



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

---

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

---

## РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### *К КУРСОВОЙ РАБОТЕ*

### *НА ТЕМУ:*

Разработка программного обеспечения для моделирования упругих  
столкновений объектов в пространстве.

---

Студент ИУ7-54Б  
(Группа)

К. А. Рунов  
(Подпись, дата) (И. О. Фамилия)

Руководитель курсовой работы

А. А. Павельев  
(Подпись, дата) (И. О. Фамилия)

2023 г.

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	<b>4</b>
<b>1 Аналитическая часть</b>	<b>6</b>
1.1 Описание объектов сцены . . . . .	6
1.2 Способы представления объектов сцены . . . . .	6
1.2.1 Каркасная модель . . . . .	6
1.2.2 Поверхностная модель . . . . .	7
1.2.3 Твёрдотельная модель . . . . .	7
1.3 Алгоритмы обнаружения коллизий . . . . .	8
1.3.1 Алгоритм обнаружения коллизий сферы относительно сферы . . . . .	8
1.3.2 Алгоритм AABV . . . . .	9
1.3.3 Алгоритм OBB . . . . .	9
1.3.4 Алгоритм GJK . . . . .	9
1.4 Модели освещения . . . . .	11
1.4.1 Простая модель освещения . . . . .	11
1.4.2 Модель освещения Гуро . . . . .	11
1.4.3 Модель Фонга . . . . .	11
1.5 Вывод . . . . .	12
<b>2 Конструкторская часть</b>	<b>13</b>
2.1 Требования к программному обеспечению . . . . .	13
2.2 Разработка алгоритмов . . . . .	13
2.2.1 Общий алгоритм работы программы . . . . .	14
2.2.2 Алгоритм AABV . . . . .	14
2.2.3 Модель освещения Фонга . . . . .	15
2.2.4 Шаги графического конвейера . . . . .	18
2.3 Выбор типов и структур данных . . . . .	18
<b>3 Технологическая часть</b>	<b>19</b>
3.1 Средства реализации . . . . .	19

3.1.1	Выбор графического API . . . . .	19
3.1.2	Выбор языка программирования . . . . .	19
3.1.3	Выбор среды разработки . . . . .	20
3.2	Структура программы . . . . .	20
3.3	Интерфейс . . . . .	20
3.4	Работа программы . . . . .	20
3.5	Демонстрация работы программы . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Исследовательская часть</b>	<b>22</b>
4.1	Технические характеристики . . . . .	22
4.2	Влияние количества объектов на скорость генерации кадра . . .	22
4.3	Влияние типов объектов на скорость генерации кадра . . . . .	22
	<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	<b>23</b>
	<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b>	<b>24</b>

## ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день компьютерная графика является неотъемлемой частью нашей жизни и используется повсеместно. Ей находится применение в самых разных областях человеческой деятельности: она используется в науке, в бизнесе, в кино, играх и везде, где нужно визуальное представление информации на электронном дисплее [1].

Перед разработчиками графического программного обеспечения часто стоит задача синтеза реалистического изображения. Для решения этой задачи существует множество алгоритмов, но, как правило, алгоритмы, дающие наилучшие результаты являются наиболее трудозатратными как по объёму требуемой памяти, так и по количеству требуемых вычислений, потому что учитывают множество световых явлений (дифракция, интерференция, преломление, поглощение, множественное отражение). Поэтому, в зависимости от задачи и от имеющихся вычислительных мощностей, программистам приходится выбирать наиболее целесообразные в их случае алгоритмы и жертвовать либо временем генерации кадра, либо его реалистичностью.

Но генерация реалистического изображения — это лишь одна из многих задач, которые стоят перед программистами графических приложений. При разработке игр или приложений для моделирования физики твёрдого тела возникает задача обнаружения коллизий (столкновений) между объектами виртуального пространства и реагирования на них, например, разрушение объектов в результате столкновения, деформация объектов, или их упругое соударение.

В данной курсовой работе было решено создать программу — песочницу, в которой пользователь сможет размещать объекты в виртуальном пространстве, изменять их свойства (такие как размер, местоположение, цвет, масса), задавать им начальные скорости; после чего наблюдать их перемещение и столкновения.

