

ЗАДАНИЕ на лабораторную работу №1

Тема: Программная реализация приближенных аналитических и численного методов при решении задачи Коши для ОДУ.

Цель работы. Получение навыков решения задачи Коши для ОДУ методами Пикара и разложения решения в ряд, а также явным методом Эйлера первого порядка точности.

Содержание работы

В задачах 1-4 найти частное решение для математической модели на основе ОДУ.

Задача 1. Найти первые пять членов разложения в степенной ряд решения уравнения

$$u'' + 0.1(u')^2 + (1 + 0.1x)u = 0,$$
$$u(0) = 1, \quad u'(0) = 2$$

Решить задачу методами Пикара и Эйлера. Сравнить полученные результаты.

Задача 2. Найти аналитическое решение уравнения

$$1 - 2xu u' = u^3 u',$$
$$u(0.5) = 0.$$

Показать, что метод Пикара для данного уравнения сходится к точному аналитическому решению.

Задача 3. Методами Пикара и Эйлера решить уравнение

$$u'(x) = x^2 + u^2,$$
$$u(0) = 0.$$

Построить таблицу, содержащую значения аргумента с заданным шагом в интервале $[0, x_{\max}]$ и результаты расчета функции $u(x)$ в приближениях Пикара (от 1-го до 4-го), а также численным методом Эйлера. Правую границу интервала x_{\max} определить как максимально возможную при условии, что численный метод обеспечивает относительную точность вычисления решения уравнения $u(x)$, равную 10^{-4} .

Примерные вопросы при защите лабораторной работы.

1. Укажите интервалы значений аргумента, в которых можно считать решением заданного уравнения каждое из первых 4-х приближений Пикара, т.е. для КАЖДОГО приближения указать свои границы применимости. Точность результата оценивать до второй цифры после запятой.
2. Пояснить, каким образом можно обосновать правильность полученного результата при фиксированном значении аргумента в численных методах.
3. Каково значение решения уравнения *задачи 3* в точке $x=2$, т.е. привести значение $u(2)$.
4. Получите оценку точки разрыва решения уравнения из *задачи 3*.

Методика оценки работы.

Модуль 1, срок - 5-я неделя.

1. Задание полностью выполнено - оценка удовлетворительно.
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на контрольные вопросы- оценка отлично.