基础过关题型

【开心提示：重点掌握例题解法，下面都是历年常考题型】

【题型 1】质数、合数、奇数、偶数的性质

【思路点拨】掌握并灵活应用质数、合数、奇数、偶数的性质.

【例 1】记不超过 15 的质数的算术平均数为 M，则与 M 最接近的整数是（　）.

（A）5　　（B）7　　（C）8　　（D）11　　（E）6

【解析】首先求出不超过 15 的质数为：2，3，5，7，11，13，然后根据平均数的公式：$\frac{2+3+5+7+11+13}{6}=6.83\approx7$，从而选 B.

【例 2】20 以内的质数中，两个质数之和还是质数的共有（　　）种.

（A）2　　（B）3　　（C）4　　（D）5　　（E）6

【解析】20 以内的质数有 2，3，5，7，11，13，17，19，由于大于 2 的质数一定为奇数，要保证两数之和还是质数，则必须有一个为偶数 2，所以另一个可能为 3，5，11，17. 共有 4 种情况，选 C.

【例 3】某人左右两手分别握了若干颗石子，左手中石子数乘以 3 加上右手中石子数乘以 4 之和为 29，则右手中石子数为（　　）.

（A）奇数　（B）偶数　（C）质数　（D）合数

（E）以上结论均不正确

【解析】根据题意得到：左×3+右×4= 29（奇数），可以得到：右=（29—左×3）/4 为整数，所以当左手中的石子数为 3 或 7 时，才能整除，得到右手中的石子数为 5 或 2. 因为 2 和 5 都是质数，从而选 C.

【评注】如果这个题目问：左手中的石子数，又如何分析？

【例 4】一班同学围成一圈，每位同学的一侧是一位同性同学，而另一侧是两位异性同学，则这班的同学人数（　　）.

（A）—定是 4 的倍数　（B）不一定是 4 的倍数　　（C）一定不是 4 的倍数

（D）—定是 2 的倍数，不一定是 4 的倍数　（E）以上结论均不正确

【解析】根据题意得到同学的排列规律：……男男女女男男女女……，也就是说有偶数个男生和偶数个女生，并且男生的人数等于女生的人数，所以全班人数一定是 4 的倍数，从而选 A.

【题型 2】整除及倍数

【思路点拨】记住常见整除特点，尤其掌握被 2，3，5，9 整除的特征.

【例 5】三个数的和是 312，这三个数分别能被 7，8，9 整除，而且商相同，则最大的数与最小的数相差（　）.

（A）18　（B）20　（C）22　（D）24　（E）26

【解析】由于三个数分别能被 7，8，9 整除，而且商相同，所以可设这三个数分别是 $7n$，$8n$，$9n$. 又由于三个数的和是 312，可得 $7n+8n+9n=312$，解得 $n=13$，故最大的数与最小的数相差 26. 所以选 E.

【例 6】有（　　）个四位数满足下列条件：它的各位数字都是奇数；它的各位数字互不相同；它的各位数字都能整除它本身.

（A）10　（B）7　（C）8　（D）5　（E）6

【解析】奇数有 1，3，5，7，9，如果选中 1，3，5，7 组成四位数，则无法被 3 整除；如果选中 1，3，5，9 组成四位数，只要 5 放在个位，1，3，9 分别放在十位、百位、千位（排序），则均能满足题干，所以有 6 个；同理，其他均不满足，因此共有 6 个数，选 E.

【题型 3】公倍数与公约数

【思路点拨】如果用 a 和 b 表示两个正整数，荆这两个数的最大公约数与最小公倍数的关系是：$(a,b)\times[a,b]=a\times b$，其中 (a,b) 表示最大公约数，$[a,b]$ 表示最小公倍数.

【例 7】两个正整数甲数和乙数的最大公约数是 6，最小公倍数是 90. 如果甲数是 18，那么乙数是 m，则的各个数位之和为（ ）.

（A）2（B）3（C）4（D）5（E）6

【解析】根据结论：两个数的最大公约数与最小公倍数的乘积等于这两数的乘积，则它们的最大公约数与最小公倍数的乘积为 6×90=540，乙数为 540÷18=30. 故乙的各个数位之和为 3，所以选 B.