Цель работы — разработка программы для моделирования упругих столкновений объектов в пространстве.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

- описать свойства объекта, которыми он должен обладать для моделирования его движения и столкновения с другими объектами;

- проанализировать существующие способы представления объектов и обосновать выбор наиболее подходящего для решения поставленной задачи;
- проанализировать существующие алгоритмы обнаружения коллизий и обосновать выбор тех из них, которые в наибольшей степени подходят для решения поставленной задачи;
- проанализировать существующие модели освещения и обосновать выбор модели, наиболее подходящей для решения поставленной задачи;
- реализовать выбранные алгоритмы;
- разработать программное обеспечение для решения поставленной задачи;
- провести анализ производительности работы программы в зависимости от количества объектов на сцене и их типов.

# **1 Аналитическая часть**

В данной части под «сценой» понимается виртуальное пространство, в котором расположены объекты, предназначенные для визуализации.

## **1.1 Описание объектов сцены**

В данном разделе будут описаны свойства объектов, которыми он должен обладать для моделирования его движения и столкновения с другими объектами.

Для визуализации объекта, он должен содержать следующую информацию:

- геометрическая информация, какую форму имеет объект;
- информация о местоположении в пространстве (с учётом поворота и масштабирования);
- информация о цвете и/или текстуре объекта.

Для моделирования движения и столкновения объектов, объекты должны содержать следующую информацию:

- информация о «коллайдере» (как правило, упрощённая форма исходного объекта, которая используется при обнаружении столкновений);
- информация о физических свойствах объекта (скорость, ускорение, масса).

## **1.2 Способы представления объектов сцены**

Далее будут рассмотрены возможные способы представления объектов сцены.

### **1.2.1 Каркасная модель**

Объект представляется с помощью его вершин и рёбер, без каких-либо поверхностей [2].

Характеристики каркасной модели:

- простота;
- позволяет получить базовое представление о форме объекта;
- быстрая визуализация;
- не позволяет производить реалистическое освещение, для которого требуется информация о гранях объекта;
- не содержит информации, нужной для обнаружения столкновений.

### **1.2.2 Поверхностная модель**

Объект представляется аппроксимированно, в виде набора поверхностей. Набор поверхностей можно задать как аналитически (уравнением или системой уравнений), так и в виде полигональной сетки [2]. Часто бывает проще задать поверхности в виде полигональной сетки: набора граней и набора вершин, из которых грани состоят.

Характеристики поверхностной модели:

- простота;
- возможность учёта освещения;
- возможность достижения высокого уровня реализма;
- содержит информацию о поверхностях, которая нужна при обнаружении столкновений объектов;
- не математически точное представление, аппроксимация.

### **1.2.3 Твёрдотельная модель**

Существует несколько методов представления твёрдотельных моделей: метод констркутивного представления (англ. Constructive representation, сокращённо C – rep) и метод граничного представления (англ. Boundary representation, сокращённо B – rep) [2, 3]. Оба метода предоставляют наиболее полное описание объекта, включая его внешнюю форму и внутреннюю структуру.

Характеристики твёрдотельной модели:

- математически точное представление;
- наиболее полное описание структуры объекта.
- сложность;
- требовательность к памяти;
- содержит излишнюю информацию, которая не будет использована при обнаружении столкновений объектов.

## **Выбор представления объектов сцены**

На основе проведённого анализа различных способов представления объектов сцены, была выбрана поверхностная модель, так как она обладает всей информацией, нужной для обнаружения столкновений объектов и учёта освещения, а также является менее требовательной к памяти по сравнению с твёрдой моделью.

### **1.3 Алгоритмы обнаружения коллизий**

В данном разделе будут проанализированы алгоритмы обнаружения коллизий и выбраны те из них, которые будут использоваться в разработанной программе.

#### **1.3.1 Алгоритм обнаружения коллизий сферы относительно сферы**

Алгоритм обнаружения коллизий сферы относительно сферы очень прост: две сферы пересекаются, если длина вектора, проведённого из центра одной сферы к центру другой, будет меньше суммы радиусов этих сфер.

Два объекта считаются «столкнувшимися», если пересекаются их сферические оболочки.

Таким образом, алгоритм будет достаточно точно обнаруживать коллизии сферообразных объектов, но менее точно — для объектов, сильно отличающихся от сфер, например, для длинных тонких объектов.



### 1.3.2 Алгоритм AABV

Согласно алгоритму ограничивающего прямоугольного параллелепипеда, выровненного по осям (англ. Axis Aligned Bounding Box, сокращённо AABV), объекты заключаются в оболочки из прямоугольных параллелепипедов, чьи рёбра параллельны осям координат, после чего применяется несколько последовательных тестов для определения, пересекаются эти оболочки или нет [4].

