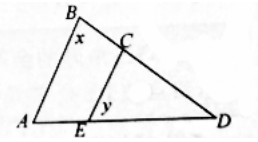
第六章 例题

【题型 1】基本概念考查

【思路点拨】灵活掌握平行线、特殊三角形、四边形的性质，迅速找到图形中的边角关系。

【例 1】在图形中若 AB∥CE，CE=DE，且 $y=45^{\circ}$，则 x 为（　　）。

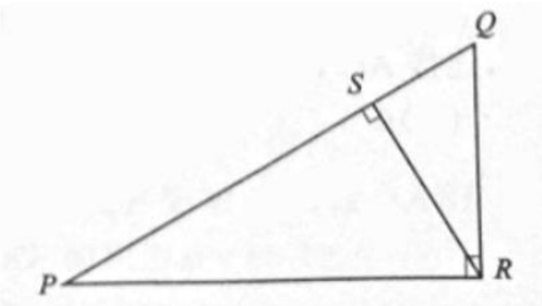


（A）45°　　（B）60°　　（C）67.5°　（D）112.5°　　（E）135°

【解析】C。因为 AB∥CE，所以∠ECD=∠EDC= x，又因为 $y=45^{\circ}$，所以 $2x+45^{\circ}=180^{\circ} \Rightarrow x=67.5^{\circ}$.

【例 2】PQ・RS=12。

（1）如图，QR・PR=12（2）如图，PQ=5



【解析】A。由面积相等，所以 PQ・RS=QR・PR=12，选 A。

【题型 2】特殊三角形求面积

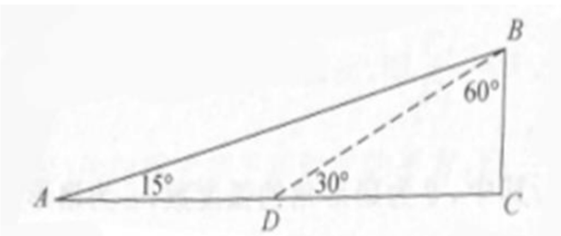
【思路点拨】掌握等边三角形的基本关系运算，直角三角形的直角，边长关系。

【例 3】在 $Rt\Delta ABC$ 中，∠C=90°，∠A=15°，BC=1，则ΔABC 的面积为（　　）。

（A）$\sqrt{2}+1$　　（B）$\sqrt{2}$　　（C）$\frac{\sqrt{3}}{2}+1$　　（D）$\sqrt{3}$　　（E）1

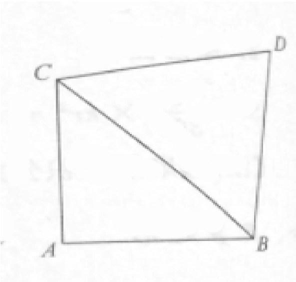
【解析】C。AD=DB=2，$DC=\sqrt{3}$，

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times(AD+DC)\times BC=\frac{1}{2}\times\left(2+\sqrt{3}\right)\times 1=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$$。



【例 4】已知等腰直角三角形 ABC 和等边三角形 BDC(如图)，设ΔABC 的周长为 $2\sqrt{2}+4$，

则Δ BDC 的面积是（　　）。



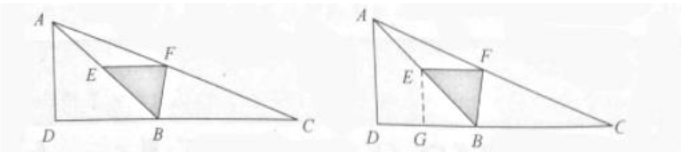
（A）$3\sqrt{2}$　　（B）$6\sqrt{2}$　　（C）12　　（D）$2\sqrt{3}$　（E）$4\sqrt{3}$

【解析】D。根据勾股定理可得 $BC=2\sqrt{2}$，也可计算等边Δ BDC 的高为$\sqrt{6}$，则 $S_{\Delta BDC}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}$。

【例 5】如图（左图）所示，在三角形 ABC 中，AD⊥BC 于 D，BC=10，AD=8，E、F 分别为 AB 和 AC 的中点，那么三角形 EBF 的面积等于（　　）。

（A）6　（B）7　（C）8　（D）9　（E）10

【解析】E。如图（右图）所示，过 E 做 EG 的垂直于 DC 于 G，在三角形 ABD 中 EG 为中位线，故 EG=4。同理 EF=5，所以三角形 EBF 的面积等于 10.