【例 8】甲、乙、丙三人沿着 200 米的环形跑道跑步，甲跑完一圈要 1 分 30 秒，乙跑完一圈要 1 分 20 秒，丙跑完一圈要 1 分 12 秒. 三人同时、同向、同地起跑，当三人第一次在出发点相遇时，甲、乙、丙三人各跑的圈数之和为（ ）.

（A）27　（B）30　（C）36　（D）39　（E）42

【解析】首先求出三人时间的最小公倍数：[90，80，72] = 720（秒），则每人跑的圈数为：甲跑了：720÷90=8（圈），乙跑了：720÷80=9（圈），丙跑了 720÷72=10（圈），所以三人跑的圈数之和为 8 + 9 + 10 = 27（圈），所以选 A.

【题型 4】绝对值的非负性质

【思路点拨】掌握两点：（1）有限个非负数之和为零，则每个非负数必等于零；（2）有限个非负数之和仍然为非负数.

【例 9】已知 $|x-y+1|+(2x-y)^2=0$，那么 $\log_y x=$（　　）.

（A）1（B）0（C）5（D）16　（E）-1

【解析】根据非负性质，得到 $\begin{cases}x-y+1=0\\2x-y=0\end{cases}$，所以 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$，得到 $\log_2 1=0$，选 B.

【例 10】x，y，z 满足条件 $|x^2+4xy+5y^2|+\sqrt{z+\frac{1}{2}}=-2y-1$，则 $(4x-10y)^z$ 等于（　）.

（A）1（B）$\sqrt{2}$　（C）$\frac{\sqrt{2}}{6}$　（D）2（E）$\frac{1}{2}$

【解析】将原式变形为 $(x+2y)^2+y^2+\sqrt{z+\frac{1}{2}}+2y+1=0$，配方得到 $(x+2y)^2+(y+1)^2+\sqrt{z+\frac{1}{2}}=0$，再根据非负性质，$\begin{cases} z+\frac{1}{2}=0 \\ y+1=0 \\ x+2y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=-\frac{1}{2} \\ y=-1 \\ x=2 \end{cases}$ 则

$(4x-10y)^z=(4\times2+10)^{-\frac{1}{2}}=18^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{18}}=\frac{1\cdot\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{6}$，从而选 C.

【题型 5】对形如 $\frac{|x|}{x}$ 或 $\frac{x}{|x|}$ 表达式的分析

【思路点拨】根据公式 $\frac{|x|}{x}=\frac{x}{|x|}=\begin{cases} 1, & x>0 \\ -1, & x<0 \end{cases}$，进行求解分析.

【例 11】已知 $\frac{a}{|a|}+\frac{|b|}{b}+\frac{c}{|c|}=1$，则 $\left(\frac{|abc|}{abc}\right)^{2015}\div\left(\frac{bc}{|ab|}\cdot\frac{ac}{|bc|}\cdot\frac{ab}{|ca|}\right)$ 的值为（　）.

（A）1　　（B）-1　　（C）±1　　（D）$\frac{1}{3}$　　（E）$\frac{1}{2}$

【解析】根据 $\frac{a}{|a|}+\frac{|b|}{b}+\frac{c}{|c|}=1$，得到 a，b，c 中两正一负. 不妨令 $a>0$，$b>0$，$c<0$，代入 $(-1)\div\left(\frac{ab}{|ab|}\cdot\frac{bc}{|bc|}\cdot\frac{ac}{|ca|}\right)=-1$，从而选 B.

【例 12】若 $\frac{x}{y}=3$，则 $\frac{|x+y|}{x-y}$ 的值为（　）.

（A）2（B）-2　（C）±2　（D）3（E）±3

【解析】由 $\frac{x}{y}=3$ 得到：$x=3y$，则 $\frac{4|y|}{2y}=\frac{2|y|}{y}=\begin{cases} 2, & y>0 \\ -2, & y<0 \end{cases}$，故选 C.