### 1.3.3 Алгоритм OBB

Согласно алгоритму ориентированного ограничивающего параллелепипеда (англ. Oriented Bounding Box, сокращённо OBB), объекты заключаются в оболочки из прямоугольных параллелепипедов, чья ориентация совпадает с ориентацией самих объектов, после чего проверяется, пересекаются эти оболочки или нет [4].

Его преимущество относительно алгоритма AABV заключается в том, что при повороте объекта в пространстве, поворачивается также и его OBB — оболочка, в то время как AABV — оболочку надо пересчитывать заново.

Однако проверку пересечения AABV — оболочек выполнять гораздо быстрее и проще, чем проверку пересечения OBB — оболочек.

### 1.3.4 Алгоритм GJK

Алгоритм Гильберта — Джонсона — Кирти (англ. Gilbert — Johnson — Keerthi, сокращённо GJK) позволяет обнаруживать пересечения любых выпуклых многогранников. В алгоритме используется геометрическая операция под названием «сумма Минковского» (иногда ошибочно называемая разностью Минковского). Для двух множеств точек  $A, B \subset \mathbb{R}^3$  сумма Минковского определяется как:

$$A \oplus B = \{\mathbf{a} + \mathbf{b} : \mathbf{a} \in A, \mathbf{b} \in B\},$$

где, для векторов  $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$  и  $\mathbf{b} = (b_x, b_y, b_z)$ , сумма определена, как

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} := (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z).$$

У суммы Минковского есть несколько полезных свойств, которые используются в алгоритме.

- 1) Сумма Минковского двух выпуклых многогранников есть выпуклый многогранник.
- 2) Если два выпуклых многогранника  $P$  и  $Q$  пересекаются, то центр координат находится внутри выпуклой оболочки  $P \oplus \{-q : q \in Q\}$ .
- 3) Если найдётся хотя бы одно множество точек  $S \subseteq P \oplus \{-q : q \in Q\}$ , которое включает в себе центр координат, то и  $P \oplus \{-q : q \in Q\}$  включает в себе центр координат.

Алгоритм заключается в поиске многогранника, составленного из точек суммы Минковского, который содержит в себе центр координат. Также в алгоритме применяются определённые методы, позволяющие считать не всю сумму Минковского целиком, а только её часть.

## Выбор алгоритмов обнаружения коллизий

Ниже приведена сравнительная таблица алгоритмов обнаружения коллизий.

Таблица 1 – Сравнение алгоритмов обнаружения коллизий

	Алгоритм обнаружения коллизий сферы относительно сферы	Алгоритм AABV	Алгоритм OVB	Алгоритм GJK
Вычислительная нагрузка	Низкая	Низкая	Средняя	Высокая
Точность обнаружения коллизий у сложных объектов	Низкая	Низкая	Средняя	Высокая
Сложность реализации	Низкая	Низкая	Средняя	Высокая

На основе проведённого анализа алгоритмов обнаружения коллизий, для реализации в программе был выбран алгоритм AABV, по следующим причинам:

- простота реализации;
- достаточность для моделирования упругих столкновений объектов в пространстве;
- алгоритм часто используется для обнаружения коллизий на ранней стадии, и впоследствии его можно будет использовать в паре с GJK для более точного обнаружения коллизий.

## **1.4 Модели освещения**

В данном разделе будут описаны три модели освещения и выбрана одна из них для дальнейшей реализации в программе. Под источником света далее понимается направленный источник света, солнце. Вектор направления света задан и одинаков для всех точек сцены.

### **1.4.1 Простая модель освещения**

В простой модели освещения интенсивность света, отражённого гранью объекта зависит от угла между нормалью к грани и направлением источника света. Таким образом, с максимальной интенсивностью будут освещены грани, нормали к которым противонаправлены вектору направления источника света, а с минимальной интенсивностью будут освещены грани, нормали к которым составляют прямой или острый угол с вектором направления источника света.

### **1.4.2 Модель освещения Гуро**

В модели освещения Гуро интенсивность света, отражённого гранью объекта может быть неоднородной. Интенсивность отражённого света зависит от угла между нормалью к вершине и направлением источника света. Для вычисления значения интенсивности отражённого света в каждой точке грани проводится интерполяция значений интенсивности отражённого света каждой вершиной, принадлежащей этой грани.