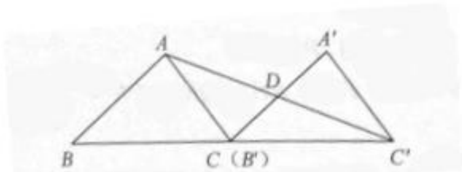


【题型 3】三角形的全等与相似

【思路点拨】首先掌握全等与相似的判定，以及相似的应用结论。

【例 6】如图，已知Δ ABC 的面积为 36，将Δ ABC 沿 BC 平移到$\Delta A'B'C'$，使B'和 C 重合，连接AC'，交$A'C$于 D，则$\Delta C'DC$的面积为（　　）。

（A）6　（B）9　（C）12　（D）18　（E）24

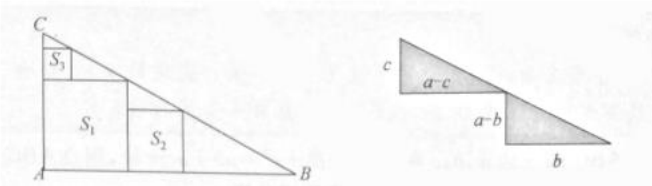


【解析】D。因为三角形 ABC 与三角形$A'B'C'$全等，故面积也为 36，四边形$AA'C'B'$为平行四边形，故$\Delta C'DC$的面积为 18。

【例 7】如图Δ ABC 是直角三角形，S_1，S_2，S_3为正方形，已知a,b,c分别是S_1，S_2，S_3的边长，则（　　）。

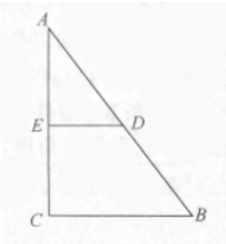
（A）$a=b+c$　（B）$a^2=b^2+c^2$　（C）$a^2=2b^2+2c^2$　（D）$a^3=b^3+c^3$

（E）$a^3=2b^3+2c^3$



【解析】A。利用相似的性质可得$\dfrac{c}{a-b}=\dfrac{a-c}{b}\Rightarrow a=b+c$。

【例 8】如图，在直角三角形 ABC 中，AC=4，BC=3，DE∥BC，已知梯形 BCDE 的面积为 3，则 DE 长为（　　）。



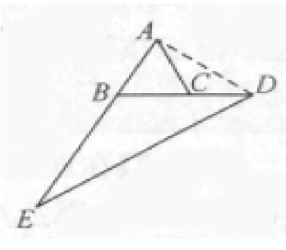
（A）$\sqrt{3}$　　（B）$\sqrt{3}+1$　　（C）$4\sqrt{3}-4$　　（D）$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　（E）$\sqrt{2}+1$

【解析】D。根据题意$S_{\Delta ABC}=\dfrac{4\times 3}{2}=6$，$S_{BCDE}=3$，所以$S_{\Delta AED}=6-3=3$，根据相似得到$\dfrac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta ABC}}=\left(\dfrac{DE}{BC}\right)^2=\dfrac{1}{2}\Rightarrow DE=\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$。

【题型 4】“相邻”三角形

【思路点拨】将共用顶点，且底边在同一条直线上的三角形称之为“相邻”三角形。

【例 9】如图所示，已知三角形 ABC 的面积为 1，BE=2AB，BC=CD，则三角形 BDE 的面积等于（　　）。



（A）3　　（B）4　　（D）3.5　　（D）4.5

（E）6

【解析】B。连接 AD，三角形 ABC 与三角形 ACD 相邻，且 BC=CD，故三角形 ABD 面积为 1+1=2.

