

## 第七章 基础例题

【题型 1】中点坐标公式

【思路点拨】利用公式求解即可

【例 1】已知三个点 A (x, 5), B (-2, y), C (1, 1), 若点 C 是线段 AB 的中点, 则 ( )。

(A)  $x=4, y=-3$

(B)  $x=0, y=3$

(C)  $x=0, y=-3$

(D)  $x=-4, y=-3$

(E)  $x=3, y=-4$

【解析】点 C 是 AB 的中点, 根据中点公式:

$$\text{则有 } \begin{cases} 1 = \frac{1}{2}(x-2) \\ 1 = \frac{1}{2}(5+y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}, \text{ 故选 A.}$$

【题型 2】距离

【思路点拨】解析几何中的距离公式主要包括两点距离公式、点到直线的距离, 两平行线距离公式。

【例 2】已知线段 AB 的长为 12, 点 A 的坐标是 (-4, 8), 点 B 横纵坐标相等, 则点 B 的坐标为 ( )。

(A) (-4, -4)

(B) (8, 8)

(C) (4, 4) 或 (8, 8)

(D) (-4, -4) 或 (8, 8)

(E) (4, 4) 或 (-8, -8)

【解析】设点 B 的坐标为 (x, x), 根据题意有  $\sqrt{(x+4)^2 + (x-8)^2} = 12$ , 解得  $x=-4$  或  $x=8$ , 故选 D。

【例 3】已知点 C (2, -3), M (1, 2), N (-1, -5), 则点 C 到直线 MN 的距离等于 ( )。

(A)  $\frac{17\sqrt{53}}{53}$

(B)  $\frac{17\sqrt{55}}{55}$

(C)  $\frac{19\sqrt{53}}{53}$

(D)  $\frac{18\sqrt{53}}{53}$

(E) 不能确定

【解析】直线 MN 的方程为  $y+5 = \frac{2+5}{1+1}(x+1)$ , 即  $7x-2y-3=0$ , 故点 C 到直线 MN 的距离为

$$\frac{|2 \times 7 + 2 \times (-3) - 3|}{\sqrt{7^2 + (-2)^2}} = \frac{17}{\sqrt{53}} = \frac{17\sqrt{53}}{53}, \text{ 选 A.}$$

【例 4】正三角形 ABC 的两个顶点为 A (2, 0), B (5,  $3\sqrt{3}$ ), 则另一个顶点的坐标是 ( )。

(A) (8, 0)

(B) (-8, 0)

(C) (1,  $-3\sqrt{3}$ )

(D) (8, 0) 或 (-1,  $3\sqrt{3}$ )

(E) (6, 0) 或 (-1,  $3\sqrt{3}$ )

【解析】设点 C 的坐标为 (x, y), 则有  $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = \sqrt{(x-5)^2 + (y-3\sqrt{3})^2} =$

$$\sqrt{(5-2)^2 + (3\sqrt{3})^2}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=8 \\ y=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-1 \\ y=3\sqrt{3} \end{cases}, \text{ 选 D.}$$

【例 5】点 A (3, 4), B (2, -1) 到直线  $y=kx$  的距离之比为 1: 2.

(1)  $k=\frac{9}{4}$

(2)  $\frac{7}{8}$

【解析】条件 (1) 中,  $y=\frac{9}{4}x$ , 即  $9x-4y=0$ , 点 A 到直线的距离  $d_A = \frac{|27-16|}{\sqrt{9^2+4^2}} = \frac{11}{\sqrt{97}}$ , 点 B 到直

线的距离  $d_B = \frac{|18+4|}{\sqrt{9^2+4^2}} = \frac{22}{\sqrt{97}} = 2d_A$ , 条件 (1) 充分。

条件 (2) 中,  $y = \frac{7}{8}x$ , 即  $7x-8y=0$ , 点 A 到直线的距离  $d_A = \frac{|21-32|}{\sqrt{7^2+8^2}} = \frac{11}{\sqrt{113}}$ , 点 B 到直线

的距离  $d_B = \frac{|14+8|}{\sqrt{7^2+8^2}} = \frac{22}{\sqrt{113}} = 2d_A$ , 条件 (2) 充分, 故选 D。

【题型 3】判断图像的形状、性质

【思路点拨】掌握各常见图形的几何性质及判定方法, 包含几何判定与代数式的判定。

【例 6】直线 L:  $ax+by+c=0$  必不通过第三象限。

(1)  $ac \leq 0$ ,  $bc < 0$

(2)  $ab > 0$ ,  $c < 0$

【解析】条件 (1), 由  $bc < 0$  知,  $b \neq 0$ , 有  $y = -\frac{a}{b}x + \frac{-c}{b}$ ,  $-\frac{a}{b} \leq 0$ ,  $\frac{-c}{b} > 0$ , 当  $a \neq 0$  时, 直线不过第三象限, 当  $a=0$  时, 直线过第一、二象限, 不过第三象限, 充分; 同理, 条件