### **1.4.3 Модель Фонга**

В модели освещения Фонга интенсивность света, отражённого гранью объекта также может быть неоднородной. Интенсивность отражённого света

зависит от угла между нормалью к вершине и направлением источника света. Для вычисления значения интенсивность отражённого света в каждой точке грани проводится интерполяция нормалей каждой вершины, принадлежащей этой грани, после чего интенсивность вычисляется в зависимости от угла между интерполированной нормалью и вектором направления источника света.

## Выбор модели освещения

Ниже приведена сравнительная таблица моделей освещения.

Таблица 2 – Сравнение моделей освещения

	Простая модель освещения	Модель освещения Гуро	Модель Фонга
Реалистичность изображения	Низкая	Средняя	Высокая
Вычислительная нагрузка	Низкая	Средняя	Высокая
Сложность реализации	Низкая	Средняя	Средняя

Несмотря на большие вычислительные затраты и относительную сложность реализации, закраска по Фонгу позволяет достичь более реалистичного изображения, в связи с чем для дальнейшей реализации была выбрана именно она.

## 1.5 Вывод

В данной части были описаны объекты сцены, проанализированы способы представления объектов сцены, алгоритмы обнаружения коллизий, модели освещения; было принято решение использовать поверхностную модель, модель освещения Фонга и реализовать алгоритм AABV обнаружения коллизий.

## 2 Конструкторская часть

В данной части будут приведены требования к программному обеспечению, на формальном языке будут описаны алгоритмы, которые будут реализованы при разработке программного обеспечения, а также будет обоснован выбор типов и структур, которые будут использованы при разработке, и приведена общая архитектура разрабатываемой программы.

### 2.1 Требования к программному обеспечению

Разрабатываемое программное обеспечение должно предоставлять пользователю следующую функциональность:

- добавление объекта на сцену (куб, сфера, чайник);
- выбор объекта сцены с помощью клавиатуры;
- изменение цвета выбранного объекта;
- изменение геометрических свойств выбранного объекта (положение в пространстве, поворот, увеличение);
- изменение физических свойств выбранного объекта (масса, скорость, ускорение, сила);
- изменение значения гравитации;
- перемещение и поворот камеры с помощью клавиатуры и мыши.

При этом разрабатываемая программа должна удовлетворять следующим требованиям:

- программа должна генерировать кадр не менее, чем за  $\frac{1}{60}$  секунды;
- никакие действия пользователя не должны приводить к аварийному завершению программы.

### 2.2 Разработка алгоритмов

Далее на формальном языке будут описаны алгоритмы, которые будут реализованы при разработке программного обеспечения.

### **2.2.1 Общий алгоритм работы программы**

Далее представлен общий алгоритм работы разрабатываемого программного обеспечения.

- 1) Инициализировать используемые объекты (окно, камера, сцена, объекты сцены, графический интерфейс, шейдерная программа).
- 2) Пока приложение запущено:
  - обработать события от мыши и клавиатуры;
  - обнаружить и разрешить коллизии;
  - обновить местоположения объектов сцены;
  - сгенерировать и отобразить кадр.
- 3) Освободить ресурсы.

### **2.2.2 Алгоритм AABV**

На рисунке 1 представлена схема алгоритма AABV обнаружения коллизий.

