

第五章 课后作业

一、问题求解题

1. 设 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_3 + a_7 + a_{11} + a_{15} = 200$ 。则 $S_{17} = (\quad)$ 。

- (A) 580 (B) 240 (C) 850 (D) 200 (E) 300

2. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $\log_2(S_n - 1) = n$, 则数列 $\{a_n\}$

- (A) 是等差数列不是等比数列 (B) 不是等差数列是等比数列
(C) 是等差数列也是等比数列 (D) 是常数列
(E) 不是等差数列也不是等比数列

3. 数列 $\sqrt{2}, \sqrt{5}, 2\sqrt{2}, \sqrt{11}, \dots$, 则 $4\sqrt{2}$ 是该数列的 (\quad) 。

- (A) 第 9 项 (B) 第 10 项 (C) 第 11 项 (D) 第 12 项 (E) 第 13 项

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = \frac{1}{3}$, $a_2 + a_5 = 4$, $a_n = 33$, 则 $n = (\quad)$ 。

- (A) 48 (B) 49 (C) 50 (D) 51 (E) 52

5. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若前 10 项的和 $S_{10} = 10$, 前 20 项的和 $S_{20} = 30$, 则前 30 项的和 $S_{30} = (\quad)$ 。

- (A) 40 (B) 50 (C) 70 (D) 80 (E) 60

6. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_7 a_{12} = 5$, 则 $a_8 a_9 a_{10} a_{11} = (\quad)$ 。

- (A) 10 (B) 25 (C) 50 (D) 75 (E) 80

7. 在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, 前三项的和为 21, 则 $a_3 + a_4 + a_5 = (\quad)$ 。

- (A) 33 (B) 72 (C) 84 (D) 146 (E) 189

8. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $S_2 = 7, S_6 = 91$, 则 $S_4 = (\quad)$ 。【开心提示: 此类为考试难点

题型】

- (A) 28 (B) 32 (C) -21 (D) 28 或 -21 (E) 35

9. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 + a_3 + a_{10} + a_{11} = 64$, 则 $S_{12} = (\quad)$ 。

- (A) 64 (B) 81 (C) 128 (D) 192 (E) 188

10. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 + a_4 + a_7 = 39$, $a_3 + a_6 + a_9 = 27$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 9 项之和为 (\quad) 。【开心提示: 此类为考试难点题型】

- (A) 297 (B) 144 (C) 88 (D) 66 (E) 99

11. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 3$, 若 $a_n = 2014$, 则 $n = (\quad)$ 。

- (A) 669 (B) 670 (C) 670 (D) 672 (E) 673

12. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_3 = 7, S_4 = 24$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式是 (\quad) 。

- (A) $2n+3$ (B) $2n+1$ (C) $n+4$ (D) $3n-2$ (E) $4n-5$

13. $11 + 22\frac{1}{2} + 33\frac{1}{4} + 44\frac{1}{8} + 55\frac{1}{16} + 66\frac{1}{32} + 77\frac{1}{64} = (\quad)$ 。

- (A) $308\frac{15}{16}$ (B) $308\frac{31}{32}$ (C) $308\frac{63}{64}$ (D) $308\frac{127}{128}$ (E) $308\frac{7}{8}$

14. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_7 = 42$, $a_{10} - a_3 = 21$, 则前 10 项的和 $S_{10} = (\quad)$ 。

- (A) 720 (B) 257 (C) 255 (D) 259 (E) 260

15. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_1 和 a_{21} 为方程 $x^2 - 10x + 16 = 0$ 的两个不相等的实数根, 则 $a_9 a_{11} a_{13} = (\quad)$

- (A) 64 (B) ± 64 (C) ± 12 (D) 96 (E) ± 96

二、充分性判断题

16. $\frac{a+b}{a^2+b^2} = -\frac{1}{3}$ 。【开心提示：此类为考试难点题型】

- (1) $a^2, 1, b^2$ 成等差数列 (2) $\frac{1}{a}, 1, \frac{1}{b}$ 成等比数列

17. $a_n = 2n$ 。

- (1) $\{a_n\}$ 为等差数列 (2) $a_1 + a_3 = 8, a_2 + a_4 = 12$

18. 实数 a, b, c 成等比数列。【开心提示：此类为考试难点题型】

- (1) 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 2bx + c = 0$ 有两个相等实根
(2) $\lg a, \lg b, \lg c$ 成等差数列

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 则 $\{a_n\}$ 是等差数列。

- (1) $S_n = n^2 + bn + c$, b, c 为定值。
(2) $a_n = bn + c$, b, c 为定值。

20. 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则 $q > 1$ 。

- (1) 对于任意正整数 n , 都有 $a_{n+1} > a_n$
(2) $a_1 > 0$

课后作业详解

一、问题求解题

1. 【解析】C。 $a_3 + a_{15} = a_7 + a_{11} = a_1 + a_{17} = 100$ ，所以 $S_{17} = \frac{(a_1 + a_{17}) \cdot 17}{2} = 850$ 。故选 C。

2. 【解析】E。 $\log_2(S_n - 1) = n$ 推出 $S_n = 2^n + 1$ 。当 $n=1$ 时， $a_1 = S_1 = 3$ ；当 $n \neq 1$ 时， $a_n = S_n - S_{n-1} = 2^n + 1 - (2^{n-1} + 1) = 2^{n-1}$ 。所以， $\{a_n\}$ 不是等差数列也不是等比数列。

3. 【解析】C。观察次数列特点，可知通项公式 $a_n = \sqrt{2+3(n-1)} = \sqrt{3n-1}$ ，则 $4\sqrt{2} = \sqrt{32} = \sqrt{3 \times 11 - 1}$ ，即为第 11 项。故选 C。

