

第三章 课后作业

开心提示：基础题目，联考大部分题目都是基础内容，大家认真掌握。

一、问题求解

1. 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$ ， $N = \{x \mid x = 2a, a \in M\}$ ，则集合 $M \cap N =$ () .

- (A) $\{0\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{1, 2\}$
(D) $\{0, 2\}$ (E) 以上结论均不正确

2. 已知集合 $M = \{3, \log_{2x} 4\}$ ， $N = \{x, y\}$. 若 $M \cap N = \{2\}$ ，则 $M \cup N$ 等于 () .

- (A) $\{1, 2, 3\}$ (B) $\{1, 2, 3, 4\}$
(C) $\{-1, 1, 2, 3\}$ (D) $\{2, 3, x, y\}$
(E) $\{2, 3, 4\}$

3. 已知 $f(x) = x^3 + a^2x^2 + ax - 1$ 能被 $x + 1$ 整除，则实数 a 的值为 () .

【开心提示：此类为考试重点题型】

- (A) 2 或 -1 (B) 2 (C) -1 (D) -2 或 1
(E) 以上都不正确

4. n 为正整数，计算 $(-2)^{2n+1} + 2 \cdot (-2)^{2n}$ 的结果是 () .

- (A) 0 (B) 1 (C) 2^{2n+1} (D) -2^{2n+1} (E) 2

5. $(-3x^n y)^2 \cdot 3x^{n-1}y$ 的计算结果是 () .

- (A) $9x^{3n-1}y^2$ (B) $12x^{3n-1}y^3$ (C) $27x^n y^3$
(D) $27x^{3n-1}y^3$ (E) $27x^{3n+1}y^3$

6. 若 a, b, c 互不相等的实数，且 $abc = 1$ ，那么 $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} =$ () .

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 0 或 1 (E) ± 1

7. 已知 $x - 2y = -2$ ， $b = -4089$ ， $2bx^2 - 8bxy + 8by^2 - 8b$ 的值为 () .

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 2008

8. 已知 $a = 2017x + 2018$ ， $b = 2017x + 2019$ ， $c = 2017x + 2020$ ，则多项式

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac = (\quad)$. 【开心提示：此类为考试重点题型】

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 2008

9. 已知 $x^2 - 2x - 1 = 0$, 则 $2001x^3 - 6003x^2 + 2001x - 7 = (\quad)$.

(A) -2008 (B) 0 (C) 1 (D) 2008 (E) 2009

二、充分性判断题

1. $x^4 + mx^2 - px + 2$ 能被 $x^2 + 3x + 2$ 整除. 【开心提示：此类为难点题型】

(1) $m = -6, p = 3$ (2) $m = 3, p = -6$

2. $x^3 - 3px + 2q$ 能被 $x^2 + 2ax + a^2$ 整除.

(1) $p = -a^2, q = a^3$ (2) $p = a^2, q = -a^3$

3. x 为实数, 有 $\frac{x^{3n} - x^{-3n}}{x^n - x^{-n}} = 7$.

(1) $x^{2n} = 3 - 2\sqrt{2}$ (2) $x^{2n} = 2 - \sqrt{3}$

4. 已知 x, y, z 都是实数, 有 $x + y + z = 0$.

(1) $\frac{x}{a+b} = \frac{y}{b+c} = \frac{z}{c+a}$ (2) $\frac{x}{a-b} = \frac{y}{b-c} = \frac{z}{c-a}$

5. 若 x, y, z 均是不等于1的非零实数, 那么有 $z + \frac{1}{x} = 1$.

(1) $x + \frac{1}{y} = 1$ (2) $y + \frac{1}{z} = 1$

6. $(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8) = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^{15}$.

(1) $x = 1$ (2) $x \neq 1$

基础能力题详解

一、问题求解题

1. 【解析】D. 由题意得 $N = \{0, 2, 4\}$, 故 $M \cap N = \{0, 2\}$.

2. 【解析】A. 由 $M \cap N = \{2\}$ 可知, $\log_{2x} 4 = 2$, 所以 $x = 1$, 又 $M \cap N = \{2\}$, 所以 $y = 2$, $M \cup N = \{1, 2, 3\}$.

3. 【解析】A. $f(x) = x^3 + a^2x^2 + ax - 1$ 能被 $x + 1$ 整除 $\Rightarrow f(-1) = a^2 - a - 2 = 0$, 解得:
 $a = 2$ 或 -1 .