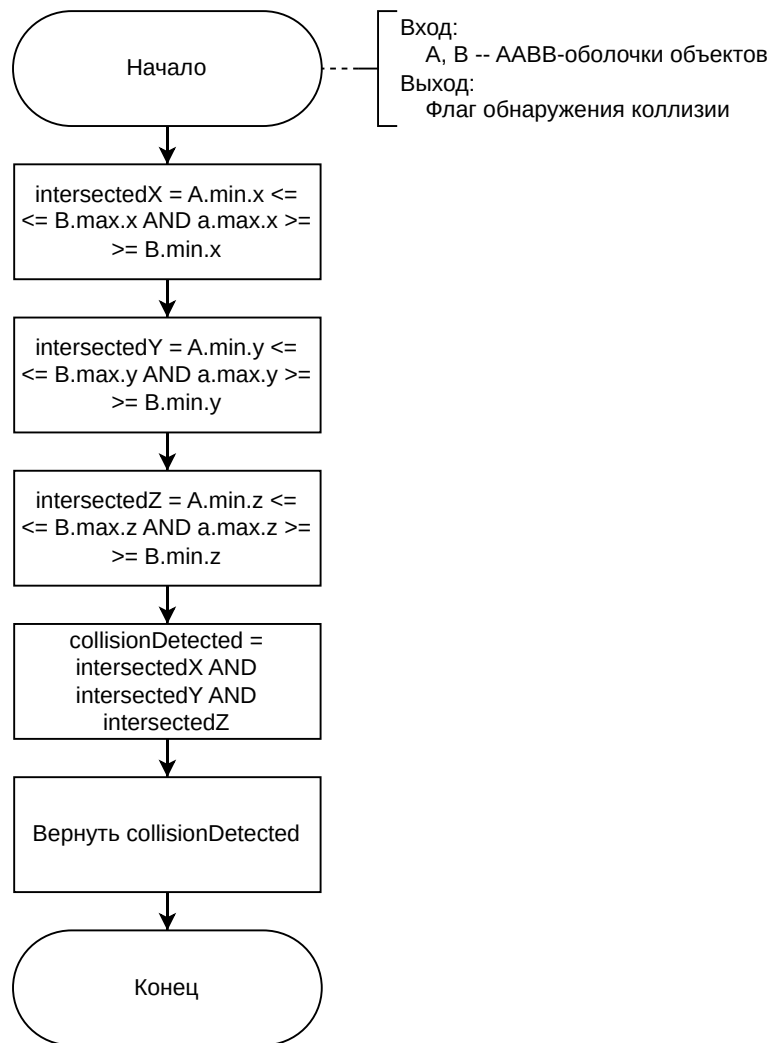


Рисунок 1 – Алгоритм AABV обнаружения коллизий

### 2.2.3 Модель освещения Фонга

В модели освещения Фонга [5, 6, 7] учитываются три составляющих отражённого света:

- 1) рассеянная,
- 2) фоновая,
- 3) зеркальная.

#### Рассеянный свет

Рассеянный свет является светом, отражаемым во всех направлениях, и его интенсивность во всех направлениях постоянна, следовательно, для его рас-

счёта не требуется учитывать направление взгляда камеры, но должен быть известен угол между направлением света и нормалью к поверхности объекта [6].

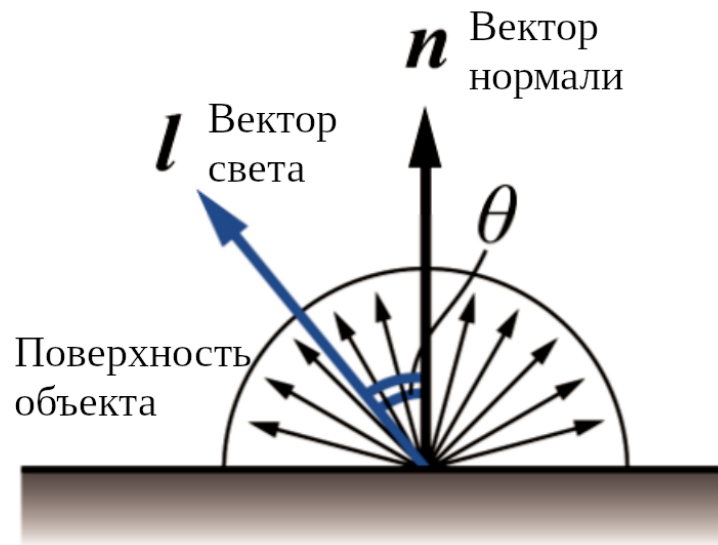


Рисунок 2 – Модель Фонга: Рассеянная составляющая света (Источник: [6])

Рассеянная составляющая света, согласно [6], рассчитывается по формуле 1, приведённой ниже.

$$I_d = k_d I_l \cos \theta = k_d I_l |\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}|, \quad (1)$$

где

- $I_l$  — интенсивность источника света,
- $k_d$  — коэффициент рассеивания света,
- $\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности объекта,
- $\mathbf{l}$  — вектор направления света,
- $\cos \theta$  — угол между вектором направления света и нормалью к поверхности объекта.

### Фоновое освещение

Если учитывать только рассеянный свет при освещении объекта, будут видны абсолютно неосвещённые, чёрные грани. В реальном мире такое встречается редко, в связи с чем, для достижения большей реалистичности, было предло-



жено ввести минимальный уровень освещённости — фоновое освещение, являющееся обычно результатом отражения света от других объектов сцены [6, 8].