(2),  $-\frac{a}{b} < 0$ ,  $c < 0$ , 而  $\frac{-c}{b}$  不确定, 不充分, 故选 A。

【评注】注意到字母类型的题目要对字母的取值范围进行讨论研究, 若在条件 (1) 中忽略了  $a=0$ , 可能会选错。此外, 对于直线, 若斜率为正, 则必过一、三象限, 若斜率为负, 则必过二、四象限。

【例 7】方程  $x^2 + y^2 + 4mx - 2y + 5m = 0$  表示圆的充分必要条件是 ( )。

(A)  $\frac{1}{4} < m < 1$

(B)  $m < \frac{1}{4}$  或  $m > 1$

(C)  $m < \frac{1}{4}$

(D)  $m > 1$

(E)  $1 < m < 4$

【解析】 $x^2 + y^2 + 4mx - 2y + 5m = 0$  推出  $(x+2m)^2 + (y-1)^2 = 4m^2 + 1 - 5m$ , 只

要  $4m^2 + 1 - 5m > 0$  即可, 得  $m < \frac{1}{4}$  或  $m > 1$ , 选 B。

【题型 4】解析几何面积

【思路点拨】解析几何要先根据所给的方程或表达式画出图像, 然后借助平面几何的知识来求解面积。

【例 8】由曲线  $|x|+|y|=1$  所围成的平面图形的面积是 ( )。

(A) 1

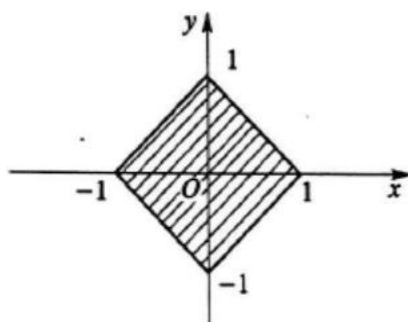
(B)  $\sqrt{2}$

(C) 2

(D)  $\sqrt{3}$

(E)  $2\sqrt{2}$

【解析】如图所示, 曲线可化为  $\pm x \pm y = 1$ , 表示一个边长为  $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$  的正方形, 故面积为  $(\sqrt{2})^2 = 2$ , 故选 C。



【例 9】由曲线  $|x|+|2y|=4$  所围成图形的面积为 ( )。

- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 8

【解析】根据绝对值的定义,  $|x|+|2y|=4$  表示一个菱形, 其面积为  $S=\frac{2 \times 4^2}{2}=16$ , 选择 C。

【例 10】过点 M (-1, 1), N (1, 3), 圆心在 x 轴上的圆的方程为 ( )。

- (A)  $x^2+y^2-4y+2=0$  (B)  $x^2+y^2-4y+6=0$   
(C)  $x^2+y^2+4y+2=0$  (D)  $x^2+y^2-4y+6=0$   
(E)  $x^2+y^2-4x-6=0$

【解析】设圆心为  $(x_0, 0)$ , 圆的方程为  $(x-x_0)^2+(y-0)^2=r^2$ , M 在圆上, 则

$$\begin{cases} (x+1)^2+1=r^2 \\ (x-1)^2+9=r^2 \end{cases}, \text{解得 } \begin{cases} x=2 \\ r=\sqrt{10} \end{cases}, \text{故圆的方程为 } (x-2)^2+y^2=10, \text{即 } x^2-4x+y^2-6=0, \text{选 E。}$$

【题型 5】直线与直线的位置关系

【思路点拨】直线与直线的位置关系重点掌握垂直关系的判断, 两条直线垂直不要忘记水平和竖直的特殊情况。

【例题 11】 $(m+2)x+3my+1=0$  与  $(m-2)x+(m+2)y-3=0$  互相垂直。

- (1)  $m=\frac{1}{2}$  (2)  $m=-2$

【解析】条件 (1), 当  $m=\frac{1}{2}$  时, 两直线的斜率分别为  $-\frac{5}{3}$ 、 $\frac{3}{5}$ , 有  $-\frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = -1$ , 故互相垂直;

条件 (2) 时, 两直线分别为平行于 x 轴、y 轴的直线, 显然是垂直的, 故选择 D。

【评注】注意在求解有关直线位置关系的时候, 一定不要忽略平行于 x 轴、y 轴的直线, 平行于 x 轴的直线斜率为 0, 平行于 y 轴的直线没有斜率。

【题型 6】直线与圆的位置关系

【思路点拨】直线与圆的位置关系包括相离、相切、相交三种, 而这当中, 相切为临界状态, 是另外两种位置关系的分水岭。

【例 12】直线  $y=k(x+2)$  是圆  $x^2+y^2=1$  的一条切线。

- (1)  $k=-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (2)  $k=\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】D. 根据图形可求出斜率  $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 两条件均充分, 故选 D。