4. 【解析】C。 $a_2 + a_5 = a_1 + a_6 = 4 \Rightarrow a_6 = \frac{11}{3} \Rightarrow d = \frac{2}{3} \cdot \frac{a_n - a_1}{d} = \frac{33 - \frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = 49 \Rightarrow n = 50$ 。故选 C。

5. 【解析】C。 $\frac{S_{10}}{S_{20} - S_{10}} = \frac{S_{20} - S_{10}}{S_{30} - S_{20}} \Rightarrow \frac{10}{30 - 10} = \frac{30 - 10}{S_{30} - 30} \Rightarrow S_{30} = 70$ 。故选 C。

6. 【解析】B。 $a_7 a_{12} = a_8 a_{11} = a_9 a_{10} = 5$ ，所以 $a_8 a_9 a_{10} a_{11} = 25$ 。故选 B。

7. 【解析】C。 $S_3 = \frac{3(1-q^3)}{1-q} = 21 \Rightarrow q = 2$ ，所以 $a_3 + a_4 + a_5 = 4 \times 21 = 84$ 。故选 C。

8. 【解析】A。 $S_2, S_4 - S_2, S_6 - S_4$ 成等比数列，所以 $7, S_4 - 7, 91 - S_4$ 成等比数列则 $(S_4 - 7)^2 = 7(91 - S_4) \Rightarrow S_4 = 28$ 或 $S_4 = -21$ 。

因为 $S_4 = a_1 + a_2 + a_1 q^2 + a_2 q^2 = (a_1 + a_2)(1 + q^2) = S_2(1 + q^2) > 0$ ，所以 $S_4 = 28$ 。故选 A。

9. 【解析】D。 $a_2 + a_{11} = a_3 + a_{10} = a_1 + a_{12} = 32$ ，所以 $S_{12} = \frac{12 \cdot (a_1 + a_{12})}{2} = 192$ 。故选 D。

10. 【解析】E。 $a_1 + a_4 + a_7 = 39 \Rightarrow a_4 = 13$ ， $a_3 + a_6 + a_9 = 27 \Rightarrow a_6 = 9$ ，所以 $a_5 = \frac{a_4 + a_6}{2} = 11$ ，则 $S_9 = 9a_5 = 99$ 。故选 E。

11. 【解析】D。由题意可知， $\{a_n\}$ 是公差 $d=3$ 的等差数列，首项 $a_1=1$ ，则通项公式为 $a_n = 3n - 2$ 。 $a_n = 3n - 2 = 2014 \Rightarrow n = 672$ 。故选 D。

12. 【解析】B。 $\begin{cases} a_1 + 2d = 7 \\ 4a_1 + \frac{4 \times 3}{2}d = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ d = 2 \end{cases}$ ，所以通项公式为 $a_n = 2n + 1$ 。故选 B。

13. 【解析】C。

$$\begin{aligned} & 11 + 22 \frac{1}{2} + 33 \frac{1}{4} + 44 \frac{1}{8} + 55 \frac{1}{16} + 66 \frac{1}{32} + 77 \frac{1}{64} \\ &= 11 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \\ &= 11 \times 28 + \frac{63}{64} \\ &= 308 \frac{63}{64} \end{aligned}$$

故选 C。

14. 【解析】C。 $\begin{cases} 2a_1 + 6d = 42 \\ 7d = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 12 \\ d = 3 \end{cases}$ ，所以 $S_{10} = 10a_1 + \frac{10 \times 9}{2}d = 255$ 。故选 C。

15. 【解析】A。 a_1 和 a_{21} 为方程 $x^2 - 10x + 16 = 0$ 的两个不相等的实数根，由韦达定理， $a_1 a_{21} = 16$ 。由等比数列性质， $a_9 a_{13} = a_1 a_{21} = 16$ ，又 $a_{11}^2 = a_1 a_{21} = 16$ 推出 $a_{11} = \pm 4$ 。由此，十分容易误选 B。但实际上，注意到 $a_1 > 0$ ，而 $a_{11} = a_1 q^{10}$ ，所以 a_1 和 a_{11} 必然同号，所以 $a_{11} = 4$ 。最后， $a_9 a_{11} a_{13} = 16 \times 4 = 64$ 。

二、充分性判断题

16. 【解析】E。特值法验证：

条件（1）取 $a = b = 1$ ，则满足条件，但是 $\frac{a+b}{a^2+b^2} = 1$ ，不充分；

条件（2）取 $a = b = 1$ ，则满足条件，但是 $\frac{a+b}{a^2+b^2} = 1$ ，不充分；

联合同样取 $a = b = 1$ ，不充分。故选 E。

17. 【解析】C。显然条件单独不充分，联合：可知在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 = 4$ ， $a_3 = 6 \Rightarrow d = 2$ ，所以 $a_n = 2n$ ，充分。故选 C。

18. 【解析】B。假设条件（1）成立，有两个相等的实数根，则 $\Delta = (2b)^2 - 4ac = 0$ ，且 $a \neq 0$ ，所以 $b^2 = ac$ ，但是如果 $b = c = 0$ ，则不一定是等比数列，所以条件（1）不充分；

条件（2） $2\lg b = \lg a + \lg c \Leftrightarrow \lg b^2 = \lg(a * c) \Leftrightarrow b^2 = ac$ ，充分。故选 B。

19. 【解析】B。对于条件（1）， $\{a_n\}$ 是等差数列推出 $S_n = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$ ，故 c 不为零时， $\{a_n\}$ 不是等差数列，条件（1）不充分。对于条件（2）， $\{a_n\}$ 显然是等差数列。所以选 B。

20. 【解析】C。条件单独不充分，联合：等比数列中，递增等比数列公比一定 $q > 1$ ，充分，故选 C。