第六章　平面几何

【大纲考点】平面图形：三角形、四边形（矩形、平面四边形、梯形）、圆形与扇形。

【命题剖析】几何是数学中的一个分支，与前面的实数、方程和不等式有很大的差别，它不公要求有一定的逻辑判断、推理能力，更要求对几何图形有一定的空间想象能力。简言之，它是建立在空间想象能力基础上的演绎推理和数学计算。平面几何主要考查三角形、四边形、圆形以及多边形等平面几何图形的角度、周长、面积等的计算和运用。命题主要围绕几何图形的面积计算。所考查的图形一般不会是简单的三角形、四边形或圆，而是由这些基本图形所构成的组合图形，只要能快速地把所求面积图形分解为熟悉的图形，问题就迎刃而解了。因此考试的难点是对图形的拆分，考试一般考组合图形（阴影部分面积），这就要求考生能够快速地把所求复杂图形或拆分或割补成几个简单熟悉的图形。

【开心建议】建议在学习时要注意几何的解题思路一般要建立在直观的图形基础上，从图形入手，找到已知量与所求量的关系（有时需要做辅助线），进而通过简单的计算即可找到正确答案。所以几何中的基本公式必须熟记、灵活应用。

第一节　考试要点剖析

一、平行直线

1. 直线和平行线的夹角，同位角相等，内错角相等，同旁内角互补；

2. 在同一平面内，垂直于同一直线的两条直线互相平行

二、三角形

1. 三角形的角

内角之和为 180°，外角等于不相邻的两个内角之和。

2. 三边关系

任意两边之和大于第三边，即 $a+b>c$；任意两边之差小于第三边，即 $a-b<c$。

3. 面积公式

$$S=\frac{1}{2}ah=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\frac{1}{2}ab\sin C，\quad p=\frac{1}{2}(a+b+c)。$$

其中，h 是 a 边上的高，C 是 a,b 边所夹的角，p 是三角形的半周长。

4. 特殊三角形（直角、等腰、等边）

（1）直角三角形

勾股定理：$c^2=a^2+b^2$；

常用的勾股数：(3，4，5)，(6，8，10)，(5，12，13)，(7，24，25)，(8，15，17)；

等腰直角三角形的三边之比：$1:1:\sqrt{2}$；

内角为 30°，60°，90° 的三边之比：$1:\sqrt{3}:2$；

（2）等边三角形高与边的比：$\sqrt{3}:2=\frac{\sqrt{3}}{2}:1$。

【注意】等边三角形的面积：$S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$，其中a为边长。

5.三角形的全等、相似

三角形的全等，数学语言表达就是两个三角形等价，这样的两个三角形具有相同的边长、角、面积等。

三角形的相似，重点考查的不再是判断两个三角形相似与否，而是相似的性质（如下），并且相似三角形的性质完全可以延伸到其他的相似图形。

（1）相似三角形（相似图形）对应边的比相等（即为相似比），$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}=k$。

（2）相似三角形（相似图形）的高、中线、角平分线的比也等于相似比。

（3）相似三角形（相似图形）的周长比等于相似比，即$\frac{C_1}{C_2}=k$。

（4）相似三角形（相似图形）的面积比等于相似比的平方，即$\frac{S_1}{S_2}=k^2$。

6.三角形的“四心”

（1）内心：内切圆圆心，三条角平分线的交点；

【应用】内心到三边距离相等。

（2）外心：外接圆圆心，三条边的垂直平分线（中垂线）的交点；

【应用】外心到三个顶点距离相等。

（3）重心：三条中线的交点；

【应用】重心将中线分为2:1两段。

（4）垂心：三条高线的交点；

【注意】等边三角形的“四心”合一。

三、四边形

1.平行四边形

平行四边形两边长是a、b，以b为底边的高为h，面积$S=bh$，周长$C=2(a+b)$。

2.矩形（正方形）

矩形两边长为a、b，面积$S=ab$，周长$C=2\left(a+b\right)$，对角线$l=\sqrt{a^2+b^2}$。

3.菱形

四边边长均为a，以a为底边的高为h，面积$S=ah=\frac{1}{2}l_1l_2$，其中l_1、l_2分别为对角线的长，周长$C=4a$。

4.梯形

上底为a，下底为b，高为h，中位线$l=\frac{1}{2}\left(a+b\right)$，面积$S=\frac{1}{2}\left(a+b\right)h$。

四、圆

1. 角的弧度

把圆弧长度和半径的比值称为对一个圆周角的弧度。

度与弧度的换算关系：1 弧度=$\frac{180^\circ}{\pi}$，1° =$\frac{\pi}{180}$弧度。

几个常用的角：

角度	30°	45°	60°	90°	120°	180°	360°
弧度	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	2π

2. 圆

圆的圆心为O，半径为r，则周长为$C=2\pi r$，面积是$S=\pi r^2$。

五、扇形

1. 扇形弧长

$l=r\theta=\frac{\alpha}{360^\circ}\times 2\pi r$，其中，$\theta$为扇形角的弧度数，$\alpha$为扇形角的角度，$r$为扇形半径。

2. 扇形面积

$S=\frac{\alpha}{360^\circ}\times \pi r^2=\frac{1}{2}lr$，$\alpha$为扇形角的角度，$r$为扇形半径。

【注意】扇形面积公式可以和三角莆面积公式类比记忆。

六、正多边形

一般多边形的内角和（凸多边形）：$(n-2)\cdot 180^\circ$，其中n为多边形的边数。

一般多边形的面积计算：连接各顶点和多边形中心，分解为n个三角形，有$S_{多}=\sum_{i=1}^{n}S_i$。