关—将“问题情景”中的文字语言转化为符号语言,用数学关系式表述事件;(3)数理关—由题意建立相关的数学模型,将实际问题数学化,并解答这一数学模型,得出符合实际意义的解答.