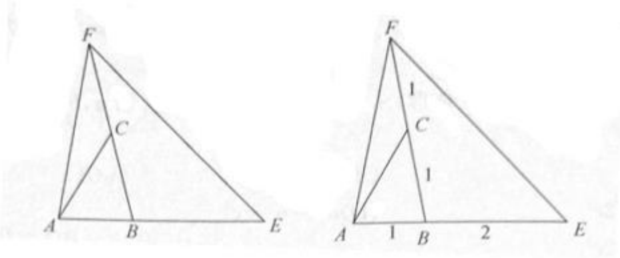
因为三角形 ABD 与三角形 EBD 相邻，且 BE=2AB，所以三角形 EBD 面积为 4.

【例 10】如图（下图），已知 AE=3AB，BF=2BC，若ΔABC 的面积是 2，则ΔAEF 的面积为（　　）。

（A）14　　（B）12　　（C）10　　（D）8　　（E）6

【解析】B。根据相邻三角形面积之比等于底边之比可知，ΔACF 面积为 2，故ΔABF 面

积为 4，因为 AB:BE=1:，故 ΔFBE 面积为 8。因此 ΔAEF 面积为 8+4=12。



【题型 5】判断图形形状

【思路点拨】主要借助三角形的内角关系以及三边关系所满足的条件，结合三角形的性质进行判断，重点掌握等边三角形、等腰三角形和直角三角形的特征。

【例 11】若 ΔABC 的三边 a,b,c 满足 $a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$，则 ΔABC 为（　　）。

（A）等腰三角形　　（B）直角三角形

（C）等边三角形　　（D）等腰直角三角形

（E）以上结果均不正确

【解析】C。由 $a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$，得 $2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2ac-2bc=0$，即 $\left(a-b\right)^2+\left(b-c\right)^2+\left(c-a\right)^2=0 \Rightarrow a=b=c$，所以为等边三角形。

【例 12】已知三角形 ABC 的三条边长分别为 a,b,c。则三角形 ABC 是等腰直角三角形。

（1）$\left(a-b\right)\left(c^2-a^2-b^2\right)=0$　　（2）$c=\sqrt{2}b$

【解析】C。条件（1），$\left(a-b\right)\left(c^2-a^2-b^2\right)=0 \Rightarrow a=b$ 或 $c^2=a^2+b^2$，即三角形 ABC 是等腰三角形或直角三角形，不充分；

条件（2），$c=\sqrt{2}b$ 显然不充分；

联合条件（1）和条件（2）有 $\begin{cases} a=b \\ c=\sqrt{2}b \end{cases}$ 或 $\begin{cases} c^2=a^2+b^2 \\ c=\sqrt{2}b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2=b^2 \\ b^2=b^2 \\ c^2=2b^2 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2=c^2$，即为等腰直角三角形，充分。

【题型 6】四边形基本概念题

【思路点拨】主要掌握四边形的基本概念、性质，包括平行四边形、矩形、菱形、梯形的性质。

【例 13】在四边形 ABCD 中，设 AB 的长为 8，∠A：∠B：∠C：∠D=3:7:4:10，∠CDB=60°，则 ΔABD 的面积是（　　）。

（A）8　　（B）32　　（C）4　　（D）16　　（E）18

【解析】D。四边形内角和为 360°，由已知可得∠A=45°，∠ADC=150°，又已知 $\angle CDB=60^\circ \Rightarrow \angle ADB=90^\circ$，所以 ΔABD 为等腰直角三角形，斜边 AB=8，高为 4，故面积为 16.

【例 14】顺次连接任意四边形各边中点所得的四边形与原四边形面积之比是（　　）。

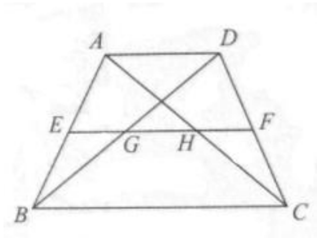
（A）1:2　　（B）1:4　　（C）$1:\sqrt{2}$　　（D）1:3　　（E）1:8