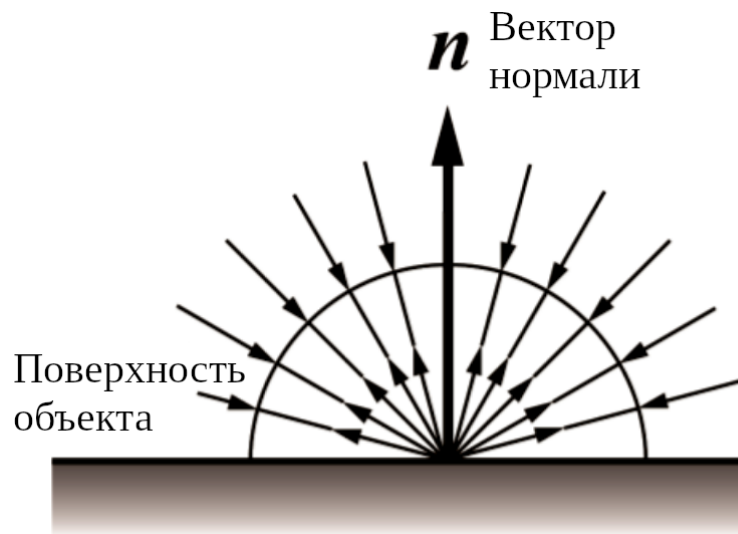


Рисунок 3 – Модель Фонга: Фоновая составляющая света (Источник: [6])

Фоновая составляющая света, согласно [6], рассчитывается по формуле 2, приведённой ниже.

$$I_a = k_a I_0, \quad (2)$$

где

- $k_a$  — отражательная способность объекта,
- $I_0$  — интенсивность фонового освещения.

## Зеркальный свет

В реальном мире гладкие объекты отражают свет подобно зеркалу — чем менее объект шероховатый, тем более отчётливо он отражает источник света, и виден блик. Для достижения подобного эффекта было предложено использовать функцию косинуса и регулировать размытость границ блика с помощью возведения косинуса угла между вектором взгляда и отражённым светом в различные степени [8].

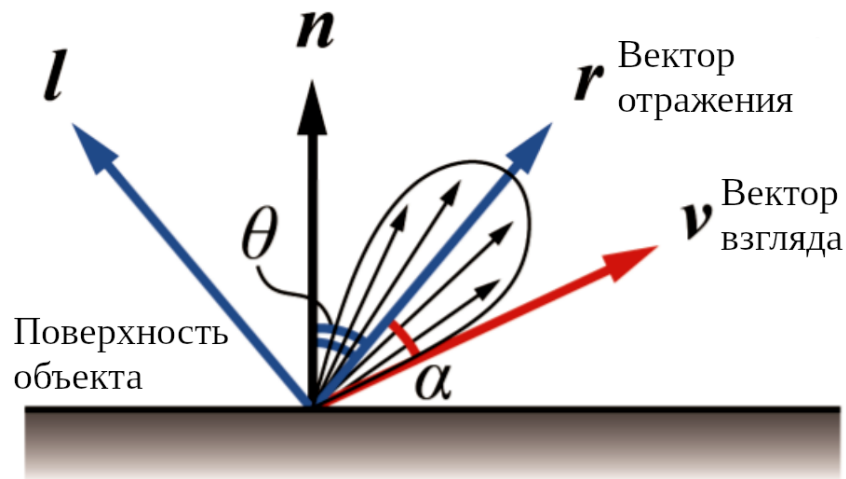


Рисунок 4 – Модель Фонга: Зеркальная составляющая света (Источник: [6])

Зеркальная составляющая света, согласно [6], рассчитывается по формуле 3, приведённой ниже.

$$I_s = k_s I_l \cos^n \alpha = k_s I_l |\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}|^n, \quad (3)$$

где

- $k_s$  — коэффициент зеркального отражения,
- $\mathbf{r}$  — вектор отражённого света,
- $\mathbf{v}$  — вектор взгляда,
- $\cos \alpha$  — угол между вектором взгляда и вектором отражённого света,
- $n$  — коэффициент шероховатости поверхности.