【题型 6】一般比例式计算问题

【思路点拨】一般比例的有关试题都可通过设出比例系数的方法得到解决，否则解题过程试题难度的增大，将变得越来越复杂、烦琐.

【例 13】设 $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=4:5:6$，则使 $x+y+z=74$ 成立的 y 值是（　）.

（A）24　（B）36　（C）$\frac{74}{3}$　（D）$\frac{37}{2}$　（E）26

【解析】这是典型的比例问题，可利用比例系数去求解．由已知有 $\frac{\frac{1}{x}}{4}=\frac{\frac{1}{y}}{5}=\frac{\frac{1}{z}}{6}=k$，即 $\begin{cases} x=\frac{1}{4k} \\ y=\frac{1}{5k} \\ z=\frac{1}{6k} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{4k}+\frac{1}{5k}+\frac{1}{6k}=74 \Leftrightarrow k=\frac{1}{120}$，代入 $y=\frac{1}{5k}=\frac{120}{5}=24$，从而选 A.

【另解】$\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=4:5:6 \Rightarrow x:y:z=\frac{1}{4}:\frac{1}{5}:\frac{1}{6}=15:12:10$，又 $x+y+z=74$，故得到 $y=24$.

【题型 7】正比反比问题

【思路点拨】正比反比问题要引入比例系数来分析，注意比例系数 $k\neq 0$.

【例 14】已知 $y=y_1-y_2$，且 y_1 与 $\frac{1}{2x^2}$ 成反比例. y_2 与 $\frac{3}{x+2}$ 成正比例. 当 $x=0$ 时，$y=-3$；又当时 $x=1$，$y=1$，那么 y 的 x 表达式是（ ）.

（A）$y=\frac{3x^2}{2}-\frac{3}{x+2}$ （B）$y=3x^2-\frac{6}{x+2}$

（C）$y=3x^2+\frac{6}{x+2}$ （D）$y=-\frac{3x^2}{2}+\frac{3}{x+2}$

（E）$y=-3x^2-\frac{3}{x+2}$

【解析】根据题目得到 $y_1=\frac{k_1}{\frac{1}{2x^2}}=2k_1x^2$，$y_2=\frac{3k_2}{x+2}$ 得到 $y=2k_1x^2-\frac{3k_2}{x+2}$，根据过（0，-3），（1，1）点，列出方程组 $\begin{cases} -3=-\frac{3}{2}k_2 \\ 1=2k_1-\frac{3\times k_2}{3}=2k_1-k_2 \end{cases}$

解出 $k_1=\frac{3}{2}$，$k_2=2$，从而 $y=3x^2-\frac{6}{x+2}$，选 B.

【注意】考试时可以采用特值验证的方法求解. 可以验证当 $x=0$ 时，$y=-3$.

【题型 8】平均值的基本定义和概念

【思路点拨】首先拿握平均值的计算公式，此外注意在几何平均值的概念中. 要求每个元素都要为正数，而在算术平均值中无此规定.

【例 15】三个实数 1，$x-2$ 和 x 的几何平均值等于 4，5 和−3 的算术平均值，则 x 的值为（ ）.

（A）-2 （B）4 （C）2 （D）—2 或 4 （E）2 或 4

【解析】由题意得到 $\sqrt[3]{1(x-2)x}=\frac{4+5-3}{3} \Rightarrow x=-2$ 或 $x=4$，但 $x=-2$ 要舍掉，选 B.

【评注】注意在几何平均值的概念中，要求每个元素都要为正数，所以舍掉不符合要求的数.

【例 16】x，y 的算术平均值是 2，几何平均值也是 2，则 $\frac{1}{\sqrt{x}}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{y}}$ 的几何平均值是（ ）.

（A）2 （B）$\sqrt{2}$ （C）$\frac{\sqrt{2}}{3}$ （D）$\frac{\sqrt{2}}{2}$ （E）$\frac{1}{2}$

【解析】根据题目得到 $x=y=2$，从而 $\frac{1}{\sqrt{x}}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{y}}$ 的几何平均值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，从而选 D.

【评注】若告知 n 个数的几何平均值和算术平均值相等，则这 n 个数相等，其值等于算术平均值或几何平均值.