【解析】A。取四边形为正方形，通过图形可知，面积为原来的一半，故选 A。

【题型 7】特殊四边形

【思路点拨】包括矩形、菱形、梯形，借助四边形的特殊性质，辅助考查面积。同是四边形的性质，不仅仅放在平面中考查，也会在解析几何中应用，这一定要注意。

【例 15】如图所示，梯形 ABCD 中，AD∥BC，中位线 EF 分别与 BD，AC 交于点 G，H，若 AD=6，BC=12，则 GH（　　）。

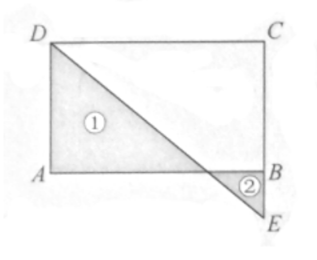


（A）3　（B）4　（C）2

（D）1.5　（E）2.5

【解析】A。在三角形 ABC 中，可求中位线 EH=6；在三角形 ADB 中，可求中位线 GE=3；所以 GH=6-3=3。

【例 16】如图，长方形 ABCD 的长是 10，宽是 6，阴影部分①的面积比阴影部分②的面积大 10，则 BE 的长为（　　）。



（A）3.5　（B）4　（C）4.5　（D）5　（E）6

【解析】B。$\begin{cases} S_1 = S_{矩形} - S_{白} \\ S_2 = S_{\Delta EDC} - S_{白} \end{cases} \Rightarrow 10 = 60 - \frac{1}{2}\times 10\left(6 + BE\right)$，解得

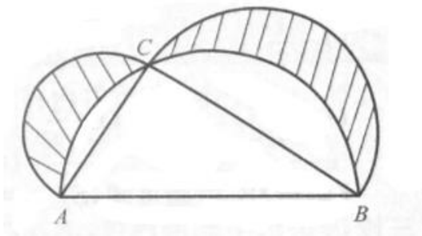
BE=4。

【题型 8】圆与扇形面积的求解

【思路点拨】掌握基本公式求周长、面积。圆心角为 90°的扇形和半圆(圆心角为 180°)。

【例 17】如图所示，C 是以 AB 为直径的半圆上的一点，再分别以 AC 和 BC 为直径作半圆，若 AB=5，AC=3，则图中阴影部分的面积是（　　）。

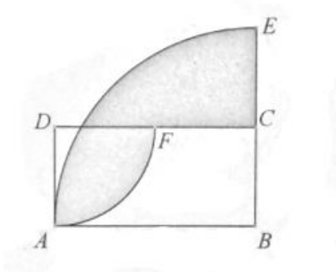
（A）3π　（B）4π　（C）6π　（D）6　（E）4



【解析】D。由勾股定理知 $BC=\sqrt{5^2-3^2}=4$，则阴影面积为

$$\frac{1}{2}\pi\left(1.5\right)^2+\frac{1}{2}\pi\left(2\right)^2+\frac{1}{2}\times3\times4-\frac{1}{2}\pi\left(2.5\right)^2=6$$

【例 18】如图，在长方形 ABCD 中 AB=10 厘米，BC=5 厘米。以 AB 和 AD 为半径分别作 $\frac{1}{4}$ 圆，则图中阴影部分的面积为（　　）。



（A）$25-\frac{25}{2}\pi$ 平方厘米　　（B）$25+\frac{125}{2}\pi$ 平方厘米　　（C）$50+\frac{25}{4}\pi$ 平方厘米

（D）$\frac{125}{4}\pi-50$ 平方厘米　　（E）以上结果均不正确

【解析】D。$S_{阴}=S_{扇ABE}-\left(S_{ABCD}-S_{扇ADF}\right)=\frac{125}{4}\pi-50$。

【例 19】如图（左图），在正方形 ABCD 中，弧 AOC 是四分之一圆周，EF∥AD。若 $DF=a$，$CF=b$，则阴影部分的面积为（　　）。

（A）$\frac{1}{2}ab$　　（B）ab　　（C）$2ab$　　（D）b^2-a^2　　（E）$\left(b-a\right)^2$

【解析】B。割补法（右图），过点 O 作 OG⊥BC 垂直于 BC，垂足为 G，由图形的对称性可知：阴影部分面积 $S=S_{矩形OFCG}=ab$。