Сумма рассеянной, фоновой и зеркальной составляющих даёт итоговый отражённый свет:

$$I = k_d I_l |\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}| + k_a I_0 + k_s I_l |\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}|^n \quad (4)$$

## 2.2.4 Шаги графического конвейера

## 2.3 Выбор типов и структур данных

## Вывод

## **3 Технологическая часть**

В данной части будет обоснован выбор графического API, языка программирования и среды разработки, которые будут использоваться при разработке программного обеспечения. Также будет приведена UML-диаграмма классов, описывающая структуру программы. Будет продемонстрирован интерфейс, и будут приведены примеры работы программы.

### **3.1 Средства реализации**

Далее будет обоснован выбор языка программирования и средств разработки, использованных при разработке программы.

#### **3.1.1 Выбор графического API**

В качестве используемого графического API был выбран OpenGL по следующим причинам:

- кроссплатформенность (в отличие от DirectX);
- простота инициализации (в отличие от Vulkan);
- использование вычислительных мощностей графического ускорителя (в отличие от рендеринга на процессоре);
- спецификация OpenGL реализована в драйверах большинства массовых видеокарт (NVIDIA, AMD, Intel), в связи с чем приложение возможно будет запустить практически на любом персональном компьютере.

#### **3.1.2 Выбор языка программирования**

В качестве используемого языка программирования был выбран C++ по следующим причинам:

- язык широко используется при разработке графических приложений;
- наличие компиляторов, генерирующих высокопроизводительный исполняемый код;

- язык типизирован, в связи с чем в процессе разработки возникает меньше ошибок времени выполнения;
- наличие библиотек для обеспечения доступа к функциям OpenGL (glad), а также для создания окон и управления вводом (GLFW);
- наличие математических библиотек (glm);
- язык поддерживается отладчиками gdb и RenderDoc;
- наличие кроссплатформенной утилиты для автоматической сборки программы cmake.

### **3.1.3 Выбор среды разработки**

В качестве среды разработки был выбран текстовый редактор Neovim по следующим причинам:

- высокая отзывчивость в отличие от графических сред разработки, таких как Visual Studio, Visual Studio Code, Clion, QtCreator;
- полная поддержка vim-движений, что ускорит навигацию по исходному коду проекта;
- возможность использования протокола Language Server, что позволит определять наличие ошибок времени компиляции в коде без необходимости компиляции проекта;
- наличие расширений, ещё больше ускоряющих процесс разработки и навигации по исходному коду проекта (harpoon, vim-fugitive, nvim-tree, nvim-cmp, nvim-treesitter, nvim-lspconfig, telescope-nvim, luasnip, vim-surround, vim-commentary, friendly-snippets).

## **3.2 Структура программы**

## **3.3 Интерфейс**

## **3.4 Работа программы**

Далее будут приведены замечания относительно работы программы.

### **3.5 Демонстрация работы программы**

## **4 Исследовательская часть**

### **4.1 Технические характеристики**

### **4.2 Влияние количества объектов на скорость генерации кадра**

### **4.3 Влияние типов объектов на скорость генерации кадра**

## **Вывод**

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Куров А. В. Курс лекций по дисциплине «Компьютерная графика». 2023.
2. Методы 3D моделирования [Электронный ресурс]. – URL: [https://studbooks.net/1413342/bzhd/metody\\_modelirovaniya](https://studbooks.net/1413342/bzhd/metody_modelirovaniya) (дата обращения: 15.07.2023).
3. Методы твердотельного моделирования [Электронный ресурс]. – URL: [https://studref.com/605454/tehnika/metody\\_tverdotel'nogo\\_modelirovaniya](https://studref.com/605454/tehnika/metody_tverdotel'nogo_modelirovaniya) (дата обращения: 15.07.2023).
4. Грегори Дж. Игровой движок. Программирование и внутреннее устройство. Третье издание. – СПб.: Питер, 2022 – 1136 с.
5. Phong Bui Tuong. Illumination for computer generated pictures // Communications of the ACM. 1975. Т. 18. С. 311 – 317.
6. Kurihara Takayuki, Takaki Yasuhiro. Shading of a computer-generated hologram by zone plate modulation // Optics express. 2012. Т. 20. С. 3529 – 40.
7. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. Пер. с англ. – М.: Мир, 1989 – 512 с.
8. Carmack J. QuakeCon 2013: The Physics of Light and Rendering [Электронный ресурс]. – URL: <https://youtu.be/P6UKhR0T6cs> (дата обращения: 11.12.2023).