4. 【解析】A. $(-2)^{2n+1} + 2(-2)^{2n} = -2 \cdot (-2)^{2n} + 2(-2)^{2n} = 0$.

5. 【解析】D. 去括号整理即可.

6. 【解析】C. 由 $abc = 1$ 可知 $a = \frac{1}{bc}$, 所以 $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} =$
 $\frac{\frac{1}{bc}}{\frac{1}{bc} \cdot b + \frac{1}{bc} + 1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{\frac{1}{bc} \cdot c + c + 1} = \frac{1}{bc+b+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{bc}{bc+b+1} = 1$.

7. 【解析】A. $2bx^2 - 8bxy + 8by^2 - 8b = 2b[(x-2y+2)^2 - 4x + 8y - 4 - 4] = 2b[0 - 4(x-2y+2)] = 0$.

8. 【解析】D. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] = 3$.

9. 【解析】A. $2001x(x^2 - 2x - 1) - 2001(x^2 - 2x - 1) - 2001 - 7 = -2008$.

二、充分性判断题

1. 【解析】A. $f(x) = x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$, 故 $f(-1) = f(-2) = 0$, 即有
 $g(x) = x^4 + mx^2 - px + 2$.

$g(-1) = g(-2) = 0$, 从而有 $\begin{cases} (-1)^4 + m \cdot (-1)^2 - p \cdot (-1) + 2 = 0 \\ (-2)^4 + m \cdot (-2)^2 - p \cdot (-2) + 2 = 0 \end{cases}$, 解得 $m = -6$,

$p = 3$, 故只有条件 (1) 充分.

2. 【解析】B. 设 $x^3 - 3px + 2q = (x^2 + 2ax + a^2)(x + b)$, 有 $x^3 - 3px + 2q = x^3 + (b + 2a)$

$$x^2 + (2ab + a^2)x + a^2b, \text{ 即 } \begin{cases} b + 2a = 0 \\ -3p = 2ab + a^2 \\ 2q = a^2b \end{cases}, \text{ 消去 } b, \text{ 有 } \begin{cases} p = a^2, \\ q = -a^3, \end{cases} \text{ 只有条件 (2) 充分.}$$

3. 【解析】A. $\frac{x^{3n} - x^{-3n}}{x^n - x^{-n}} = \frac{(x^n - x^{-n})(x^{2n} + 1 + x^{-2n})}{x^n - x^{-n}} = x^{2n} + 1 + x^{-2n}$, 条件 (1), 有

$$x^{-2n} = 3 + 2\sqrt{2}, \text{ 故原式} = 3 - 2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2} + 1 = 7, \text{ 充分; 条件 (2), 有 } x^{2n} = 2 - \sqrt{3},$$

$$\text{故 } x^{-2n} = 2 + \sqrt{3}, \text{ 原式} = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 1 = 5, \text{ 不充分.}$$

4. 【解析】B. 条件 (1), 令 $\frac{x}{a+b} = \frac{y}{b+c} = \frac{z}{c+a} = t$, 则有 $x = (a+b)t$, $y = (b+c)t$,

$$z = (a+c)t, \text{ 那么 } x+y+z = 2(a+b+c)t, \text{ 不一定为 } 0, \text{ 不充分; 条件 (2), 令 } \frac{x}{a-b} =$$

$$\frac{y}{b-c} = \frac{z}{c-a} = t, \text{ 则有 } x = (a-b)t, y = (b-c)t, z = (c-a)t, \text{ 有 } x+y+z = 0 \text{ 充分.}$$

5. 【解析】C. 显然单独的两个条件都不充分, 考虑联合. 由条件 (2) 知, $y = \frac{z-1}{z}$ 代入

$$\text{到条件 (1) 中有 } x + \frac{z}{z-1} = 1, \text{ 即 } x + \frac{z-1+1}{z-1} = x + 1 + \frac{1}{z-1} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{1-z} \Rightarrow \frac{1}{x} = 1-z,$$

$$\text{故 } z + \frac{1}{x} = 1, \text{ 充分.}$$

6. 【解析】D. 条件 (1), $x = 1$, 代入题干, 得: 左边 = 16, 右边 = 16, 充分; 条件 (2),

$$\text{左边} \times (1-x) = (1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8) = 1-x^{16}.$$

$$\text{同理右边} \times (1-x) = (1-x)(1+x+x^2+\cdots+x^{15}) = 1-x^{16} = \text{左边} \times (1-x) \text{ 充分, 选 D.}$$